

4-13155

UNIVERSITATEA „AL. I. CUZA” IAȘI

M.G. Delibaș

CURS de OPTICĂ

EDIȚIA A II-A

BIBL. CENTR. UNIV.
„M. EMINESCU” IAȘI
FIZICA
III-13.155



135426
B.C.U. - IAȘI



EDITURA UNIVERSITĂȚII „AL. I. CUZA”
IAȘI - 1999

Grafica: WALTRAUD DELIBAŞ.
Tehnoredactare computerizată : Angela BOCA.

PREFAȚĂ

Prezenta lucrare se adresează, în primul rând, studenților anului al doilea ai Facultății de Chimie (secțiile de Chimie-Fizică și Chimie) dar într-o măsură importantă (aprox. 80%) și studenților din anul al doilea ai Facultății de Fizică (secțiile de Fizică și Fizică-Tehnologică). Totodată îmi exprim convingerea că lucrarea va fi deosebit de utilă tuturor studenților de la universități și instituții de învățământ superior în care fizica este obiect de învățământ, cadrelor didactice și inginerilor din învățământul superior tehnic, profesorilor de fizică, din școli și licee, care se pregătesc pentru examenele de definitivare și de obținere a gradelor didactice, cercetătorilor din domeniul științelor exacte precum și elevilor pentru pregătirea olimpiadelor și examenelor de admitere în învățământul superior.

În această carte, ordinea de prezentare și modul de tratare al fenomenelor optice sunt preluate, în esență din remarcabila carte "BAZELE OPTICII" scrisă de profesorul universitar dr. Valer Pop de la Facultatea de Fizică a Universității "Al. I. Cuza" din Iași, care a predat mulți ani cursul de optica la secția de fizică, fiind titularul cursului.

În măsura posibilităților, autorul și-a propus să mai simplifice, pe cât posibil, modul de prezentare al unor fenomene optice pentru a facilita înțelegerea lor de către studenții care parcurg pentru prima dată un curs de optica universitar. Desigur, datorită spațiului tipografic limitat, nu se pătrunde în toate detaliile în prezentarea tuturor fenomenelor optice care se expun în curs, însă cititorul poate consulta și unele cărți indicate în bibliografia anexată la sfârșitul acestui volum.

În acest volum, pentru tratarea unitară a fenomenelor optice, se folosesc conceptele teoriei electromagnetice la baza cărora stau ecuațiile lui Maxwell stabilite în cadrul cursului de electricitate și magnetism. În tratarea opticii geometrice (caz limită al opticii ondulatorii) se folosește un formalism matematic relativ nou dar foarte simplu și elegant și anume formalismul bazat pe utilizarea matricelor de transfer (de refracție și de

translație). Formalismul matriceal prezintă marele avantaj că permite tratarea simplă a sistemelor optice centrate chiar dacă acestea sunt destul de complicate. În plus, formalismul matriceal permite utilizarea calculatoarelor electronice pentru rezolvarea problemelor.

În cadrul acestui curs se insistă mult pe înțelegerea fenomenelor fizice fără a utiliza un aparat matematic prea complicat, dar corect. Se are în vedere faptul că anumite capitole speciale de optică se reiau în detaliu la cursurile de specializare ale secției de optică și spectroscopie (ex. Microscopia optică, elipsometria, optica cuantică etc.).

Iași, 1998

Prof.dr. Mihai DELIBAȘ

CUPRINS

Prefață	3
Cuprins	5

I. INTRODUCERE

§1. Scurt istoric	9
§2. Principalele caracteristici ale radiațiilor optice	13

II. ELEMENTE DE OPTICĂ ELECTROMAGNETĂ

§1. Ecuațiile lui Maxwell	15
§2. Propagarea undelor electromagnetice în vid	16
§3. Modele de unde electromagnetice. Transversalitatea undelor	17
§4. Unde electromagnetice optice generate de un sistem atomic (emisia de dipol electric)	22
§5. Emisia spontană a radiațiilor optice	25
§6. Emisia forțată a radiațiilor optice	27
§7. Radiații optice generate de o sursă punctiformă	29
§8. Energia transportată de undele electromagnetice optice	30
§9. Mărimi energetice măsurabile utilizate în optică și spectroscopie	33
§10. Starea de polarizare a radiațiilor optice	36
§11. Compoziția spectrală a radiațiilor optice	39
§12. Coerența radiațiilor optice	43
§13. Radiații optice total polarizate	44

III. PROPAGAREA UNDELOR ELECTROMAGNETICE OPTICE ÎN SUBSTANȚĂ

§1. Substanțe amorphe și cristaline. Legile de material	51
§2. Propagarea undelor electromagnetice armonice plane în substanțe dielectrice izotrope	54
§3. Propagarea undelor electromagnetice armonice plane în substanțe dielectrice anizotrope	56
§3.1. Propagarea suprafețelor de fază constantă ale undelor armonice plane în substanțe dielectrice anizotrope	62
§3.2. Propagarea energiei radiante în substanțe dielectrice anizotrope	64
§3.3. Anizotropia indusă	67
§3.4. Rotirea naturală a planului de polarizare a radiațiilor optice	69
§4. Difuzia radiațiilor optice	72

IV. ABSORBȚIA ȘI DISPERSIA RADIAȚIILOR OPTICE

§1.	Noțiuni și relații de bază	79
§2.	Legea absorbției. Spectre de absorbție	81
§3.	Dispersia undelor electromagnetice optice	84
§4.	Propagarea undelor monocromatice plane în medii dispersive.	
	Viteza de grup	88

V. REFLEXIA ȘI REFRACTIA RADIAȚIILOR OPTICE

§1.	Legile reflexiei și refracției. Formulele lui Fresnel	90
§2.	Starea de polarizare a radiațiilor reflectate și transmise la suprafața de separație a două substanțe dielectrice transparente	96
§3.	Saltul de fază în procesele de reflexie și refracție	97
§4.	Reflexia totală. Aplicații	98
§5.	Dubla refracție	102
§6.	Prisme de polarizare	105

VI. ACȚIUNEA UNUI STRAT DE SUBSTANȚĂ OMOGENĂ ASUPRA FASCICULELOR DE RAZE PARALELE

§1.	Acțiunea unui strat de substanță izotropă asupra radiațiilor optice	107
§1.1.	Divizarea fasciculelor de radiații optice	107
§1.2.	Modificarea drumului optic al radiațiilor	108
§1.3.	Schimbarea compoziției spectrale a radiațiilor optice. Filtre optice	110
§1.4.	Polarizarea radiațiilor optice. Polarizori în reflexie și în transmisie	111
§2.	Acțiunea unui strat de substanță anizotropă asupra fasciculelor de radiații optice	112
§2.1.	Divizarea fasciculelor de radiații prin dubla refracție	112
§2.2.	Schimbarea stării de polarizare a radiațiilor optice	114
§2.3.	Dispozitive compensatoare de drum optic	116
§2.4.	Determinarea stării de polarizare a radiațiilor optice	116
§2.5.	Filtre de polarizare	120

VII. SURSE ȘI RECEPTOARE DE RADIAȚII OPTICE

§1.	Tipuri de surse de radiații optice. Mărimi caracteristice	123
§2.	Receptoare de radiații optice. Mărimi caracteristice	127
§3.	Tipuri de receptoare de radiații optice	130

VIII. RADIOMETRIA ȘI FOTOMETRIA

§1.	Radiometria. Măsurări radiometrice	134
§2.	Fotometria. Mărimi și unități fotometrice (luminoase)	136
§2.1.	Fluxul luminos. Sensibilitatea spectrală a ochiului	136
§2.2.	Intensitatea luminoasă	139
§2.3.	Iluminarea luminoasă	139
§2.4.	Legea fotometrică a lui Lambert	140
§2.5.	Luminanța luminoasă	140
§2.6.	Emitanța luminoasă	141
§2.7.	Randamentul luminos	142

IX. OPTICA GEOMETRICĂ

§1.	Noțiuni introductive	143
§2.	Legile fundamentale ale opticii geometrice	144
§2.1.	Legea propagării rectilinii	144
§2.2.	Legile reflexiei și refracției	144
§2.3.	Principiul drumului invers	144
§2.4.	Principiul independenței razelor	145
§2.5.	Principiul lui Fermat	145
§2.6.	Teorema Malus-Dupin	148
§3.	Studiul sistemelor optice în aproximația Gauss	148
§3.1.	Convenții de semn în optica geometrică	149
§3.2.	Dioptrul sferic. Formule fundamentale	150
§3.3.	Formarea imaginii unui obiect liniar în dioptrul sferic. Condiția Lagrange-Helmholtz	157
§3.4.	Dioptrul plan. Formarea imaginilor	158
§3.5.	Oglinzi sferice și oglinzi plane. Formarea imaginilor	158
§3.6.	Sisteme optice centrate. Formarea imaginilor. Formule fundamentale	161
§3.7.	Elementele cardinale ale sistemelor optice centrate	165
§3.8.	Construcția imaginilor în sisteme optice centrate folosind elementele cardinale	168
§3.9.	Lentile. Formule fundamentale. Elemente cardinale	170
§3.10.	Construcția imaginilor în lentile subțiri	175
§3.11.	Sisteme optice centrate formate din două lentile subțiri. Formarea imaginilor	176
§3.12.	Sisteme telescopice formate din două lentile subțiri	181
§3.13.	Rolul diaframelor într-un sistem optic	182
§3.14.	Defectele sistemelor optice centrate	184
§3.15.	Acromatizarea sistemelor optice	188
§3.16.	Prisma optică	191
§3.17.	Aparate spectrale cu prismă	193

X. INTERFERENȚA RADIAȚIILOR OPTICE

§1.	Noțiuni introductive	197
§2.	Interferența a două fascicule de radiații optice generate de o sursă punctiformă	199
§3.	Interferența a două fascicule de radiații optice armonice	203
§4.	Influența dimensiunilor sursei de radiații asupra vizibilității franjelor de interferență	208
§5.	Vizibilitatea franjelor de interferență în lumină cvasimonocromatică și în lumină albă. Spectru cancelat	210
§6.	Dispozitive de interferență	213
§6.1.	Dispozitive de interferență în care fascicule coerente se obțin prin divizarea frontului de undă. Franje de interferență nelocalizate	213
§6.2.	Dispozitive de interferență în care fasciculele coerente se obțin prin divizarea în amplitudine. Franje de interferență localizate pe lame subțiri	218
§6.3.	Culorile lamelor subțiri	226
§6.4.	Aplicații ale interferenței radiațiilor optice	227
§7.	Interferența în fascicule multiple	232
§7.1.	Interferometrul Fabry-Perot	232
§7.2.	Caracteristicile interferometrului Fabry-Perot	237
§7.3.	Filtre interferențiale	239

XI. DIFRACTIA RADIAȚIILOR OPTICE

§1.	Principiul Huygens-Fresnel	241
§2.	Integrala de difracție Fresnel-Kirchhoff	244
§3.	Difracția Fresnel și difracția Fraunhofer	244
§4.	Difracția radiațiilor optice pe o deschidere circulară practică într-un ecran opac. Aproximația Fresnel	246
§5.	Difracția Fraunhofer pe o deschidere circulară	249
§5.1.	Puterea de rezoluție a instrumentelor optice	250
§6.	Difracția radiațiilor optice în cazul unui ecran plan opac cu deschideri dreptunghiulare	251
§6.1.	Difracția Fraunhofer printr-o fantă dreptunghiulară	252
§6.2.	Rețele de difracție	256
§6.3.	Rețeaua de difracție ca dispozitiv dispersiv. Aparatură spectrală cu rețea de difracție	259

BIBLIOGRAFIE

261

INTRODUCERE

§1. Scurt istoric.

Optica poate fi definită, pe scurt, ca fiind știința care se ocupă cu studiul luminii și al fenomenelor în care este implicată lumina. În vorbirea curentă prin lumină se înțeleg radiațiile care produc senzații vizuale. În optică, noțiunea de lumină are un sens mai larg așa cum se va preciza în cele ce urmează. Încă din antichitate problema fundamentală a opticii era aceea de a răspunde la întrebarea ce este lumina și de ce poate omul să vadă obiectele înconjurătoare? Deși întrebarea pare azi foarte simplă răspunsul corect nu a putut fi dat decât după câteva secole de cercetări în domeniul opticii și electromagnetismului. Primele încercări de a explica natura luminii și mecanismul vederii se găsesc în lucrările marilor filozofi ai Antichității: Pitagora, Democrit, Euclid, Aristotel, ș.a. Antichitatea și Evul Mediu nu au avut contribuții majore la dezvoltarea opticii deoarece în vremea aceea teoriile aveau un caracter speculativ, nefiind bazate pe experimente științifice.

Epoca Renașterii fundamentează caracterul experimental al științelor naturii și, începând cu secolul al XVII-lea, au fost concepute și construite aparate și dispozitive pentru cercetarea naturii prin observație și experiment. Astfel Galileo Galilei (1564-1642) construiește luneta astronomică și microscopul. Descartes (1596-1650) deduce teoretic legile reflexiei și refracției descoperite experimental de Snellius (1591-1626). În anul 1654 Fermat (1601-1665) enunță principiul conform căruia între două puncte date lumina se propagă pe drumul care este parcurs în timpul cel mai scurt. Acest principiu conține în el legile reflexiei și refracției. Se pun astfel bazele dezvoltării opticii geometrice.

În anul 1660 F.M. Grimaldi (1618-1663) descoperă fenomenul de pătrundere a luminii în umbra geometrică a corpurilor și de formare a unor franje colorate la marginea umbrei geometrice, adică fenomenul de difracție. Boyle (1627-1691) și Hooke (1633-1703) au remarcat formarea, în anumite condiții, a unor franje colorate pe straturi subțiri de substanță, care ulterior au fost explicate prin interferența luminii. În anul 1666, Isaac Newton (1642-1727), arată că lumina albă poate fi descompusă în componente monocromatice (care produc senzația de culoare) cu ajutorul unei prisme. La baza acestei descoperiri stă fenomenul de variație a indicelui de refracție al materialului unei prisme cu lungimea de undă (dispersia luminii). În 1670, E.Bartholinus (1625-1698) descoperă proprietatea unor cristale de a descompune prin refracție

un fascicul de lumină în două fascicule (dubla refracție sau birefringență). În 1675, Römer (1644-1710) determină pentru prima dată viteza luminii printr-o metodă astronomică bazată pe mișcarea sateliților planetei Jupiter.

Primele teorii științifice cu privire la natura luminii au apărut abia spre sfârșitul secolului al XVIII-lea. Acestea sînt teoria ondulatorie a lui C. Huygens (1629-1695) și teoria corpusculară a lui Newton. Bazele teoriei ondulatorii au fost puse de C. Huygens în lucrarea "Tratat despre lumină" din 1692. Huygens a conceput lumina ca fiind formată din unde elastice longitudinale (prin analogie cu undele acustice) și neperiodice care se propagă din aproape în aproape cu viteză finită într-un mediu ipotetic numit eter. El a formulat un principiu, care îi poartă numele, cu ajutorul căruia a explicat reflexia, refracția, dubla refracție, pătrunderea luminii în umbra geometrică a corpurilor ș.a.

În concepția lui Newton lumina este formată din corpusculi luminoși avînd proprietățile unor bile elastice care se deplasează cu aceeași viteză. Deși nu a putut explica fenomenele de interferență și de difracție, Newton și-a dat seama că acestea ar putea fi explicate numai dacă se admite că lumina este un fenomen periodic. Aceasta rezultă din faptul că în cartea sa "Optica", editată în 1704, reeditată în 1717 și 1721, pe lângă termenul de lumină-corpusul, folosește și termenul de lumină-undă.

Rezultatele cercetărilor din domeniul opticii în acea perioadă nu conduc la descoperiri care să pună în dificultate această teorie. Datorită mării autorități științifice a lui Newton, teoria corpusculară a fost acceptată ca singura teorie valabilă și predată în toate universitățile timp de aproape o sută de ani. De remarcat că cele două concepții, ondulatorie și corpusculară, asupra naturii luminii apar în toate etapele de dezvoltare a opticii dar în forme diferite.

În 1746, Euler (1707-1783) publică lucrarea "O nouă teorie a luminii și culorii" în care evidențiază caracterul periodic al undelor luminoase atribuind fiecărei radiații o lungime de undă. El este primul care face legătura dintre culoare și lungimea de undă. Euler a prezentat în aceeași lucrare o teorie ondulatorie a dispersiei luminii și o teorie elementară a interferenței. În 1807 T. Young (1773-1829) stabilește deosebirea dintre undele coerente și cele necoerente și enunță "principiul interferenței undelor". Meritul lui Young constă și în faptul că el a determinat pentru prima dată lungimea de undă a unei radiații cu ajutorul unui dispozitiv de interferență care îi poartă numele. Young a elaborat și o primă teorie a fenomenului de difracție.

În 1810 E.L. Malus (1775-1812) în lucrarea "Teoria dublei refracții" introduce în optică noțiunea de polarizare. Tot el a descoperit polarizarea luminii prin reflexie. În baza experimentelor de interferență în lumină polarizată, A.I. Fresnel (1788-1827) și D.F. Arago

(1786-1853) au ajuns la concluzia că lumina poate fi reprezentată numai prin unde transversale, în care oscilațiile se efectuează perpendicular la direcția de propagare.

Fresnel a reunit principiul lui Huygens cu principiul de interferență a lui Young și a reușit să explice fenomenul de difracție. Concepția asupra transversalității undelor luminoase îi permite lui Fresnel să explice și polarizarea luminii. Fresnel a pus bazele matematice ale teoriei ondulatorii reușind să obțină rezultate concordante cu experiența în cazul majorității fenomenelor cunoscute în optică (interferența, difracția, polarizarea, propagarea în medii izotrope și anizotrope, dubla difracție, rotirea planului de polarizare, reflexia, refracția ș.a.).

În anul 1846 M. Faraday (1791-1867) descoperă fenomenul de rotire magnetică a planului de polarizare care arată că între fenomenele optice și cele electromagnetice există o strînsă legătură. Această legătură a fost stabilită în anul 1873 de către J.C. Maxwell (1831-1879) care sintetizînd cunoștințele de bază din domeniul electromagnetismului stabilește un sistem de ecuații diferențiale cunoscute sub denumirea de ecuațiile lui Maxwell. În baza ecuațiilor obținute, Maxwell a prezis existența undelor electromagnetice și a afirmat că lumina este o undă electromagnetică. Teoria lui Maxwell a fost pe deplin acceptată numai după ce H. Hertz (1857-1894), în 1888, a reușit să obțină unde electromagnetice în laborator (cu frecvențe mai mici decît ale luminii) și a arătat că acestea au aceleași proprietăți ca și lumina.

Maxwell pune astfel bazele unei noi teorii ondulatorii a luminii cunoscute sub denumirea de teoria electromagnetică a luminii. În cadrul teoriei electromagnetice se consideră că lumina este un ansamblu de cîmpuri electrice și magnetice de aceeași natură ca undele electromagnetice hertziene (radiofonice) dar de lungimi de undă mult mai mici (frecvențe mult mai mari). După cum se știe din electricitate și magnetism, gama undelor electromagnetice cunoscute în prezent este foarte întinsă, de la lungimi de undă de ordinul miilor de metri în cazul undelor lungi folosite în telecomunicații pînă la valori de ordinul 10^{-13} m în cazul radiațiilor emise de unele elemente radioactive.

Convențional se consideră că domeniul radiațiilor optice, studiate în optică, este domeniul cuprins între lungimile de undă $\lambda_1 = 185$ nm (limită impusă de transparența atmosferei terestre) și $\lambda_2 = 20.000$ nm (limită impusă de transparența corpurilor pentru radiațiile generate prin emisie termică). Domeniul optic cuprinde radiațiile ultraviolete ($\lambda \in 185-380$ nm), vizibile ($\lambda \in 380-780$ nm) și infraroșii ($\lambda \in 780-20.000$ nm) frontierele dintre acestea fiind convenționale. Toate aceste radiații sînt de aceeași natură (electromagnetică) și pot fi generate, transportate și recepționate prin metode identice sau asemănătoare. Aceste radiații diferă prin lungimile de undă și, implicit, prin modul lor de interacțiune cu substanța.

Formalismul teoriei electromagnetice este la fel cu cel al teoriei undelor mecanice, însă lumina, ca undă electromagnetică, interacționează cu particulele încărcate cu sarcini electrice din substanță. Folosind forțele de natură electromagnetică în descrierea interacțiunii dintre radiație și substanță noua teorie reușește să explice cantitativ toate fenomenele de propagare a radiațiilor în diferite medii, dispersia, absorbția, difuzia ș.a.

Cu toate succesele extraordinare, teoria electromagnetică nu poate explica o serie de fenomene importante cum sînt : efectul fotoelectric descoperit, concomitent în 1887, de H.Hertz și de W. Hallwachs, compoziția spectrală a radiației emise de sursele de radiații, liniile întinse din spectrul de emisie al Soarelui descoperite de J.Fraunhofer (1787-1826), regularitățile din spectrele de emisie și de absorbție ale atomilor și moleculelor ș.a.

Legile care guvernează aceste procese constituie obiectul de studiu al opticii moderne și, chiar mai mult, al fizicii moderne. Fizica modernă începe cu descoperirea legităților în spectrele de radiații. Cu aproape 100 de ani în urmă G.Kirchhoff (1824-1887) și R.Bunsen (1811-1899) au explicat prezența liniilor Fraunhofer în spectrul solar în felul următor. Lumina produsă de Soare, care are un spectru continuu, trece prin gazele mai reci din atmosfera Soarelui care absorb radiațiile cu aceleași lungimi de undă ca și radiațiile pe care le pot emite aceste gaze. Această descoperire a condus la dezvoltarea analizei spectrale care se bazează pe faptul că toate elementele chimice în stare de gaz sau de vapori au un spectru de linii caracteristic. Cercetările ulterioare au stabilit că spectrul reprezintă o caracteristică a fiecărei substanțe și permite identificarea substanțelor și stabilirea compoziției cantitative a amestecurilor de substanțe. Studiul interacțiunii radiațiilor cu substanța aflată în diverse stări de agregare, a permis elucidarea structurii intime a materiei, stabilirea structurii atomilor și moleculelor, explicarea naturii interacțiunilor care se manifestă între particulele componente ale materiei. Cercetările amintite constituie obiectul de studiu al unei noi ramuri a fizicii numită spectroscopie. Aceasta s-a desprins treptat de optică devenind o disciplină de sine stătătoare, cu numeroase aplicații în diferite domenii de activitate.

Pentru a putea explica emisia și absorbția de radiații și legitățile spectrale trebuia ținut seama de faptul că legile mecanicii clasice nu pot descrie corect fenomenele care au loc în interiorul atomilor. Începutul schimbării teoriei clasice cu teoria cuantică a fost făcut în anul 1900 prin lucrările lui M.Planck (1858-1947). Contrar conceptelor fizicii clasice, Planck admite că absorbția și emisia de radiații nu se face continuu ci în cantități finite de energie $\epsilon = h\nu$, numite cuante de energie a căror mărime este proporțională cu frecvența radiației ($h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J·s este constanta lui Planck). În baza acestei teorii, Planck reușește să explice compoziția spectrală a

radiației corpului negru. Aplicînd această teorie la atomi, N.Bôhr (1885-1962), în 1913, a reușit să explice regularitățile din spectrele de linii ale gazelor.

Între anii 1906-1909, A.Einstein (1879-1955) aplicînd teoria lui Planck reușește să explice legile efectului fotoelectric. Extinzînd caracterul de discontinuitate de la procesele de emisie și absorbție la însuși cîmpul electromagnetic, în 1917, Einstein elaborează teoria cuantică a radiației. Conform acestei teorii, fasciculele de lumină sînt formate din "pachete" de energie (cuante) independente numite fotoni. Se ajunge din nou la o teorie corpusculară, discretă, a luminii, dar de un tip cu totul nou, în care fotonii nu mai sînt simple bile elastice ci cuante ale cîmpului electromagnetic care mijlocesc interacțiunea dintre particulele încărcate cu sarcini electrice. Fasciculele de fotoni se comportă în unele cazuri la fel ca undele electromagnetice de frecvențe date. Din cele spuse, rezultă că lumina este un fenomen complex care prezintă în același timp proprietăți ondulatorii (electromagnetice) și corpusculare (fotonice). Numeroase experimente de fizică au demonstrat ulterior faptul că această dualitate undă-particulă este proprie nu numai luminii ci tuturor fasciculelor de particule microscopice (electroni, particule α , protoni, neutroni etc.).

Microparticulele nu se supun legilor mecanicii clasice ci legilor mecanicii și electrodinamicii cuantice, în cadrul cărora și-au găsit explicații corecte toate procesele de interacțiune dintre particulele elementare, inclusiv cele de emisie și absorbție.

Bazele teoretice ale spectroscopiei se dezvoltă și în prezent în paralel cu mecanica cuantică.

§.2. Principalele caracteristici ale radiațiilor optice.

Din punct de vedere al teoriei electromagnetice, radiațiile optice au caracteristici de procese periodice. Periodicitatea spațială se exprimă prin lungimea de undă λ iar periodicitatea temporală prin perioada T sau frecvența $\nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}$. De multe ori, în spectroscopie, în loc de lungimea de undă λ sau frecvența ν se folosește numărul de undă $\bar{\nu} = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$. Lungimea de undă se exprimă, de regulă, în nm sau μm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$, $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$), perioada se exprimă în secunde (s), frecvența în hertzi (Hz) sau s^{-1} iar numărul de undă în cm^{-1} .

În procesele de interacțiune a radiațiilor optice cu substanța, particulele de substanță încărcate cu sarcini electrice execută mișcări accelerate sub acțiunea forței electro-magnetice a cîmpului. Sub acțiunea cîmpului electromagnetic de frecvențe diferite, particulele execută mișcări diferite și, ca urmare, radiațiile optice produc anumite efecte specifice.

Astfel, radiațiile ultraviolete produc efect fotoelectric (scot electroni din metale), efect chimic (înnegresc placa fotografică, produc reacții fotochimice, distrug microorganismele etc.). Radiațiile infraroșii produc efect termic (încălzesc corpurile cu care interacționează). Radiațiile vizibile, pe lângă efectele fotoelectric, chimic și termic pe care le produc, au proprietatea remarcabilă de a produce senzații vizuale. Radiațiile vizibile, deși ocupă un domeniu foarte îngust din domeniul optic, au un rol foarte important în activitatea omului deoarece produc senzații vizuale. Radiațiile vizibile ne permit să obținem informații despre obiectele și fenomenele din natură. Menționăm că aproximativ 90% din totalul informațiilor primite de un om normal în timpul vieții sînt obținute pe cale vizuală. Informațiile vizuale au marele avantaj că se pot obține direct și de la distanță. Uneori observațiile vizuale se pot obține și de la distanțe foarte mari, de exemplu prin observații astronomice. Alte caracteristici principale ale radiațiilor optice sînt: viteza de propagare, compoziția spectrală, starea de polarizare, gradul de coerență și structura geometrică a fasciculelor de raze. În procesele de interacțiune a radiațiilor optice cu substanța unele caracteristici ale radiațiilor optice se modifică. Studiind aceste modificări se pot obține informații despre structura și compoziția substanței. Astfel de studii se realizează în cadrul opticii și spectroscopiei. Pentru explicarea fenomenelor optice în cadrul acestui curs vom folosi, de regulă, teoria electromagnetică clasică dar unde va fi necesar vom face apel și la conceptele teoriei cuantice.

Optica și spectroscopia au numeroase aplicații în diferite domenii de activitate. Remarcăm dintre acestea: obținerea, stocarea și transmiterea de informații, utilizarea metodelor optice de măsură, control și comandă automată, utilizarea metodelor spectrale pentru stabilirea structurii și compoziției chimice a substanțelor, studiul mediului înconjurător, studiul cosmosului ș.a.

II. ELEMENTE DE OPTICĂ ELECTROMAGNETICĂ

§1. Ecuațiile lui Maxwell.

Pentru a descrie fenomenele electromagnetice este necesar să se stabilească modul de variație în timp a unor mărimi fizice care pot fi exprimate cantitativ în fiecare punct din spațiul în care aceste fenomene se produc. Totalitatea mărimilor fizice de aceeași natură asociate punctelor dintr-un domeniu spațial dat poartă denumirea de câmp. Câmpul poate fi exprimat prin funcții matematice sau prin graficele unor funcții matematice. După mărimea fizică pentru care este definit, câmpul poate fi scalar (câmp de potențial, câmp de densitate de sarcină, etc.) sau vectorial (câmp de forțe, câmp electric, câmp de inducție magnetică etc.). Se știe că între particulele încărcate cu sarcini electrice au loc interacțiuni care se manifestă prin modificarea reciprocă a stării lor de mișcare.

În electrodinamica clasică, mișcările particulelor încărcate cu sarcini electrice pot fi exprimate cantitativ cu ajutorul unui câmp de forțe:

$$\vec{F}(\vec{R}, t) = e\vec{E}(\vec{R}, t) + q[\vec{v} \times \vec{B}(\vec{R}, t)] \quad (1)$$

În (1) $\vec{R}$ este vectorul de poziție al punctului în care se află particula încărcată cu sarcina electrică q , $\vec{v}$ este viteza particulei, $\vec{E}$ intensitatea câmpului electric iar $\vec{B}$ inducția câmpului magnetic.

Interacțiunile electromagnetice au fost studiate mai întâi experimental și au fost stabilite legile lor de bază. J.Cl. Maxwell, în 1873, a reușit să sintetizeze cunoștințele exprimate prin aceste legi empirice și să le exprime printr-un sistem de ecuații diferențiale, care îi poartă numele, și care pot fi scrise sub forma:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (I), & \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (II), \\ \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (III), & \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \quad (IV) \end{aligned} \quad (2)$$

În aceste ecuații: ϵ_0 (permitivitatea electrică a vidului) și μ_0 (permiabilitatea magnetică a vidului) sînt constante fizice de valori

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{farad}}{\text{m}}, \quad \mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{henry}}{\text{m}}, \quad (3)$$

$\vec{J}$ este un câmp vectorial care exprimă densitatea totală de curent electric corespunzător mișcării tuturor particulelor încărcate cu sarcini electrice în spațiul pentru care este definit câmpul, indiferent dacă aceste particule sînt libere sau legate în sisteme de particule, ρ este un câmp scalar care exprimă densitatea totală de sarcini electrice, libere și legate iar $\vec{E}$ și $\vec{B}$ au semnificații precizate anterior.

Ecuatiile lui Maxwell (2) pot fi utilizate ca principii de bază în tratarea fenomenelor electromagnetice deoarece nici o deducție teoretică realizată în baza lor nu a fost infirmată experimental. Ecuatiile (2) au un remarcabil grad de generalitate permițînd să se rezolve orice problemă de propagare a undelor electromagnetice în diferite medii și să se prevadă fenomene noi.

În cadrul acestui curs vom folosi ecuațiile lui Maxwell, în calitate de principii de bază, pentru a studia propagarea cîmpurilor electromagnetice optice în vid și în diferite substanțe.

§2. Propagarea undelor electromagnetice în vid.

Pentru spațiul lipsit de substanță (vid) avem:

$$\rho = 0 ; \vec{J} = 0 \quad (4)$$

iar ecuațiile lui Maxwell (2) pot fi scrise sub forma:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (I), & \nabla \times \vec{B} &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (II), \\ \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \quad (III), & \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \quad (IV) \end{aligned} \quad (5)$$

Aplicînd operatorul rotor " $\nabla \times$ " ecuației I și folosind ecuația II putem scrie:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (6)$$

Folosind identitatea $\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E}$, cunoscută din analiza vectorială, și relația III se obține ecuația:

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (7)$$

În mod analog, aplicînd operatorul " $\nabla \times$ " ecuației II și folosind relațiile I și IV se obține ecuația:

$$\Delta \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (8)$$

Ecuatiile diferențiale cu derivate parțiale de ordinul doi vectoriale (7) și (8) sînt echivalente cu 6 ecuații scalare de același tip pentru componentele E_x, E_y, E_z și B_x, B_y, B_z . Folosind formulele

dimensionale ale mărimilor ϵ_0 și μ_0 (cunoscute din electricitate) Maxwell a constatat că produsul $\epsilon_0 \mu_0$ are dimensiunile inversului unei viteze la pătrat ($T^2 L^{-2}$). De aici el a dedus că ecuațiile diferențiale (7) și (8) sînt de forma:

$$\Delta f(x, y, z, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f(x, y, z, t)}{\partial t^2} \quad (9)$$

Ecuatiile de forma (9) erau cunoscute și se știa că ele exprimă procese de propagare în spațiu (unde) cu viteza constantă v .

Deoarece cîmpurile $\vec{E}$ și $\vec{B}$ satisfac ecuația de propagare a undelor (9), Maxwell a ajuns la concluzia că, în anumite condiții, cîmpul electric și cel magnetic se pot propaga împreună în spațiu, sub formă de undă electromagnetică, cu viteza:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,9 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (10)$$

În acest mod Maxwell a dedus teoretic existența undelor electromagnetice. Pe atunci nu se cunoștea încă modalitatea practică de a produce astfel de unde dar era cunoscută, din determinări experimentale, viteza de propagare a luminii în vid (c). Dat fiind faptul că viteza (10) coincide cu viteza luminii în vid, Maxwell a afirmat că lumina este un exemplu de undă electromagnetică punînd astfel bazele teoriei electromagnetice a radiațiilor optice. Această teorie a primit o strălucită confirmare experimentală în anul 1888 cînd H. Hertz a reușit să genereze unde electromagnetice în laborator, și a arătat că acestea se comportă la fel cu radiațiile optice (se reflectă, se refractă, interferează, se difractă, pot fi polarizate etc.).

§3. Modele de unde electromagnetice. Transversalitatea undelor.

Undele electromagnetice pot fi exprimate prin funcții vectoriale care trebuie să fie soluții ale ecuațiilor lui Maxwell (5) și ale ecuațiilor de propagare (7) și (8). În cele ce urmează vom prezenta două din cele mai simple modele (idealizate) de unde electromagnetice care joacă un rol deosebit în optică.

a) Unde armonice plane. Cel mai simplu model de undă electromagnetică este acela în care intensitatea cîmpului electric $\vec{E}(\vec{R}, t)$ poate fi exprimată prin partea reală a funcției complexe:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R} + \psi_0)} \quad (11)$$

în care $\vec{E}_0$ este amplitudinea intensității cîmpului electric iar

$$\psi = \omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R} + \psi_0 \quad (12)$$

este faza undei electromagnetice. În (11) și (12) t este timpul, $\vec{R}$ vectorul de poziție al punctului în care se exprimă intensitatea cîmpului electric (și faza undei), ω_0 -pulsția undei, care determină

frecvența ϑ_0 a undei prin relația $\omega_0 = 2\pi\vartheta_0$. $\vec{K}_0$ este un vector constant iar ψ_0 este o constantă numită fază inițială a undei.

Prin amplitudinea $\vec{E}_0$ se exprimă direcția de acțiune a intensității cîmpului electric și valoarea sa maximă. Mărimea $\vec{E}_0$ este constantă în timp atît ca valoare cît și ca direcție. Unda electromagnetică în care direcția de acțiune a intensității cîmpului electric rămîne constantă în timp, în orice punct din spațiul de propagare, se numește undă liniar polarizată sau plan polarizată.

După cum rezultă din (12), faza undei este un cîmp scalar funcție de punct (prin mărimea $\vec{R}$) și de timp. Un astfel de cîmp poate fi caracterizat prin suprafețele pentru care:

$$\psi = \omega_0 t - \vec{K}_0 \vec{R} + \psi_0 = \text{const.} \quad (13)$$

Suprafețele exprimate prin (13) se numesc suprafețe de fază constantă. Pentru $t = \text{const.}$ din (13) se obține

$$\vec{K}_0 \vec{R} = \text{const.} \quad (14)$$

Ecuția (14) (în care $\vec{K}_0$ este un vector constant) este ecuația unui plan la care $\vec{K}_0$ este ortogonal în fiecare punct al planului (Fig. 1). Din (13) și (14) rezultă că unda a cărei intensitate de cîmp electric poate fi exprimată prin funcția (11) are suprafețele de fază constantă plane. Undele care au suprafețele de fază constantă plane se numesc unde plane. Vectorul

$$\vec{K}_0 = K_0 \vec{N} \quad (15)$$

unde $\vec{N}$ este versorul normalei la suprafața de fază constantă, se numește vector de undă. Folosind (15) putem scrie (14) sub forma:

$$\vec{K}_0 \vec{R} = K_0 \vec{N} \cdot \vec{R} = K_0 L = \text{const.} \quad (16)$$

Mărimea

$$L = \vec{N} \cdot \vec{R} \quad (17)$$

reprezintă o distanță măsurată pe direcția normală la suprafața de fază constantă (Fig. 1). Folosind (16) putem scrie (13) sub forma:

$$L = L_0 + \frac{\omega_0}{K_0} t \quad (18)$$

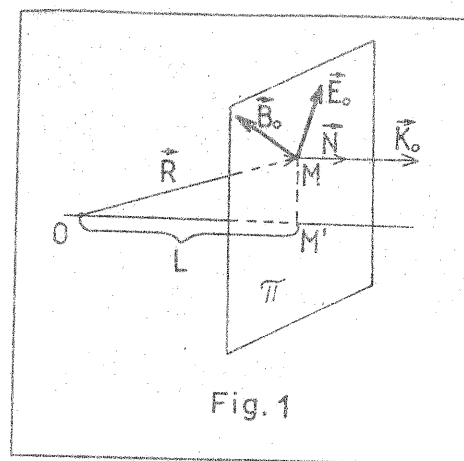


Fig. 1

unde am notat:

$$L_0 = \frac{\psi_0 - \text{const.}}{K_0} \quad (19)$$

Relația (18) arată că suprafețele de fază constantă ale undelor plane se deplasează pe direcția lor normală $\vec{N}$ cu viteza:

$$c = \frac{\omega_0}{K_0} \quad (20)$$

Din (20) rezultă că mărimea vectorului de undă poate fi exprimată prin relațiile:

$$K_0 = \frac{\omega_0}{c} = \frac{2\pi\vartheta_0}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{cT} \quad (21)$$

Formula (21) arată că mărimea vectorului de undă exprimă atît perioada spațială a undei (λ_0) cît și perioada temporală (T) determinată de frecvența undei prin relația $\vartheta_0 = \frac{1}{T}$.

Funcția de undă (11) trebuie să fie soluție a ecuațiilor lui Maxwell. Dacă aplicăm funcției (11) operatorul rotor " $\nabla \times$ " din ecuația I (5) se poate obține:

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} = -i\vec{K}_0 \times \vec{E} = -i(\vec{K}_0 \times \vec{E}_0)e^{i(\omega_0 t - \vec{K}_0 \vec{R} + \psi_0)} \quad (22)$$

Integrînd ecuația (22), rezultă că inducția magnetică într-o undă plană poate fi exprimată prin funcția:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\omega_0 t - \vec{K}_0 \vec{R} + \psi_0)} \quad (23)$$

unde

$$\vec{B}_0 = \frac{1}{\omega_0} (\vec{K}_0 \times \vec{E}_0) \quad (24)$$

Din (11) și (23) rezultă că intensitatea cîmpului electric și inducția magnetică ale unei unde plane au fazele egale în orice punct al spațiului de propagare și la orice moment de timp. Cu alte cuvinte, elongațiile $\vec{E}$ și $\vec{B}$ din unda electromagnetică sînt permanent în fază (trec simultan prin valorile maxime, prin valorile minime și își schimbă sensul de acțiune simultan).

Orientarea reciprocă a vectorilor $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$. Folosind (11) și (23) și efectuînd în (II.5) operațiile cerute de operatorii rotor " $\nabla \times$ " și $\frac{\partial}{\partial t}$, se poate obține:

$$\vec{E}_0 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 \omega_0} (\vec{B}_0 \times \vec{K}_0) \quad (25)$$

Din (25) rezultă că vectorul $\vec{E}_0$ este ortogonal pe planul determinat de vectorii $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$. Din (24) rezultă că vectorul $\vec{B}_0$ este ortogonal pe planul determinat de vectorii $\vec{K}_0$ și $\vec{E}_0$. Din (24) și (25) rezultă deci că vectorii $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$ sînt reciproc perpendiculari formînd un triedru drept. Orientarea reciprocă a vectorilor $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$ într-un punct din spațiul de propagare al unei unde electromagnetice plane, este reprezentată în figura 1. Deoarece $\vec{K}_0$ este normal la suprafața de fază constantă, vectorii $\vec{E}_0$ și $\vec{B}_0$ sînt conținuți în suprafața de fază constantă a unei plane.

Ținînd seama de faptul că vectorii $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$ sînt ortogonali, ecuațiile (24) și (25) pot fi scrise sub forma:

$$B_0 = \frac{K_0}{\omega_0} E_0 \quad ; \quad E_0 = \frac{K_0}{\epsilon_0 \mu_0 \omega_0} B_0 \quad (26)$$

Din (26), (10) și (21) pot fi obținute formulele:

$$c = \frac{\omega_0}{K_0} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (27)$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} \quad ; \quad B = \frac{E}{c} \quad (28)$$

Formula (27) arată că viteza de fază constantă este determinată de mărimile ϵ_0 și μ_0 . Formula (28) arată că într-o undă electromagnetică există o relație de proporționalitate între mărimile E_0 și B_0 respectiv între E și B .

Undele care au caracteristicile prezentate mai sus le vom numi unde armonice plane.

b) Unde armonice sferice. Un alt model simplu de undă electromagnetică (idealizată) este acela în care intensitatea cîmpului electric și inducția magnetică pot fi exprimate prin părțile reale ale funcțiilor:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{\vec{E}_0}{R} e^{i(\omega_0 t - K_0 R + \psi_0)} \\ \vec{B} &= \frac{\vec{B}_0}{R} e^{i(\omega_0 t - K_0 R + \psi_0)} \end{aligned} \quad (29)$$

În acest caz, suprafețele de fază constantă $\psi = \text{const.}$ (13) se obțin în condiția:

$$R = \text{const.} \quad (30)$$

Ecuația (30) este ecuația unei sfere de rază R . Din condiția $\psi = \text{const.}$, analog cu (18) și (19) se poate obține:

$$R = R_0 + \frac{\omega_0}{K_0} t \quad (31)$$

unde am notat:

$$R_0 = \frac{\psi_0 - \text{const.}}{K_0} \quad (32)$$

Relațiile (30) și (31) arată că suprafețele de fază constantă ale unei exprimate prin funcțiile (29) sînt suprafețe sferice și că ele se deplasează în spațiu cu viteza $c = \frac{\omega_0}{K_0}$ (20) astfel încît își păstrează centrul de curbura în timp ce raza lor crește conform formulei (31).

Undele electromagnetice pentru care intensitatea de cîmp electric și inducția magnetică pot fi exprimate prin părțile reale ale funcțiilor (29) se numesc unde electromagnetice armonice sferice. Orientarea reciprocă a vectorilor $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$, $\vec{K}_0$. Folosind ecuațiile de undă (29) și efectuînd calculele indicate de operatorii rotor " $\nabla \times$ " și $\frac{\partial}{\partial t}$ care intervin în ecuațiile I și II (5) rezultă că și în cazul undelor sferice sînt satisfăcute relațiile (24) și (25), care arată că vectorii $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$ sînt reciproc ortogonali formînd un triedru drept, cît și relațiile (26), (27) și (28). Orientarea reciprocă a vectorilor $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$ în cazul undelor sferice este prezentată în Fig. 2. Cînd vectorul $\vec{E}_0$ are în fiecare punct din spațiul de propagare direcția independentă de timp unda electromagnetică sferică este liniar polarizată.

Din cele arătate mai sus rezultă că atît în cazul undelor plane cît și în cazul undelor sferice suprafețele de fază constantă, numite și suprafețe de undă, sînt perpendiculare la direcția razelor în orice punct al lor. Unei suprafețe de undă plane îi corespunde un fascicul de raze paralele (sursă situată la infinit) iar unei suprafețe de undă sferice îi corespunde un fascicul de raze omocentric (sursă punctiformă situată la distanță finită).

Vectorii $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}_0$ fiind ortogonali, din (11), (23) și (29) rezultă că și vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ și $\vec{K}$ sînt ortogonali. Rezultă deci că undele electromagnetice sînt unde transversale în care vibrațiile mărimilor $\vec{E}$ și $\vec{B}$ se efectuează pe direcții perpendiculare la direcția de propagare $\vec{N}$.

Precizăm că numai părțile reale ale funcțiilor complexe (11), (23) și (29) au semnificație fizică dar multe calcule devin mai simple dacă se folosește reprezentarea complexă.

§4. Unde electromagnetice optice generate de un sistem atomic. (Emisia de dipol electric).

Prin sistem atomic vom înțelege orice particulă de substanță (atom, moleculă, ion atomic sau ion molecular). Astfel de particule sînt încărcate cu sarcini electrice aflate în continuă mișcare, localizate într-un volum foarte mic. În ansamblu ele pot fi neutre (atomi, molecule), încărcate cu sarcini electrice (ioni) sau echivalente cu un dipol electric (molecule dipolare). În conformitate cu mecanica cuantică și cu datele experimentale, sistemele atomice pot trece dintr-o stare staționară (de echilibru) în alta. În timpul acestor tranziții ele au un moment dipolar electric

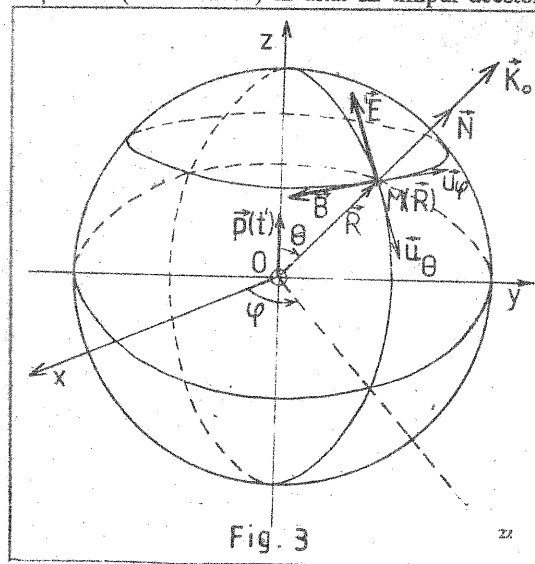


Fig. 3

variabil în timp, propriu sau indus prin acțiuni exterioare. Să considerăm un sistem atomic, situat în originea unui sistem de coordonate (X,Y,Z) (Fig.3), care are un moment dipolar electric $\vec{p}(t)$ variabil în timp dar care are în spațiu o direcție bine determinată, după axa Oz. În conformitate cu electrodinamica clasică, sistemele atomice care posedă momente dipolare electrice $\vec{p}(t)$ variabile în timp generează unde electromagnetice. Intensitatea câmpului electric $\vec{E}$ și inducția magnetică

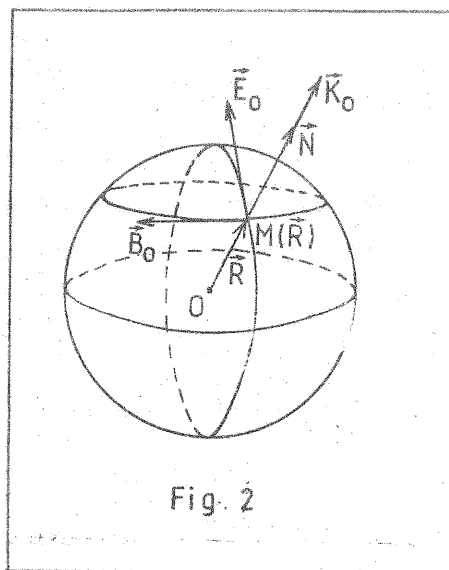


Fig. 2

$\vec{B}$ a câmpului electromagnetic generat de sistemul atomic pot fi calculate folosind ecuațiile lui Maxwell (2). Astfel de calcule depășesc cadrul cursului nostru și de aceea vom prezenta doar soluțiile ecuațiilor (mărimile $\vec{E}(\vec{R},t)$ și $\vec{B}(\vec{R},t)$ într-un punct oarecare $M(\vec{R})$ din spațiu și concluziile care prezintă interes în optică.

Poziția punctului $M(\vec{R})$ poate fi dată prin vectorul de poziție $\vec{R}$ în sistemul de coordonate (x, y, z) și prin coordonatele sferice R, θ, φ într-un sistem de coordonate sferice cu originea în punctul 0 (Fig.3). Cu originea în punctul $M(\vec{R})$ considerăm un sistem triortogonal de axe de coordonate orientate prin versorii $\vec{N}$, $\vec{u}_\theta$ și $\vec{u}_\varphi$ aleși în felul următor: $\vec{N}$ este versorul direcției de propagare $OM(\vec{R} = R\vec{N})$, $\vec{u}_\varphi$ este ortogonal la $\vec{R}$ (în punctul M) situat în planul determinat de vectorii $\vec{p}(t')$ și $\vec{R}$ și orientat în sensul creșterii unghiului θ , $\vec{u}_\theta$ este ortogonal la $\vec{R}$ și la $\vec{u}_\varphi$ (în punctul M) și orientat în sensul creșterii unghiului φ . Pentru simplificarea calculelor se admite că punctul $M(\vec{R})$ se află la distanță suficient de mare față de sistemul atomic astfel încât să se poată considera, în prima aproximație, că toate particulele încărcate cu sarcini electrice din sistemul atomic se găsesc la aceeași distanță față de punctul $M(\vec{R})$.

Rezolvind sistemul de ecuații al lui Maxwell (5) în condițiile precizate mai sus se găsește că intensitatea de câmp electric $\vec{E}$ și inducția magnetică $\vec{B}$ în punctul $M(\vec{R})$ pot fi exprimate prin formulele:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{R}, t) &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \cdot \frac{\sin \theta}{R} \cdot \frac{\partial^2 p(t')}{\partial t'^2} \vec{u}_\theta \\ \vec{B}(\vec{R}, t) &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{\sin \theta}{R} \cdot \frac{\partial^2 p(t')}{\partial t'^2} \vec{u}_\varphi\end{aligned}\quad (33)$$

În (33) c este viteza luminii în vid, $p(t')$ este mărimea momentului dipolar la momentul t' al emisiei radiațiilor care ajung în $M(\vec{R})$ la momentul t iar celelalte mărimi au semnificațiile cunoscute. Mărimea

$$\Delta t = t - t' = \frac{R}{c}\quad (34)$$

și reprezintă intervalul de timp necesar ca radiațiile să se propage din 0 în M.

Din formulele (33) rezultă următoarele caracteristici ale câmpului electromagnetic generat de un sistem atomic:

- vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ și $\vec{K}_0$ formează un triedru drept.
- unda electromagnetică emisă de un dipol electric este liniar polarizată [$\vec{E}(\vec{R}, t)$ este coliniar cu $\vec{u}_\theta$].
- mărimile $\vec{E}$ și $\vec{B}$ iau la un moment dat ($t = \text{constant}$) valori constante în toate punctele situate pe cercurile paralele ($\theta = \text{const.}$) ale unei sfere de rază $R = c\Delta t$. Mărimile $\vec{E}$ și $\vec{B}$ ating

valorile lor maxime pe direcțiile din planul XOY ($\theta = \frac{\pi}{2}$) și valori minime egale cu zero pentru $\theta = 0$ (dipolul nu emite radiație pe direcția momentului lui dipolar).

d) între mărimile $\vec{E}$ și $\vec{B}$ există relația de echivalență $B = \frac{E}{c}$ (28).

e) Modul de variație în timp a intensităților de câmp este determinat de modul de variație în timp a momentului dipolar al sistemului atomic. Valorile intensităților de câmp în $M(\vec{R})$ sînt retardate cu Δt (34) față de valorile intensităților de câmp generate de dipol la momentul t' (în O).

Din (33) rezultă că modul de variație în timp a momentului dipolar determină modul de variație în timp a mărimilor $\vec{E}$ și $\vec{B}$. Pentru a arăta cum pot să varieze în timp aceste mărimi, în cele ce urmează vom prezenta două dintre cele mai simple modele teoretice, utilizate în fizica clasică, pentru a exprima procesele de emisie și reemisie de radiații.

§5. Emisia spontană a radiațiilor optice. Pentru a emite radiații optice sistemele atomice trebuie să posede energie internă mai mare decât energia lor de echilibru stabil. Surplusul de energie, față de energia internă de echilibru stabil, se numește energie de excitare. Starea în care sistemul posedă energie de excitare se numește stare excitată a sistemului atomic. Sistemul atomic aflat în stare excitată (de echilibru instabil), trebuie să revină mai devreme sau mai târziu în starea de echilibru stabil care se numește stare de bază. Dacă revenirea în starea de bază se realizează în urma unor cauze interne și este însoțită de generare de radiații optice, procesul se numește emisie spontană.

Sistemele atomice pot fi aduse în stări excitate prin ciocniri cu alte particule (sisteme atomice, electroni, fotoni etc.). În timpul ciocnirii sistemului atomic acesta poate fi deformat astfel încît se produce o separare a sarcinilor electrice pozitive și negative și ca urmare sistemul capătă un moment dipolar electric indus. Cel mai simplu model de sistem atomic excitat, elaborat în cadrul electrodinamicii clasice, aproximează sistemul atomic excitat cu un dipol electric punctiform al cărui moment dipolar electric indus în urma ciocnirii este:

$$\vec{p} = q\vec{r}\quad (35)$$

unde $\vec{r}$ este distanța dintre centrele de sarcină ale particulelor din sistemul atomic, iar q cantitatea de electricitate, care determină momentul dipolar indus în procesul de ciocnire. După ciocnire sistemul atomic tinde să revină în stare de echilibru stabil. În cazul emisiei spontane acest lucru se realizează prin acțiunea unor forțe interne de natură electrică și care pot fi exprimate prin formula:

$$\vec{F} = -k\vec{r} \quad (36)$$

unde k este o constantă pozitivă caracteristică sistemului. După ciocnire, care durează un timp foarte scurt, acționează concomitent forțele de tip cvasielastice (36), care caută să readucă sistemul în starea de echilibru, și forțele de "frecare internă" care se opun mișcării particulelor din sistem și care pot fi exprimate prin formula :

$$\vec{F}_f = -\eta \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (37)$$

unde t este timpul în procesul de revenire la starea de echilibru stabil, η este o constantă pozitivă care determină mărimea forței de frecare iar $\frac{d\vec{r}}{dt}$ este viteza medie de mișcare a particulelor sub acțiunea forțelor (36) și (37). Folosind (36) și (37) putem scrie ecuația de mișcare a particulei de masă m din sistemul atomic, în procesul de revenire la starea de echilibru stabil, sub forma :

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = 0 \quad (38)$$

unde am notat :

$$\gamma = \frac{\eta}{m} ; \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (39)$$

În (39) γ este factorul de amortizare a mișcării iar ω_0 pulsația proprie a sistemului atomic. Ecuația (38) are o soluție particulară de forma :

$$\vec{r} = \vec{r}_0 e^{i(At + \psi_0)} \quad (39')$$

unde A și ψ_0 sînt constante.

Înlocuind (39') în (38) după efectuarea derivatelor și rezolvarea ecuației de gradul doi în A , se obține :

$$A = i\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}} \quad (39'')$$

În domeniul optic $\gamma \ll \omega_0$ ($\frac{\gamma^2}{4}$ poate fi neglijat față de ω_0^2) iar funcția (39') poate fi scrisă, în primă aproximație, sub forma:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 e^{\frac{\gamma}{2}t} e^{i(\omega_0 t + \psi_0)} \quad (40)$$

Folosind funcțiile (40) și (35), scrise pentru $t = t - \frac{R}{c}$, putem exprima momentul dipolar electric al sistemului atomic în timpul procesului de trecere din starea excitată în starea de bază prin funcția :

$$\vec{p}(t) = q\vec{r}(t) = \vec{p}_0 \cdot e^{\frac{\gamma}{2}(t - \frac{R}{c})} \cdot e^{i(\omega_0 t - K_0 R + \psi_0)} \quad (41)$$

Derivând $\vec{p}(t)$ (41) de două ori în raport cu t și înlocuind în (33) se poate obține :

$$\vec{E} = +E_0 \frac{\sin \theta}{R} e^{\frac{\gamma}{2}(t - \frac{R}{c})} \cdot e^{i(\omega_0 t - K_0 R + \psi_0)} \cdot \vec{u}_\theta \quad (42)$$

unde :

$$E_0 = \frac{p_0}{4\pi\epsilon_0 c^2} \left(-\frac{\gamma}{2} + i\omega_0 \right)^2 ; \quad p_0 = q\vec{r}_0 \quad (43)$$

Din (42) rezultă că amplitudinea intensității cîmpului electric generat prin emisie spontană scade exponențial în timp. O expresie asemănătoare cu (42) se poate obține și pentru inducția magnetică $\vec{B}(\vec{u}_\theta \rightarrow \vec{u}_\phi, E_0 \rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c})$. Cîmpul electric generat are caracteristicile arătate în paragraful precedent (a, b, c, d, e).

§6. Emisia forțată a radiațiilor optice (reemisia). Un sistem atomic poate emite energia de excitare și sub acțiunea unui cîmp electromagnetic exterior. Generarea undelor electromagnetice ca urmare a unor cauze externe se numește emisie forțată (reemisie).

Prezentăm, în cele ce urmează, cel mai simplu model de emisie forțată elaborat în cadrul teoriei clasice. Să admitem că un sistem atomic se află sub acțiunea unui cîmp electromagnetic, în care intensitatea de cîmp electric poate fi exprimată printr-o funcție de forma:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t + \psi_0)} \quad (44)$$

în care E_0 nu depinde de timp. Forțele care se exercită asupra particulelor încărcate cu sarcini electrice din sistemul atomic pot fi exprimate prin formula (1). Ținînd seama de relația $B = \frac{E}{c}$ (28) și de faptul că viteza de mișcare a particulelor încărcate cu sarcini electrice satisface condiția $v \ll c$, în cazul undelor electromagnetice forța magnetică poate fi neglijată în raport cu forța electrică și putem scrie în primă aproximație:

$$\vec{F}_* = q\vec{E} \quad (45)$$

În aceste condiții, asupra particulei de masă m și sarcină q din sistemul atomic acționează forțele (36), (37) și (45). Folosind funcția (44) și notațiile (39) putem scrie ecuația de mișcare în acest caz sub forma:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E} \quad (46)$$

Ecuația (46) are o soluție particulară de forma:

$$\vec{r} = \frac{\frac{q}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \vec{E} \quad (47)$$

Ținând seama de (47) rezultă că sistemul atomic aflat sub acțiunea câmpului electromagnetic capătă momentul dipolar

$$\vec{p} = q\vec{r} = \tilde{\alpha} \vec{E} \quad (48)$$

unde:

$$\tilde{\alpha} = \frac{\frac{q^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \quad (49)$$

Mărimea $\tilde{\alpha}$ (49) se numește polarizabilitatea sistemului atomic. Ea este o mărime caracteristică sistemului atomic, prin mărimile q , m , ω_0 și γ , depinde de frecvența câmpului electromagnetic exterior ω și se exprimă printr-o funcție complexă.

Înlocuind (48) și (44), scrise pentru $t' = t - \frac{R}{c}$, în (33) și efectuând derivata $\frac{\partial^2 p(r)}{\partial t^2}$ rezultă că intensitatea câmpului electric a unei secundare în punctul $M(\vec{R}, t)$ se exprimă prin formula:

$$\vec{E}_s = \tilde{\alpha} E_{0s} \frac{\sin \theta}{R} e^{i(\omega t - k_0 R)} \cdot \vec{u}_\theta \quad (50')$$

în care:

$$E_{0s} = \frac{\omega^2 E_0}{4\pi\epsilon_0 c^2} \quad (50'')$$

O expresie asemănătoare cu (50') se obține și pentru inducția magnetică $\vec{B}_s(\vec{u}_\theta \rightarrow \vec{u}_\phi, E_0 \rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c})$. Din (50') și (50'') rezultă că intensitatea câmpului electric a unei secundare este determinată de unda primară prin mărimile E_0 și ω și de sistemul care emite prin polarizabilitatea $\tilde{\alpha}$ (49).

§7. Radiații optice generate de o sursă punctiformă.

Orice sursă reală de radiații optice este formată dintr-un număr foarte mare de sisteme atomice ($\geq 10^{16}$) care participă la transformarea unei forme de energie dată în energie radiantă. În sursele clasice de radiații predomină procesele de emisie spontană. Caracteristicile radiațiilor generate de o sursă prin emisie spontană sînt determinate de natura sistemelor atomice care formează sursa, de interacțiunile dintre aceste sisteme, precum și de forma și dimensiunile sursei. Cel mai simplu model teoretic de sursă, care explică principalele caracteristici ale radiațiilor emise, este o sursă termică de dimensiuni mici formată dintr-un gaz atomic la presiune mică. Într-o astfel de sursă sistemele atomice care generează radiații sînt cele mai simple (atomii) iar interacțiunile dintre ele pot fi, în primă aproximatie, neglijate. Excitarea atomilor poate fi produsă numai prin ciocniri între atomi pe seama energiei de agitație termică. Ciocnirile între atomi sînt fenomene care se produc la întîmplare. Ca urmare, momentele dipolare electrice induse în atomii din sursă vor fi distribuite atît ca mărime cît și ca direcție după legi statistice. În general, după fiecare ciocnire se modifică atît mărimea cît și orientarea momentului dipolar electric al atomului și deci mărimea și orientarea intensității câmpului electric emis. [v. (42) §5].

Dacă durată medie dintre două ciocniri la care participă același atom este τ , emisia atomului durează un timp τ după care începe un nou proces de emisie ca urmare a unui nou proces de

ciocnire. Dacă intervalul de timp τ este mic (10^{-10} - 10^{-11} s) putem considera că în acest interval orientarea momentului dipolar al atomului rămîne fixă în spațiu, amplitudinea lui rămîne constantă și, ca urmare, amplitudinea intensității câmpului electric emis rămîne constantă. Intensitatea de cîmp electric $\vec{E}_j$ emis de atomul a_j din sursa S (Fig.4) este ortogonală la vectorul de undă $\vec{K}_j$, care determină direcția de propagare a radiației într-un punct oarecare M din spațiu. Dacă sursa S este de dimensiuni mici astfel încît o putem considera localizată într-un punct O (sursă punctiformă) iar punctul M este situat la distanța mare de O , intensitățile

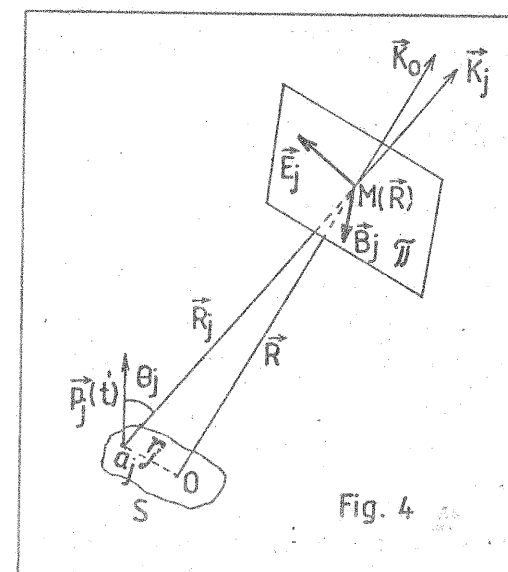


Fig. 4

de câmp $\vec{E}_j$, pot fi considerate în primă aproximație ortogonale la același vector de undă $\vec{K}_0$, care determină direcția de propagare OM. În aceste condiții, intensitatea câmpului electric rezultat $\vec{E} = \sum \vec{E}_j$, produsă de sursă punctiformă S în punctul M($\vec{R}$) este situată într-un plan Π ortogonal la vectorul de undă $\vec{K}_0$. Aceeași concluzie este valabilă și pentru inducția magnetică $\vec{B} = \sum \vec{B}_j$. Amplitudinile acestor intensități de câmp variază în timp în mod aleator atât ca mărime cât și ca direcție. Dacă N atomi din sursă emit unde cu aceeași pulsație ω_0 care acționează simultan în M($\vec{R}$), intensitatea de câmp electric totală în acest punct poate fi exprimată prin funcția:

$$\vec{E} = \sum_{j=1}^{N(t)} \vec{E}_j = \frac{\vec{E}_0(t)}{R} e^{i(\omega_0 t - \vec{K}_0 \cdot \vec{R})} \quad (50)$$

În care mărimea $\vec{E}_0(t)$ este o funcție complexă aleatoare de timp. În această mărime sînt incluse și fazele inițiale $\psi_{0j}(t)$ care sînt de asemenea funcții aleatoare de timp. Funcția (50) arată că pentru modelul de sursă punctiformă prezentat mai sus, intensitatea câmpului electric poate fi exprimată printr-o funcție periodică de pulsație ω_0 cu o amplitudine dependentă de timp în mod aleator atât ca mărime cât și ca direcție. Radiația în care amplitudinea intensității câmpului electric variază în timp în mod aleator se numește radiație nepolarizată (naturală). În lumina naturală vectorul intensitate de câmp electric $\vec{E}$ acționează în toate direcțiile ortogonale la direcția de propagare cu aceeași probabilitate.

§8. Energia transportată de undele electromagnetice.

Una dintre caracteristicile de bază ale undelor electromagnetice este aceea că ele transportă energie. Energia transportată de radiații se numește energie radiantă. Această energie o putem considera localizată în spațiul în care este prezent câmpul electromagnetic.

Dacă în elementul de volum ΔV care conține punctul M($\vec{R}$) există la un moment dat cantitatea de energie electromagnetică ΔW , atunci în unitatea de volum din vecinătatea punctului M($\vec{R}$) există o cantitate de energie w care poate fi exprimată prin relația :

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} \quad (\text{J/m}^3) \quad (51)$$

Cantitatea de energie radiantă prezentă în vecinătatea unui punct M($\vec{R}$) din spațiul de propagare a undei calculată pentru unitatea de volum se numește densitate de energie electromagnetică. Variația în timp a energiei electromagnetice din volumul elementar

ΔV se poate produce prin următoarele două procese: 1°) transportul unei cantități de energie spre exteriorul sau interiorul volumului ΔV și 2°) prin consumarea unei cantități de energie pentru efectuarea lucrului mecanic de deplasare a sarcinilor electrice aflate în câmp în volumul ΔV . Să notăm cu w_s cantitatea de energie radiantă transportată în unitatea de timp prin suprafața laterală a elementului de volum calculată pentru unitatea de volum și cu w_j cantitatea de energie radiantă consumată în unitatea de timp în volumul ΔV pentru deplasarea sarcinilor electrice calculată pentru unitatea de volum. În conformitate cu legea conservării energiei putem scrie relația :

$$-\frac{\partial w}{\partial t} = w_s + w_j \quad (52)$$

Semnul minus din (52) arată că densitatea de energie w scade în timp datorită celor două procese menționate mai sus.

Pentru a exprima cantitativ transportul de energie radiantă de către undele electromagnetice se folosește mărimea vectorială

$$\vec{S} = S(\vec{R}, t) \vec{S}_0 \quad (53)$$

numită vectorul lui Poynting, după numele celui care a introdus pentru prima dată în fizică această mărime. În (53) $S(\vec{R}, t)$ este modulul (mărimea) vectorului Poynting, iar $\vec{S}_0$ este versorul acestui vector. Caracteristicile vectorului $\vec{S}$ sînt definite după cum urmează: modulul $S(\vec{R}, t)$ al vectorului Poynting într-un punct M($\vec{R}$) este o mărime numeric egală cu cantitatea de energie electromagnetică transportată în unitatea de timp printr-un element de suprafață $d\vec{\Sigma}$ care conține punctul M($\vec{R}$), orientat perpendicular pe direcția de transport a energiei, calculată pentru unitatea de arie. Direcția și sensul vectorului $\vec{S}$, date prin versorul $\vec{S}_0$, sînt astfel alese încît să indice direcția și sensul de transport al energiei electromagnetice.

Fluxul elementar al câmpului vectorial $\vec{S}$ prin elementul de suprafață $d\vec{\Sigma} = d\Sigma \vec{N}$ este definit prin relația :

$$d\phi_s = \vec{S} \cdot d\vec{\Sigma} = S(\vec{R}, t) (\vec{S} \cdot \vec{N}) d\Sigma \quad (54)$$

În (54) $\vec{N}$ este versorul normalei la elementul de suprafață $d\vec{\Sigma}$. Ținând seama de semnificația mărimii $S(\vec{R}, t)$, din (54) rezultă că fluxul elementar $d\phi_s$ prin elementul de suprafață $d\vec{\Sigma}$ este o mărime numeric egală cu cantitatea de energie radiantă transportată de undele electromagnetice în unitatea de timp prin elementul de suprafață $d\vec{\Sigma}$. Fluxul energetic, având dimensiunile unei puteri, se măsoară în wați.

Ținând seama de semnificația divergenței câmpului vectorial $\vec{S}$ putem folosi formula :

$$w_s = \nabla \cdot \vec{S} \quad (55)$$

deoarece mărimea $\nabla \cdot \vec{S}$ exprimă fluxul vectorului $\vec{S}$ prin suprafața laterală a unui element de volum, calculat pentru unitatea de volum, adică tocmai mărimea w_s . Mărimea w_s poate fi calculată ținând seama de faptul că ea este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța electromagnetică (1) pentru deplasarea sarcinilor electrice din volumul ΔV calculat pentru unitatea de volum. Sub acțiunea forței electromagnetice (1), particulele încărcate cu sarcina electrică q se deplasează cu o viteză medie $\vec{v}$. Folosind relația $B = \frac{E}{c}$ (28) în care $v \ll c$, termenul al doilea din (1) poate fi neglijat față de primul și obținem $\vec{F}_e = q\vec{E}$. În aceste condiții putem scrie :

$$w_j = \frac{L}{\Delta V \Delta t} = \frac{\vec{F}_e \Delta \vec{r}}{\Delta V \Delta t} = \frac{q\vec{E}}{\Delta V} \vec{v} = \rho \vec{v} \cdot \vec{E} = \vec{J} \cdot \vec{E} \quad (56)$$

În (56) $\vec{J}$ este densitatea totală de curent electric produs în vecinătatea punctului $M(\vec{R})$ din substanță prin deplasarea sarcinilor electrice sub acțiunea forței electrice $\vec{F}_e$. Exprimându-l pe $\vec{J}$ din ecuația lui Maxwell II și folosind relațiile (56), (55) și (52) se pot stabili formulele :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) \quad (57)$$

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2) \quad (58)$$

Formulele (57) și (58) arată că energia transportată de undele electromagnetice și energia localizată în spațiul de propagare sint determinate de valoarea intensității de câmp electric $\vec{E}$ și de valoarea inducției magnetice $\vec{B}$ ale unei undei electromagnetice.

Ținând seama de faptul că vectorii $\vec{E}$ și $\vec{B}$ sint ortogonali și folosind relația $B = \frac{E}{c}$ (28) putem scrie (57) sub forma :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} E \vec{B} = \frac{1}{c\mu_0} E^2 \vec{S}_0 = S \vec{S}_0 \quad (59)$$

unde :

$$S = \frac{1}{c\mu_0} E^2 \quad (60)$$

este modulul vectorului Poynting iar $\vec{S}_0$ versorul direcției de transport a energiei.

În spațiul de propagare al undelor electromagnetice fiecărui punct $M(\vec{R})$ i se poate asocia un vector $\vec{S}$. Curba care este tangentă în fiecare punct la vectorul $\vec{S}$ coincide cu traiectoria de transport a energiei și se numește rază de lumină.

§9. Mărimi energetice utilizate în optică și spectroscopie.

Pentru undele electromagnetice optice, mărimile $\vec{S}$ (59) și $d\phi_s$ (54) variază în timp prin intermediul mărimii E^2 . Deoarece frecvența radiațiilor optice este foarte mare ($10^{13} - 10^{15}$ Hz), această variație este foarte rapidă. Pentru a reda sub formă accesibilă observației vizuale variații atât de rapide cum sint cele ale mărimilor $\vec{E}$, $\vec{B}$ sau $\vec{S}$ ar trebui utilizat un aparat capabil să măsoare sau să înregistreze una dintre aceste mărimi într-un interval de timp mai mic de 10^{-15} s. Astfel de aparate încă nu există. Cele mai rapide instrumente de măsură sint cele electronice dar și acestea au nevoie de cel puțin 10^{-11} s pentru a indica variația practic instantanee a unei mărimi. Rezultă că aparatele de măsură actuale pot măsura numai valorile medii ale mărimilor variabile în timp deoarece ele integrează semnalul pe o durată finită τ_0 numită constantă de timp a aparatului sau durată de răspuns.

Deoarece în timpul $\tau_0 = 10^{-11}$ s se produc $10^2 - 10^4$ oscilații a mărimii $\vec{E}$ (sau $\vec{B}$) în care aceasta ia toate valorile posibile, pozitive, negative sau nule, valoarea medie în timp a mărimii $\vec{E}$ este egală cu zero, fapt ce îl putem exprima prin egalitatea :

$$\langle \vec{E} \rangle = 0 \quad (61)$$

în care paranteza $\langle \rangle$ indică valoarea medie în timp. Spre deosebire de câmpul electric, pătratul intensității câmpului electric nu ia valori negative și de aceea valoarea $\langle \vec{E}^2 \rangle \neq 0$. În aceste

condiții, pentru exprimarea mărimilor energetice, utilizate în optică și spectroscopie pentru exprimarea cantității de energie transportate de radiații, se pot utiliza mărimile care pot fi exprimate prin valoarea medie a pătratului intensității cîmpului electric. O astfel de mărime este densitatea de flux de energie radiantă definită prin formula:

$$\varphi = \langle S \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle \cdot \left(\frac{W}{m^2} \right) \quad (62)$$

În conformitate cu (62) densitatea de flux de energie radiantă este o mărime numeric egală cu cantitatea medie de energie radiantă transportată de radiația optică în unitatea de timp printr-un element de suprafață orientat perpendicular la direcția de transport a energiei, calculată pentru unitatea de arie. Mărimea φ se exprimă în $\frac{W}{m^2}$.

Analog fluxului elementar (54) putem defini fluxul energetic elementar (mărime măsurabilă) prin formula:

$$d\phi = \langle \vec{S} \rangle d\vec{\Sigma} = \varphi(\vec{S}_0 \vec{N}) d\vec{\Sigma} \quad (W) \quad (63)$$

În conformitate cu (63), fluxul energetic elementar de energie radiantă este o mărime numeric egală cu cantitatea medie de energie radiantă transportată în unitatea de timp printr-un element de suprafață dat. Mărimea $d\phi$ se exprimă în wați. Pentru o suprafață finită de arie Σ se poate defini fluxul energetic prin formula:

$$\Phi = \int_{\Sigma} d\phi = \int_{\Sigma} \varphi(\vec{S}_0 \vec{N}) d\vec{\Sigma} \quad (W) \quad (64)$$

Conform cu (64), fluxul energetic de energie radiantă este o mărime numeric egală cu cantitatea medie de energie radiantă transportată în unitatea de timp printr-o suprafață dată.

Pentru unde sferice, folosind (29) și (62) putem scrie fluxul energetic elementar (63) sub forma:

$$d\phi = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle (\vec{S}_0 \vec{N}) d\vec{\Sigma} = \frac{1}{c\mu_0} \left[E_0 e^{i(\omega_0 t - K_0 R + \psi_0)} \right]^2 \frac{(\vec{S}_0 \vec{N}) d\vec{\Sigma}}{R^2} \quad (65)$$

În (65) mărimea

$$d\Omega = \frac{(\vec{S}_0 \vec{N}) d\vec{\Sigma}}{R^2} \quad (66)$$

reprezintă unghiul solid elementar generat de dreapta care trece prin originea vectorului $\vec{R}$ (sursa punctiformă S) și se sprijină pe conturul elementului de suprafață $d\vec{\Sigma}$ (Fig.5). Dacă notăm

$$I = \frac{1}{c\mu_0} \left\langle \left[E_0 e^{i(\omega_0 t - K_0 R + \psi_0)} \right]^2 \right\rangle \quad (67) \text{ și folosim (66)}$$

putem scrie (65) sub forma:

$$d\Phi = I \cdot d\Omega \quad (68)$$

$$\text{Mărimea: } I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \left(\frac{W}{sr} \right) \quad (69)$$

se numește intensitate energetică de radiații optice și în conformitate cu formula (69), este o mărime numeric egală cu fluxul energetic printr-o secțiune oarecare a unui unghi solid elementar care conține o direcție de transport a energiei (o rază) calculat

pentru unitatea de unghi solid.

Intensitatea energetică exprimă transportul de energie în lungul unei raze și de aceea se mai numește intensitatea razei. Mărimea I caracterizează deasemenea o sursă punctiformă S (fig.5) în privința emisiei de energie pe o direcție dată. Intensitatea energetică se măsoară în W/sr.

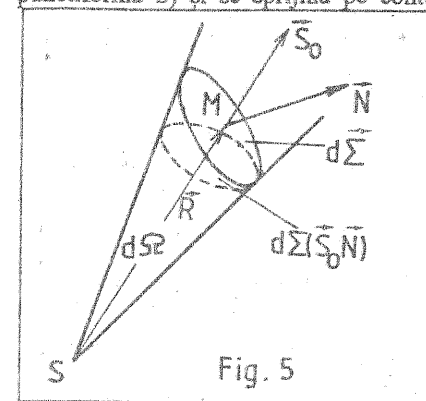


Fig. 5

§10. Starea de polarizare a radiațiilor optice

În conformitate cu cele arătate în §.7, într-un punct oarecare $M(\vec{R})$ din câmpul de radiații emis de o sursă punctiformă, intensitatea câmpului electric total $\vec{E} = \sum_{j=0}^N \vec{E}_j$ este ortogonală la direcția de propagare $\vec{K}_0$ (fig.6).

Să considerăm un sistem triortogonal de axe de coordonate (x,y,z) cu originea în punctul de acțiune $M(\vec{R})$ a mărimii $\vec{E}$ și cu axa Oz orientată în lungul direcției de propagare (fig.6). În aceste condiții putem scrie :

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} \quad (70)$$

Dacă direcția de propagare a radiațiilor este dată ($\vec{K}_0$ dat), componentele E_x și E_y ale intensității câmpului electric determină complet valoarea și direcția mărimii $\vec{E}$ în planul xOy perpendicular la direcția de propagare. Din motivele arătate în §.9, componentele E_x și E_y nu pot fi măsurate dar pot fi măsurate densitățile de flux corespunzătoare acestor componente:

$$\begin{aligned} \varphi_x &= \frac{1}{c\mu_0} \langle E_x^2 \rangle \\ \varphi_y &= \frac{1}{c\mu_0} \langle E_y^2 \rangle \end{aligned} \quad (71)$$

Pentru aceasta este necesar un dispozitiv optic capabil să separe din câmpul de intensitate $\vec{E}$ o componentă care să acționeze pe o direcție dată. Astfel de dispozitive există și se numesc polarizoare. Direcția pe care o are intensitatea câmpului electric în fasciculul de radiații care a trecut prin polarizor se numește direcția de transmisie a polarizorului. Să considerăm în calea fasciculului de radiații un polarizor cu direcția de transmisie OP situată în planul xOy și care formează un unghi oarecare α cu axa Ox. Direcția de transmisie a polarizorului poate fi dată prin versorul $\vec{p}_0$ (fig.6). Polarizorul selectează din fasciculul incident numai componenta cu intensitatea de cimp electric $\vec{E}_p$ paralelă cu direcția de transmisie $\vec{p}_0$. Acțiunea polarizorului asupra fasciculului de radiații poate fi exprimată prin relația:

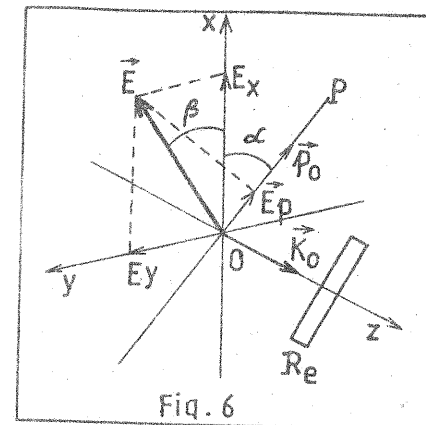


Fig. 6

$$\vec{E}_p = (\vec{E} \vec{p}_0) \vec{p}_0 \quad (72)$$

Folosind (70) putem scrie (72) sub forma:

$$\vec{E}_p = [E_x (\vec{i} \vec{p}_0) + E_y (\vec{j} \vec{p}_0)] \vec{p}_0 \quad (73)$$

Din (73) și (72) rezultă că densitatea de flux (62) a fasciculului transmis de polarizor este dată de formula :

$$\varphi_p = \frac{1}{c\mu_0} \langle E_p^2 \rangle = \varphi_x \cos^2 \alpha + \varphi_y \sin^2 \alpha + 2 \frac{1}{c\mu_0} \langle E_x E_y \rangle \cos \alpha \sin \alpha \quad (74)$$

Mărima φ_p poate fi măsurată cu un receptor de radiații optice R_e situat după polarizor. Formula (74) arată că orientînd în mod potrivit direcția de transmisie a polarizorului putem măsura mărimea φ_x ($\alpha = 0, \pi$) respectiv φ_y ($\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$). Formula (74) arată deasemenea că prin măsurarea densității de flux φ_p a fasciculului transmis se pot obține informații despre comportarea în timp a vectorului intensitate de cimp electric $\vec{E}$ într-un plan ortogonal la direcția de propagare $\vec{K}_0$. Să notăm cu β unghiul (azimutul) format de vectorul $\vec{E}$ cu axa Ox la un moment oarecare. Conform figurii 6 putem scrie :

$$E_x = E \cdot \cos \beta ; E_y = E \cdot \sin \beta \quad (75)$$

Folosind (75) putem scrie (74) sub forma:

$$\varphi_p = \varphi_x \cos^2 \alpha + \varphi_y \sin^2 \alpha + 2 \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \cos \beta \sin \beta \rangle \cos \alpha \sin \alpha \quad (76)$$

Formula (76) arată că modul de variație a mărimii φ_p odată cu rotirea polarizorului în jurul direcției de propagare (cu modificarea lui α) depinde de azimutul β al intensității câmpului electric. Dacă β este independent de timp (adică dacă $\vec{E}$ are o direcție fixă în timpul propagării), atunci orientînd axele de coordonate în mod convenabil (rotindu-le în jurul axei Oz) astfel încît să avem $\beta = 0$ și deci $\varphi_y = 0$ vezi [(75) și (71)] putem scrie (76) sub forma:

$$\varphi_p = \varphi_x \cos^2 \alpha \quad (77)$$

unde $\varphi_x = \varphi_i$ este densitatea de flux totală a fascicului incident ($\varphi_x + \varphi_y = \varphi_i$). Fasciculul de radiații pentru care intensitatea de câmp electric $\vec{E}$ în fiecare punct al spațiului de propagare este independentă de timp se numește fascicul liniar polarizat. Formula (77) arată că dacă fasciculul de radiații este liniar polarizat, la rotirea polarizorului în jurul direcției de propagare, densitatea de flux φ_p a fascicului transmis variază ca și funcția $\cos^2 \alpha$ (α este unghiul dintre $\vec{p}_0$ și $\vec{E}$).

Condițiile de aplicare ale formulei (77) pot fi realizate experimental cu ajutorul a doi polarizori (identici) situați unul după altul în calea fascicului de radiații. Primul polarizor transformă radiația nepolarizată sau care are o stare de polarizare oarecare într-o radiație liniar polarizată. Al doilea polarizor, numit polarizor analizor sau simplu analizor, selectează din fasciculul liniar polarizat componenta care are intensitatea de câmp electric paralelă cu direcția lui de transmisie. Dacă unghiul dintre direcțiile de transmisie ale celor doi polarizori este α , densitatea de flux a fascicului de radiații transmis prin sistem este dată de formula (77) care poate fi scrisă sub forma:

$$\varphi_t = \varphi_p \cos^2 \alpha \quad (77')$$

unde φ_p este densitatea de flux a fascicului liniar polarizat care ajunge pe analizor. Formula (77') este cunoscută sub denumirea de legea lui Malus.

Din (77') rezultă că la o rotire completă (de 360°) a analizorului în jurul direcției de propagare, densitatea de flux a fascicului transmis prin sistem variază ca funcția $\cos^2 \alpha$ luând valori extreme $\varphi_M = \varphi_p$ ($\alpha = 0, \pi$), și $\varphi_m = 0$ ($\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$).

Folosind legea lui Malus (77') se poate determina direcția de transmisie a unui polarizor dacă pe el se trimite un fascicul de radiații liniar polarizat pentru care se cunoaște direcția de acțiune a intensității de câmp electric $\vec{E}$. Deasemenea pentru un fascicul de radiații liniar polarizat se poate determina direcția de acțiune a intensității câmpului electric cu ajutorul unui polarizor a cărui direcție de transmisie este cunoscută (marcată pe montură).

Cînd direcția de acțiune a intensității câmpului electric este perpendiculară pe direcția de transmisie a polarizorului avem $\varphi_t = 0$, ceea-ce se poate constata cu ajutorul unui receptor de radiații situat după analizor. În domeniul vizibil, în calitate de receptor de radiații se poate folosi și ochiul uman.

În cazul modelului de sursă punctiformă (cap. II, §.7), mărimea $\vec{E}$ (50) este funcție aleatoare de timp atît ca mărime cît și ca direcție (radiația emisă este nepolarizată). Deoarece E și β sînt funcții aleatoare independente, ultimul termen din (76) poate fi scris sub forma:

$$\frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle \langle \sin 2\beta \rangle = 0 \quad (77'')$$

și obținem:

$$\varphi_p = \varphi_x \cos^2 \alpha + \varphi_y \sin^2 \alpha \quad (78)$$

Folosind (71) și (75), pentru radiația nepolarizată, putem scrie:

$$\begin{aligned} \varphi_x &= \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle \langle \cos^2 \beta \rangle = \varphi_i \langle \cos^2 \beta \rangle = \frac{\varphi_i}{2} \\ \varphi_y &= \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle \langle \sin^2 \beta \rangle = \varphi_i \langle \sin^2 \beta \rangle = \frac{\varphi_i}{2} \end{aligned} \quad (79)$$

unde φ_i este densitatea de flux a fascicului incident. Folosind (79) putem scrie (78) sub forma:

$$\varphi_p = \frac{\varphi_i}{2} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{\varphi_i}{2} \quad (80)$$

Formula (80) arată că pentru radiația nepolarizată densitatea de flux a fascicului care trece prin polarizor este independentă de orientarea direcției de transmisie a polarizorului. Din (79) și (75) rezultă că radiația nepolarizată este echivalentă cu două componente liniar polarizate cu intensitățile de câmp electric reciproc ortogonale, aleatoare, independente (75) și cu densități de flux egale cu jumătate din densitatea de flux totală (79).

Experimental se poate constata, cu ajutorul unui polarizor și a unui receptor, că sursele clasice de radiații emit radiații practic nepolarizate.

§11. Compoziția spectrală a radiațiilor optice

Pentru o sursă punctiformă, folosind (50), putem scrie densitatea de flux sub forma:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \langle \vec{E} \vec{E} \rangle = \frac{1}{c\mu_0} \left\langle \left(\sum_j \vec{E}_j \right) \left(\sum_i \vec{E}_i \right) \right\rangle = \\ &= \frac{1}{c\mu_0} \sum_{j=1}^N \langle E_j^2 \rangle + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \langle \vec{E}_j \vec{E}_i \rangle = \sum_j \varphi_j + \frac{1}{c\mu_0} \left(\sum_i \sum_j \langle \vec{E}_i \vec{E}_j \rangle \right) \end{aligned} \quad (81)$$

Deoarece intensitățile de câmp $\vec{E}_i$ și $\vec{E}_j$ sînt aleatoare independente, ținînd seama de (61), putem scrie:

$$\langle \vec{E}_j \vec{E}_i \rangle = \langle \vec{E}_j \rangle \langle \vec{E}_i \rangle = 0 \quad (82)$$

Din (81) și (82) rezultă :

$$\Phi = \sum_{j=1}^N \Phi_j \quad (83)$$

Relația (83) arată că densitatea de flux a radiației emise de o sursă punctiformă în orice punct $P(\vec{R})$ este egală cu suma densităților de flux a câmpurilor electromagnetice emise de sistemele atomice care formează sursa .

Se poate demonstra că un câmp electromagnetic de durată finită τ , cum este câmpul electromagnetic emis de un sistem atomic din sursa de radiații, poate fi reprezentat printr-o sumă de componente armonice de frecvențe cuprinse într-un interval de frecvențe determinat și de amplitudini (spectrale) determinate. Mai exact, un astfel de câmp poate fi exprimat prin integrale Fourier :

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \int_0^\infty \vec{E}_0(\vec{R}, \vartheta) e^{i2\pi\vartheta t} d\vartheta \quad (83')$$

$$\vec{E}_0(\vec{R}, \vartheta) = \int_0^\infty \vec{E}(\vec{R}, t) e^{-i2\pi\vartheta t} dt \quad (83'')$$

Integrala (83') se numește integrala Fourier a funcției $\vec{E}(\vec{R}, t)$. Integrala (83'') permite să se calculeze amplitudinile spectrale $\vec{E}_0(\vec{R}, \vartheta)$ pentru orice valoare a frecvenței și se numește transformata Fourier a funcției $\vec{E}(\vec{R}, t)$ sau funcție de distribuție spectrală. Dacă amplitudinile spectrale sînt semnificativ diferite de zero doar într-un domeniu îngust de frecvențe

$$\bar{\vartheta} - \frac{\Delta\vartheta}{2} \leq \vartheta \leq \bar{\vartheta} + \frac{\Delta\vartheta}{2}, \quad (\Delta\vartheta \ll \bar{\vartheta}) \quad (83''')$$

în vecinătatea frecvenței medii $\bar{\vartheta}$ radiația se numește monocromatică (sau aproape monocromatică).

Dacă densitatea de flux totală a fascicului de radiații cu frecvențe cuprinse în intervalul de frecvențe $\bar{\vartheta} - \frac{\Delta\vartheta}{2}$ și $\bar{\vartheta} + \frac{\Delta\vartheta}{2}$, în vecinătatea punctului $M(\vec{R})$, este $d\Phi(\vec{R})$, mărimea

$$\varphi(\vec{R}, \vartheta) = \frac{d\Phi(\vec{R})}{d\vartheta} \quad \left(\frac{W}{m^2 Hz} \right) \quad (84)$$

se numește densitate de flux energetică spectrală. În conformitate cu formula (84), densitatea de flux energetică spectrală (pentru frecvența ϑ) este o mărime numeric egală cu densitatea de flux corespunzătoare componentelor armonice (Fourier) cuprinse în intervalul de frecvențe $d\vartheta$ (care conține frecvența ϑ) calculată pentru un interval de frecvențe egal cu unitatea.

Unitatea de măsură pentru densitatea de flux energetică spectrală este $\frac{W}{m^2 Hz}$. Densitatea de flux energetică spectrală $\varphi(\vec{R}, \vartheta)$ reprezentată în funcție de frecvență (lungime de undă) exprimă compoziția spectrală a radiației optice. Pentru exprimarea compoziției spectrale a radiației optice se poate folosi deasemenea mărimea:

$$\phi(\vartheta) = \int_{\Sigma} \varphi(\vec{R}, \vartheta) (\vec{S}_0 \cdot \vec{N}) d\Sigma \quad \left(\frac{W}{Hz} \right) \quad (85)$$

numită flux energetic spectral (prin suprafața Σ). Unitatea de măsură pentru $\phi(\vartheta)$ este $\left(\frac{W}{Hz} \right)$. Se poate folosi deasemenea și mărimea:

$$I(\vartheta) = \frac{d\phi(\vartheta)}{d\Omega} \quad \left(\frac{W}{sr Hz} \right) \quad (86)$$

numită intensitate energetică spectrală (în interiorul unghiului solid elementar $d\Omega$). Unitatea de măsură pentru $I(\vartheta)$ este $\left(\frac{W}{sr Hz} \right)$.

Exprimînd intensitățile de câmp prin integrale Fourier (83') și (83'') se poate demonstra că densitatea de flux spectrală (84) poate fi exprimată prin funcția:

$$\varphi(\vartheta) = \varphi(\vartheta_0) \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad (87)$$

unde $\varphi(\vartheta_0)$ este valoarea maximă a densității de flux pentru frecvența de bază ϑ_0 (egală cu frecvența proprie a oscilatorilor atomici care emit radiații optice) și

$$u = \pi(\vartheta_0 - \vartheta)\tau \quad (88)$$

în care ϑ este frecvența unei componente armonice oarecare a radiației iar τ este durată medie de emisie a sistemelor atomice din sursa de radiații.

Formula (87) arată că compoziția spectrală a radiației emise de o sursă punctiformă, pentru o

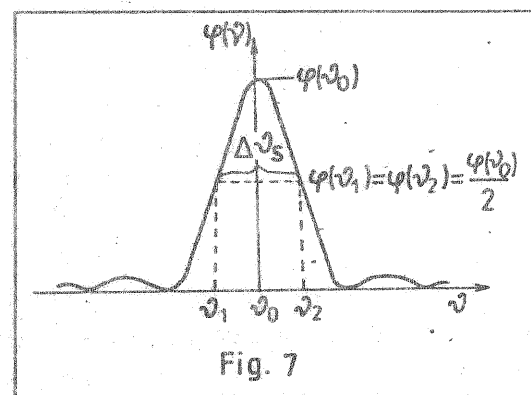


Fig. 7

frecvență proprie ϑ_0 , este determinată de o infinitate de componente armonice de frecvențe continuu distribuite în vecinătatea frecvenței proprii ϑ_0 pentru care densitatea de flux (87) are valoarea maximă $\varphi(\vartheta_0)$. Valorile funcției $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ (87) se găsesc tabelate pentru diferite valori ale variabilei u . Reprezentarea grafică a funcției $\varphi(\vartheta)$ (87), care exprimă

compoziția spectrală a radiației emise, este dată în figura 7. Pentru a delimita domeniul de frecvențe a componentelor armonice care contribuie în mod apreciabil la transportul de energie radiantă se folosesc, în mod convențional, frecvențele ϑ_1 și ϑ_2 ale componentelor armonice pentru care densitățile de flux $\varphi(\vartheta_1)$ și $\varphi(\vartheta_2)$ sînt egale cu jumătate din densitatea de flux maximă $\varphi(\vartheta_0)$ a componentei de bază (Fig.7). Domeniul de frecvențe $\Delta\vartheta_s = \vartheta_2 - \vartheta_1$ astfel definit se numește semilățimea spectrală a radiației optice.

Conform definiției, ținînd seama că $\frac{\sin^2 u}{u^2} = \frac{1}{2}$ pentru $u \approx \frac{\pi}{2}$, putem scrie (87) și (88) pentru frecvențele ϑ_1 și ϑ_2 sub forma :

$$\frac{\sin^2 u_1}{u_1^2} = \frac{\sin^2 u_2}{u_2^2} = \frac{1}{2}, \quad \pi(\vartheta_0 - \vartheta_1)\tau = \pi(\vartheta_2 - \vartheta_0)\tau \approx \frac{\pi}{2}.$$

De aici rezultă :

$$\Delta\vartheta_s = \vartheta_2 - \vartheta_1 = \frac{1}{\tau} \quad (89)$$

Formula (89) arată că semilățimea spectrală este invers proporțională cu durata medie a proceselor de emisie individuale ale sistemelor atomice care formează sursa de radiații. În conformitate cu cele arătate mai sus, radiația care are compoziția spectrală exprimată prin funcția (87) în care $\Delta\vartheta_s \ll \vartheta_0$ se numește radiație monocromatică. Considerînd $\tau = 10^{-9}$ s, din (89) rezultă $\Delta\vartheta_s = 10^9$ Hz $\ll \vartheta_0$ (pentru radiațiile optice $\vartheta_0 \in 10^{13} - 10^{15}$ Hz). Radiațiile cu $\Delta\vartheta_s = 0$ ($\tau = \infty$) sînt riguros monocromatice (armonice). Radiațiile armonice nu există în realitate deoarece orice sursă reală emite radiații cu semilățimea $\Delta\vartheta_s \neq 0$. Cu toate acestea, modelul radiațiilor armonice este des utilizat în optică deoarece permite explicarea corectă a multor fenomene.

Din cele arătate mai sus rezultă că radiația monocromatică este formată din cîmpuri electromagnetice finite în timp și spațiu, independente unele de altele. Astfel de "bucăți" de cîmp se numesc grupuri de unde. Un grup de unde acționează într-un punct $M(\vec{R})$ din spațiul de propagare un interval de timp egal cu τ și este localizat în spațiu pe distanța :

$$\Delta L_g = c\tau \quad (90)$$

Măreimea ΔL_g se numește lungimea grupului de unde.

Compoziția spectrală a radiației monocromatice este indicată adesea prin denumirea de linie spectrală, iar reprezentarea grafică din figura 7 se numește conturul liniei spectrale. În conformitate cu datele experimentale și cu mecanica cuantică, un atom sau un ion atomic poate

emite mai multe linii spectrale, cu frecvențe de bază bine determinate, care constituie un spectru de linii caracteristic atomilor sau ionilor care emit radiații.

Compoziția spectrală a radiațiilor riguros monocromatice (armonice), pentru care ($\Delta\vartheta_s = 0$), se reprezintă grafic, în scara frecvențelor, printr-o simplă linie verticală așa cum este, de exemplu, linia corespunzătoare frecvenței ϑ_0 (fig.7). Un studiu mai aprofundat arată că multe linii spectrale considerate, în primă aproximație, monocromatice au în realitate o structură complexă (de multipleți) formată din mai multe componente monocromatice de lungimi de undă (frecvențe) foarte apropiate unele de altele [cap.X. §7.2].

§12. Coerența radiațiilor optice.

În cazul radiației emise de o sursă punctiformă (§7) am arătat că intensitatea de cîmp electric $\vec{E}(\vec{R}, t)$ (50) este o mărime aleatoare de timp, adică o mărime care în timp ia valori la întîmplare. Deși $\vec{E}(\vec{R}, t)$ este o mărime aleatoare de timp, pentru intervale de timp scurte ($\Delta t \ll \tau$) există totuși unele regularități în succesiunea valorilor intensității de cîmp electric. Aceste regularități, de durată scurtă, sînt determinate de faptul că radiația optică este compusă din grupuri de unde. Deoarece amplitudinea $E_0(t)$ într-un grup de unde variază mult mai lent decît partea reală a factorului complex din formula (50) (în care $\vartheta_0 = 10^{13} - 10^{15}$ Hz) pentru intervale de timp scurte avem $E_0(t) \approx \text{const.}$ iar diferitele valori (maxime, minime, nule etc.) pe care le poate lua mărimea $E(\vec{R}, t)$ se succed periodic în timp cu frecvența ϑ_0 . În aceste condiții, între intensitățile de cîmp electric $E_1(\vec{R}_1, t_1)$ și $E_2(\vec{R}_2, t_2)$ care acționează în două puncte din spațiul de propagare pot exista, cu anumite probabilități, corespondențe de valori, care arată că aceste mărimi sînt, într-o măsură mai mare sau mai mică, corelate. Astfel este posibil ca în ambele puncte să acționeze simultan intensități de cîmp pozitive, negative sau egale cu zero sau cînd într-un punct acționează preponderent intensități de cîmp pozitive în alt punct acționează intensități de cîmp negative sau egale cu zero etc.

Dacă intensitățile de cîmp $\vec{E}_1$ și $\vec{E}_2$ care acționează în două puncte din spațiul de propagare satisfac relația:

$$\vec{E}_1(\vec{R}_1, t_1) = A\vec{E}_2(\vec{R}_2, t_2) \quad (93)$$

unde A este o mărime independentă de timp, ele sînt direct proporționale și, ca urmare, sînt total corelate sau total coerente. Așa sînt, de exemplu, componentele E_x și E_y în care se poate descompune intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$ într-o undă liniar polarizată. Conform cu (75) putem scrie:

$$E_y = E_x \tan \beta \quad (94)$$

Deoarece β este independent de timp, componentele E_x și E_y sînt total coerente. Rezultă că o radiație total polarizată se poate descompune în două componente liniar polarizate total coerente.

În particular, pentru unde armonice de aceeași frecvență ω , care acționează simultan în același punct $M(\vec{R})$ condiția de coerență (93) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_{01} e^{i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{R} + \psi_{01})}}{E_{02} e^{i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{R} + \psi_{02})}} = \frac{E_{01}}{E_{02}} e^{i\Delta\psi} \quad (95)$$

unde

$$\Delta\psi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) + (\psi_{01} - \psi_{02}) \quad (96)$$

este diferența de fază a celor două unde în punctul $M(\vec{R})$. În condițiile date, mărimile E_{01} , E_{02} și $\Delta\psi$ sînt independente de timp și deci putem scrie $E_1 = \text{const} \cdot E_2$. De aici rezultă, ținînd seama de (93), că undele armonice de aceeași frecvență care acționează simultan în același punct din spațiu sînt total coerente. Cînd $\Delta\psi = 0$ intensitățile de cîmp oscilează în fază (trec simultan prin valoarea lor maximă, prin valoarea minimă și își schimbă sensul simultan).

Intensitățile de cîmp pentru care nu există nici o corespondență între valorile lor se numesc total necorelate sau total necoerente. Astfel de intensități de cîmp sînt, de exemplu, componentele liniar polarizate în care se poate descompune o radiație nepolarizată deoarece între ele nu există o relație de tipul relației (94) cu β independent de timp.

§13. Radiații optice total polarizate.

Radiațiile optice total polarizate sînt de trei tipuri: liniar polarizate, eliptic polarizate și circular polarizate. Modul de obținere și caracteristicile radiațiilor liniar polarizate au fost prezentate în §10. În cele ce urmează vom analiza modul de obținere și caracteristicile radiațiilor eliptic polarizate și circular polarizate. Să considerăm o undă plană monocromatică liniar polarizată care se propagă în lungul axei Oz a unui sistem triortogonal de axe de coordonate (x, y, z) (fig.8). Radiația liniar polarizată se poate descompune într-un punct A în două componente liniar polarizate ale căror intensități de cîmp electric satisfac egalitatea:

$$\tan \gamma_A = \frac{E_y(A, t_0)}{E_x(A, t_0)} = \frac{E_{0y}(A, t_0)}{E_{0x}(A, t_0)} \quad (97)$$

în care γ_A este azimutul intensității de cîmp electric al unei liniar polarizate iar E_{0x} și E_{0y} amplitudinile componentelor E_x și E_y (fig.8). Unda fiind liniar polarizată, mărimea γ_A este independentă de timp și, în conformitate cu (93) cele două componente sînt total coerente. Să admitem că începînd din punctul A radiația străbate un strat de substanță (anizotropă) în care componentele E_x și E_y ale intensității cîmpului electric se propagă cu viteze diferite pînă într-un punct B. Ca urmare, fazele celor două componente se vor modifica în mod diferit, fapt ce poate fi exprimat prin formulele:

$$\begin{aligned} E_x(B, t) &= E_x(A, t_0) e^{i\Delta\psi_x} \\ E_y(B, t) &= E_y(A, t_0) e^{i\Delta\psi_y} \end{aligned} \quad (98)$$

Dacă în procesul de propagare de la A la B amplitudinile celor două componente nu se modifică (mediul nu este disipativ) putem scrie:

$$\begin{aligned} E_{0x}(B, t) &= E_{0x}(A, t_0) \\ E_{0y}(B, t) &= E_{0y}(A, t_0) \end{aligned} \quad (99)$$

Folosind (99) și (97) putem scrie (98) sub forma:

$$\frac{E_y(B, t)}{E_x(B, t)} = \frac{E_{0y}(B, t)}{E_{0x}(B, t)} e^{i\Delta\psi} \quad (100)$$

unde:

$$\Delta\psi = \Delta\psi_y - \Delta\psi_x \quad (101)$$

reprezintă diferența de fază a intensităților de cîmp $E_y(B, t)$ și $E_x(B, t)$ care acționează simultan în punctul B.

Deoarece în plan complex E_x și E_y sînt de forma:

$$E_x = E_{xr} + i\epsilon_x, \quad E_y = E_{yr} + i\epsilon_y \quad (102)$$

folosind formula $e^{i\Delta\psi} = \cos \Delta\psi + i \sin \Delta\psi$, relația (100) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{E_{yr} + i\epsilon_y}{E_{0y}} = \frac{E_{xr} + i\epsilon_x}{E_{0x}} (\cos \Delta\psi + i \sin \Delta\psi) \quad (103)$$

Egalînd părțile reale din (103) se obține:

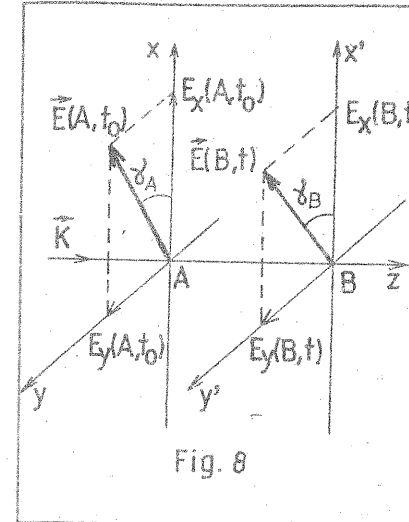


Fig. 8

$$\frac{E_{yr}}{E_{0y}} - \frac{E_{xr}}{E_{0x}} \cos \Delta\psi = -\frac{\epsilon_x}{E_{0x}} \sin \Delta\psi \quad (104)$$

Pentru a elimina mărimea ϵ_x din (104) putem folosi relația :

$$E_{0x}^2 = E_{xr}^2 + \epsilon_x^2 \quad (105)$$

Ridicînd relația (104) la pătrat și folosind (105) se obține ecuația:

$$\frac{E_{xr}^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_{yr}^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_{xr} E_{yr}}{E_{0x} E_{0y}} \cos \Delta\psi = \sin^2 \Delta\psi \quad (106)$$

Ecuația (106) stabilește legătura între componentele intensității cîmpului electric în punctul B și diferența de fază $\Delta\psi$. Ea reprezintă, ecuația unei elipse pe care se sprijină extremitatea vectorului cîmp electric total în punctul B și este situată în planul ($x'By'$) paralel cu (xAy) (Fig. 8). Intensitatea cîmpului electric total în punctul B (partea reală) este

$$\vec{E}_r(B, t) = E_{xr}(B, t)\vec{i} + E_{yr}(B, t)\vec{j} \quad (107)$$

și are azimutul (Fig. 8) dat de formula :

$$\tan \gamma_B = \frac{E_{yr}(B, t)}{E_{xr}(B, t)} \quad (108)$$

În funcție de valoarea diferenței de fază $\Delta\psi$ introdusă în timpul propagării radiației de la punctul A la punctul B fasciculul de radiații poate avea diferite stări de polarizare după cum urmează:

α) Dacă:

$$\Delta\psi = 2m\pi, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (109)$$

ecuația (106), poate fi scrisă sub forma:

$$\left(\frac{E_{xr}}{E_{0x}} - \frac{E_{yr}}{E_{0y}} \right)^2 = 0 \quad (110)$$

Din (110) și (108) se obține :

$$\tan \gamma_B = \frac{E_{yr}(B, t)}{E_{xr}(B, t)} = \frac{E_{0y}(B, t)}{E_{0x}(B, t)} \quad (111)$$

Din (111), (97) și (99) se poate obține egalitatea :

$$\gamma_A = \gamma_B \quad (112)$$

Rezultă că dacă diferența de fază $\Delta\psi$ (101) introdusă în timpul propagării de la punctul A la punctul B este un număr par de π starea de polarizare în B este aceeași ca în A (radiația este liniar polarizată și are același azimut).

β) Dacă:

$$\Delta\psi = (2m+1)\pi, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (113)$$

din (106), (99) și (97) rezultă:

$$\tan \gamma_B = \frac{E_{yr}(B, t)}{E_{xr}(B, t)} = -\frac{E_{0y}(B, t)}{E_{0x}(B, t)} = -\tan \gamma_A \quad (114)$$

În conformitate cu (113) și (114) dacă diferența de fază $\Delta\psi$ (101) introdusă în timpul propagării

de la A la B este egală cu un număr impar de π , radiația rămîne liniar polarizată dar azimutul ei se modifică de la γ_A la $2\pi - \gamma_A$ (Fig. 9)

γ) Dacă:

$$\Delta\psi = (2m+1)\frac{\pi}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (115)$$

atunci din (106) rezultă :

$$\frac{E_{xr}^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_{yr}^2}{E_{0y}^2} = 1 \quad (116)$$

Ecuația (116) poate fi scrisă parametric sub forma :

$$\begin{aligned} E_{xr} &= \pm E_{0x}(B, t) \cos \omega t \\ E_{yr} &= \pm E_{0y}(B, t) \sin \omega t \end{aligned} \quad (117)$$

Folosind (117) putem scrie (107) sub forma :

$$\vec{E}_r(B, t) = \pm E_{0x} \cos \omega t \cdot \vec{i} \pm E_{0y} \sin \omega t \cdot \vec{j} \quad (118)$$

Din (118) rezultă că intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$ în punctul B se rotește avînd azimutul proporțional cu timpul:

$$\gamma_B \approx \omega t \quad (119)$$

iar vârful vectorului $\vec{E}$ descrie o elipsă (116). Radiația optică în care intensitatea cîmpului electric în punctele din spațiul de propagare se rotește cu viteza unghiulară ω iar vârful ei descrie o elipsă se numește radiație eliptic polarizată. Elipsa pe care o parcurge vârful vectorului intensitate de cîmp electric într-o radiație eliptic polarizată se numește elipsă de polarizare. Semiaxe elipsei de polarizare E_{0x} și E_{0y} sînt determinate de amplitudinea intensității cîmpului electric liniar polarizat și de azimutul acestuia după cum rezultă din (99) și figura 8 :

$$\begin{aligned} E_{0x}(B, t) &= E_0(A) \cos \gamma_A \\ E_{0y}(B, t) &= E_0(A) \sin \gamma_A \end{aligned} \quad (120)$$

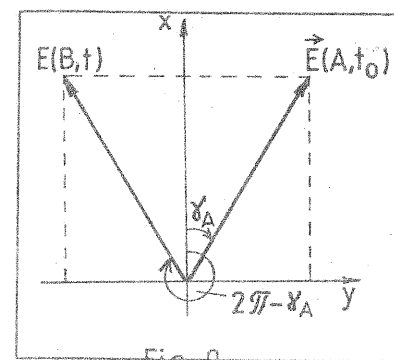


Fig. 9

În condițiile (115), elipsa de polarizare (116) este orientată cu semiaxe paralele cu axele Ox și

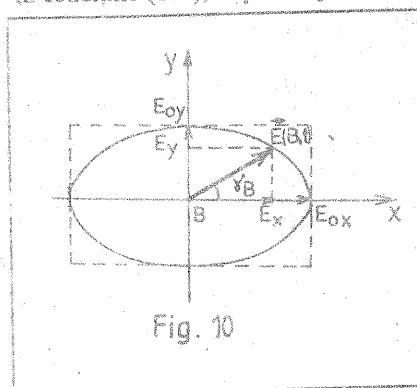


Fig. 10

Oy după care se face descompunerea radiației liniar polarizate în cele două componente reciproc ortogonale (Fig. 10).

În conformitate cu regula burghiului drept, dacă viteza unghiulară $\vec{\omega}$ este orientată în sensul propagării suprafețelor de fază constantă, adică dacă:

$$\vec{\omega} = \omega \vec{N} \quad (121)$$

unde $\vec{N}$ este versorul normalei la suprafața de fază constantă, radiația este eliptic polarizată stînga (eliptic polarizată levogir). În acest caz pentru radiația care pătrunde în ochiul observatorului vectorul $\vec{E}$ se rotește

spre stînga.

Dacă vectorul viteza unghiulară $\vec{\omega}$ are sens opus sensului de propagare a suprafețelor de fază constantă, adică

$$\vec{\omega} = -\omega \vec{N} \quad (122)$$

atunci radiația este eliptic polarizată la dreapta (eliptic polarizată dextrogir). În acest caz, pentru radiația care pătrunde în ochi, vectorul $\vec{E}$ se rotește spre dreapta.

δ) Dacă în condițiile (115) este îndeplinită și condiția

$$\gamma_A = 45^\circ \quad (123)$$

din (120) rezultă:

$$E_{0x} = E_{0y} = \frac{E_0(A)}{\sqrt{2}} = E_{0c} \quad (\text{notație}) \quad (124)$$

iar egalitățile (116) și (118) pot fi scrise sub forma:

$$E_x^2 + E_y^2 = E_{0c}^2 \quad (125)$$

$$\vec{E}(B, t) = E_{0c} (\cos \omega t \cdot \vec{i} + \sin \omega t \cdot \vec{j})$$

În condițiile (115) și (124) vârful vectorului intensitate de câmp electric se rotește cu viteza unghiulară ω și descrie un cerc de rază E_{0c} (124). Radiația optică în care intensitatea câmpului electric se rotește cu viteza unghiulară ω iar vârful vectorului intensitate de câmp descrie un cerc, se numește radiație circular polarizată. După sensul de rotație al vectorului $\vec{E}$ avem radiație circular polarizată stînga (121) și radiație circular polarizată dreapta (122).

e) Dacă :

$$\Delta\psi \neq m\pi \quad \text{și} \quad \Delta\psi \neq (2m+1) \frac{\pi}{2}, \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (126)$$

În conformitate cu (106), radiația este eliptic polarizată și are elipsa de polarizare cu semiaxele rotite față de sistemul de axe de coordonate xOy , după care se face descompunerea intensității de câmp electric în cele două componente reciproc ortogonale.

În toate cazurile prezentate mai sus, dacă radiația este monocromatică (are amplitudinea $\vec{E}_0(t)$ dependentă de timp aleator) semiaxe elipselor de polarizare (raza cercului de polarizare) variază lent în timp în mod aleator

Facem precizarea că în optică, diferite tipuri de radiații total polarizate se pot obține numai prin descompunerea unei radiații total polarizate pe două direcții reciproc ortogonale și defazarea în mod convenabil a componentelor obținute. În funcție de valoarea diferenței de fază $\Delta\psi$ introdusă între cele două componente se pot obține toate tipurile de radiații total polarizate analizate mai sus.

III. PROPAGAREA UNDELOR ELECTROMAGNETICE OPTICE ÎN SUBSTANȚĂ.

§1. Substanțe amorfе și cristaline. Legile de material.

În cazul propagării undelor electromagnetice într-o substanță, sub acțiunea câmpului electric al undei, particulele încărcate cu sarcini electrice pozitive și negative se deplasează în sensuri opuse și, ca urmare, sistemele atomice care constituie substanța se polarizează. Din punct de vedere macroscopic polarizarea substanței poate fi caracterizată prin polarizația electrică $\vec{P}$ (momentul dipolar electric total al unității de volum). La intensități de câmp electric nu prea mari (în aproximația efectelor liniare), în ecuațiile lui Maxwell [(2) cap.II] pot fi folosite egalitățile:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_c + \rho_p, \quad \rho_p = -\nabla \cdot \vec{P} \\ \vec{J} &= \vec{J}_c + \vec{J}_p, \quad \vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad \vec{J}_c = \sigma \vec{E} \end{aligned} \quad (1)$$

În (1) $\vec{E}$ este intensitatea câmpului electric în interiorul substanței, ρ_c densitatea de sarcină electrică de conducție, ρ_p densitatea de sarcină de polarizare, $\vec{J}_p$ densitatea de curent de polarizare, $\vec{J}_c$ densitatea de curent de conducție iar σ conductivitatea electrică a substanței.

După structura lor putem deosebi două categorii de substanțe: amorfе și cristaline.

α) Substanțele amorfе au caracteristic faptul că sistemele atomice sau grupele de sisteme atomice constitutive sînt distribuite haotic în spațiu. Din această categorie de substanțe fac parte gazele, majoritatea lichidelor, diferite sortimente de sticlă, substanțe polimere și rășini sintetice diferite sortimente de sticlă, substanțe polimere și rășini sintetice. Pentru astfel de substanțe, oricare ar fi orientarea intensității câmpului electric, polarizația este coliniară cu $\vec{E}$ conform formulei:

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E} \quad (2)$$

unde ϵ_r este permitivitatea electrică relativă a substanței $\left(\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$.

β) Substanțele cristaline au caracteristic faptul că sistemele atomice sau grupele de sisteme atomice care formează substanța sînt dispuse ordonat în spațiu astfel încît pe trei direcții $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, formează structuri periodice. Sistemele atomice sau grupele de sisteme atomice constitutive sînt marcate prin puncte numite noduri. Totalitatea nodurilor formează rețeaua cristalină a substanței.

Rețelele cristaline fiind sisteme de particule ordonate prezintă axe de simetrie și plane de simetrie. O rețea cristalină are o axă de simetrie de ordinul n (notată C_n) dacă are numai noduri situate pe o dreaptă Δ și cîte n noduri situate pe cercuri ortogonale la dreapta Δ , cu centrele pe Δ , situate astfel încît arcele delimitate de două noduri vecine pe un cerc corespund unui unghi la centru $\varphi_n = \frac{2\pi}{n}$. În Fig. 11 a este reprezentată schematic o rețea cristalină cu axă de simetrie de ordin $n=3$. Rețeaua cristalină are un plan de simetrie Π_s dacă are numai noduri situate în planul Π_s și un număr egal de noduri situate de o parte și de alta a planului Π_s pe aceeași normală și la aceeași distanță față de plan (Fig. 11 b).

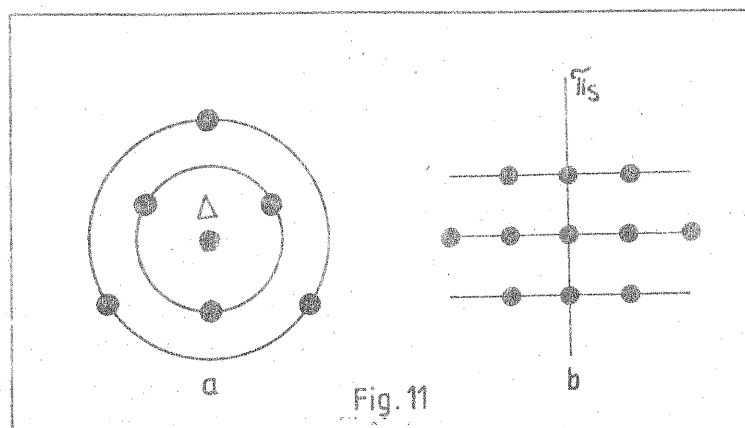


Fig. 11

Substanțele cristaline, cu excepția celor care cristalizează în sistemul cubic, sînt anizotrope din punct de vedere electric. Pentru astfel de substanțe permitivitatea electrică are valori dependente de direcția de acțiune a intensității cîmpului electric și de aceea polarizația $\vec{P}$ nu are, în general, aceeași direcție cu intensitatea cîmpului electric $\vec{E}$ [relația (2) nu este valabilă în acest caz]. În cazul substanțelor anizotrope relația dintre mărimile $\vec{P}$ și $\vec{E}$ este mai complicată și poate fi scrisă, în general, sub forma:

$$\vec{P} + \epsilon_0 \vec{E} = \vec{D} = [\epsilon] \vec{E} \quad (3)$$

unde $\vec{D}$ este inducția electrică a substanței iar $[\epsilon]$ este tensorul permitivității electrice a substanței care are, în general, nouă componente ϵ_{ij} ($i, j = x, y, z$).

Propagarea undelor electromagnetice în substanțe cristaline poate fi studiată într-un sistem de axe de coordonate triortogonale (a, b, c) din care una (exemplu oc) coincide cu axa de simetrie de

ordin maxim a rețelei cristaline a substanței. Într-un astfel de sistem de coordonate, legat de axele de simetrie cristalografice, tensorul permitivității electrice are maximum trei componente:

$$\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon_{ra}, \quad \epsilon_b = \epsilon_0 \epsilon_{rb}, \quad \epsilon_c = \epsilon_0 \epsilon_{rc} \quad (4)$$

Sistemul de coordonate (a, b, c) pentru care tensorul permitivității electrice are maximum trei componente se numește sistem de axe de coordonate principale ale substanței. Mărimile $\epsilon_a, \epsilon_b, \epsilon_c$ se numesc permitivități electrice principale iar $\epsilon_{ra}, \epsilon_{rb}, \epsilon_{rc}$ - permitivități electrice relative principale ale substanței. În cele ce urmează vom considera că axa oc coincide cu axa de simetrie de ordin maxim a rețelei. Dacă vectorul $\vec{E} (E_a, E_b, E_c)$ este orientat în lungul uneia din axele principale, din (3) și (4) rezultă că vectorul polarizație $\vec{P}$ este paralel cu $\vec{E}$ și pot fi scrise relațiile:

$$P_a = \epsilon_0 (\epsilon_{ra} - 1) E_a, \quad P_b = \epsilon_0 (\epsilon_{rb} - 1) E_b, \quad P_c = \epsilon_0 (\epsilon_{rc} - 1) E_c \quad (5)$$

$$\vec{P} = P_a \vec{a}_0 + P_b \vec{b}_0 + P_c \vec{c}_0 \quad (6)$$

în care $\vec{a}_0, \vec{b}_0, \vec{c}_0$ sînt versorii axelor de coordonate principale. Relațiile (3) pot fi scrise și sub forma:

$$\begin{aligned} D_a &= P_a + \epsilon_0 E_a = \epsilon_0 \epsilon_{ra} E_a \\ D_b &= P_b + \epsilon_0 E_b = \epsilon_0 \epsilon_{rb} E_b \\ D_c &= P_c + \epsilon_0 E_c = \epsilon_0 \epsilon_{rc} E_c \\ \vec{D} &= D_a \vec{a}_0 + D_b \vec{b}_0 + D_c \vec{c}_0 \end{aligned} \quad (7)$$

Există trei categorii de substanțe cristaline:

α) Substanțe cristaline cu rețele de simetrie mică sînt acelea care nu au nici o axă de simetrie de ordin $n \geq 3$. Pentru astfel de substanțe avem:

$$\epsilon_{ra} \neq \epsilon_{rb} \neq \epsilon_{rc} \quad (8)$$

iar $\vec{P}$ și $\vec{D}$ se exprimă prin relațiile (6) și (7).

β) Substanțe cristaline cu rețele de simetrie mijlocie sînt acelea care au o singură axă de simetrie de ordin $n \geq 3$. Pentru astfel de substanțe axa oc coincide cu axa de simetrie cu $n \geq 3$ și avem:

$$\epsilon_{ra} = \epsilon_{rb} = \epsilon_{ro}, \quad \epsilon_{rc} = \epsilon_{re} \quad (9)$$

iar din (6) rezultă:

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_{ro} - 1) (E_a \vec{a}_0 + E_b \vec{b}_0) + \epsilon_0 (\epsilon_{re} - 1) E_c \vec{c}_0 \quad (10)$$

γ) Substanțe cristaline cu rețele de simetrie mare sînt acelea care au două sau mai multe axe de simetrie de ordin $n \geq 3$. Pentru astfel de substanțe:

$$\epsilon_{ra} = \epsilon_{rb} = \epsilon_{rc} = \epsilon_r \quad (11)$$

și din (6) rezultă:

$$\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E} \quad (12)$$

Aceste substanțe se comportă din punct de vedere electric la fel cu substanțele amorfе [v.(2)]. Astfel de substanțe sînt cele care cristalizează în sistemul cubic [ex. NaCl].

§2. Propagarea undelor electromagnetice armonice plane în substanțe dielectrice izotrope.

Substanțele dielectrice sînt caracterizate din punct de vedere electric prin aceea că în ele numărul purtătorilor de sarcină electrică liberi este neglijabil și deci, în prima aproximație:

$$\rho_c = 0, \quad \vec{J}_c = 0, \quad \sigma = 0 \quad (13)$$

Folosind (13) și (1) putem scrie ecuațiile lui Maxwell (I-IV) (cap. II) pentru dielectrice sub forma:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{I} & \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{II} \\ \epsilon_r \nabla \cdot \vec{E} &= -\nabla \cdot \vec{P} \quad \text{III} & \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \quad \text{IV} \end{aligned} \quad (14)$$

Să admitem că în substanța dielectrică se propagă o undă plană armonică pentru care intensitatea de cîmp electric poate fi exprimată prin funcția:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{K}\vec{R} + \psi_0)} \quad (15)$$

Înlocuind (15) în (14) I se obține $\nabla \times \vec{E} = -i\vec{K} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ după care integrînd în raport cu timpul rezultă că inducția magnetică poate fi exprimată prin funcția:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{K}\vec{R} + \psi_0)} \quad (16)$$

în care:

$$\vec{B}_0 = \frac{1}{\omega} (\vec{K} \times \vec{E}_0) \quad (17)$$

Înlocuind (15) și (16) în (14) II în care $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = i\omega \vec{E}$ și integrînd în raport cu timpul rezultă că în substanțe dielectrice polarizația poate fi exprimată prin funcția:

$$\vec{P} = \vec{P}_0 e^{i(\omega t - \vec{K}\vec{R} + \psi_0)} \quad (18)$$

dacă $\vec{P}_0$ satisface relația:

$$\vec{P}_0 + \epsilon_0 \vec{E}_0 = \frac{1}{\mu_0 \omega} (\vec{B}_0 \times \vec{K}) \quad (19)$$

ținînd seama de (18) se poate afirma că în procesul de propagare a unei electromagnetice în substanța dielectrică, unda este însoțită de o undă de polarizație care are în fiecare punct aceeași fază ca și intensitatea de cîmp electric $\vec{E}$ (15) și inducția magnetică $\vec{B}$ (16).

Folosind formula (12) scrisă pentru amplitudini (factorul $e^{i\psi}$ se simplifică) relația (19) poate fi scrisă sub forma:

$$\vec{E}_0 = \frac{1}{\epsilon \mu_0 \omega} (\vec{B}_0 \times \vec{K}) \quad (20)$$

Din (17) și (20) rezultă că în cazul propagării undelor electromagnetice în substanțe dielectrice izotrope în fiecare punct din spațiul de propagare vectorii $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}$ sînt reciproc ortogonali formînd un triedru drept (Fig. 12). Conform cu (12) $\vec{P}_0$ este reprezentat paralel cu $\vec{E}_0$. Din (57) cap. II rezultă că vectorul Poynting are aceeași direcție cu vectorul de undă $\vec{K} = K\vec{N}$. Rezultă deci că în substanțele dielectrice izotrope și omogene energia radiantă se propagă pe direcție normală la suprafața de fază constantă ($\vec{S}_0 = \vec{N}$).

Deoarece vectorii $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ și $\vec{K}$, sînt ortogonali între ei putem scrie (17) și (20) sub forma:

$$B_0 = \frac{KE_0}{\omega}; \quad E_0 = \frac{KB_0}{\epsilon \mu_0 \omega} \quad (21)$$

Din (21) se obțin formulele:

$$v = \frac{\omega}{K} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu_0}}; \quad B_0 = \frac{E_0}{v}; \quad B = \frac{E}{v}; \quad K = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (22)$$

Folosind formulele $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ și $K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

stabilite pentru propagarea în vid (cap. II §2) din (22) rezultă egalitățile:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{v} = n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (23)$$

În (23) K este numărul de undă, λ -lungimea de undă și v -viteza de propagare a unei care se propagă în substanță. Din punct de vedere optic, substanța este caracterizată prin mărimea n egală cu raportul dintre viteza de propagare a suprafețelor de fază constantă a unei electromagnetice în vid și viteza de propagare a suprafețelor de fază constantă în substanță. Această mărime se numește indice de refracție al substanței. Conform cu (23), indicele de refracție este determinat de permitivitatea electrică a substanței. În substanțele izotrope din punct

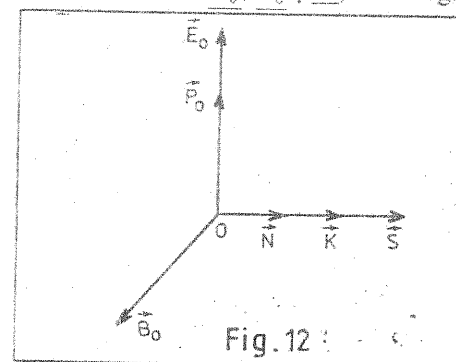


Fig. 12

de vedere electric ϵ_r are aceeași valoare pentru toate direcțiile de acțiune ale intensității câmpului electric și ca urmare, indicele de refracție n și viteza de fază $v = \frac{c}{n}$ (23) au aceeași valori în toate direcțiile de propagare. Substanțele pentru care n are aceeași valoare în toate direcțiile de propagare sînt izotrope din punct de vedere optic.

Ținînd seama de relațiile $K = K_0 n$ (23) și $L = \bar{N} \bar{R}$ [(17) cap. II] putem scrie ecuația de undă (15) sub forma:

$$\bar{E} = \bar{E}_0 e^{i(\omega t - K_0 n L + \psi_0)} \quad (24)$$

Din (24) rezultă că în procesul de propagare a unei într-o substanță dielectrică izotropă, cînd unda parcurge drumul geometric L faza undei se modifică cu cantitatea $K_0 n L$. Mărimea

$$(L) = nL \quad (25)$$

se numește drum optic. Conform cu (24) unei diferențe de drum optic $(\Delta L) = n \Delta L$ îi corespunde o diferență de fază:

$$\Delta \psi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \Delta L = \frac{2\pi(\Delta L)}{\lambda_0} \quad (26)$$

Folosind relația $B = \frac{E}{v}$ (22) putem scrie formula (57) cap. II sub forma:

$$\bar{S} = \frac{1}{v \mu_0} E^2 \bar{S}_0 \quad (27)$$

§3. Propagarea undelor electromagnetice armonice plane în substanțe dielectrice anizotrope.

α) Structura undei electromagnetice în substanțe anizotrope. Pentru substanțe dielectrice cu rețele cristaline de simetrie mică și mijlocie vectorul polarizație nu este coliniar cu intensitatea câmpului electric. [v. (3)]. Folosind relațiile (15) - (19) putem scrie ecuațiile lui Maxwell [(I-IV), (14)] sub forma:

$$\begin{aligned} \bar{B}_0 &= \frac{1}{\omega} (\bar{K} \times \bar{E}_0) \quad \text{I} & \bar{P}_0 + \epsilon_0 \bar{E}_0 &= \frac{1}{\mu_0 \omega} (\bar{B}_0 \times \bar{K}) \quad \text{II} \\ \epsilon_0 (\bar{K} \bar{E}_0) &= -(\bar{K} \bar{P}_0) \quad \text{III} & (\bar{K} \bar{B}_0) &= 0 \quad \text{IV} \end{aligned} \quad (28)$$

În (28) intervin amplitudinile mărimilor $\bar{E}$, $\bar{B}$, $\bar{D}$ și $\bar{P}$ dar ele sînt valabile și pentru aceste mărimi (fără a simplifica factorul comun $e^{i\psi}$). Mărimea:

$$\bar{D}_0 = \bar{P}_0 + \epsilon_0 \bar{E}_0 \quad (29)$$

este amplitudinea inducției electrice (3). Din ecuațiile (28) rezultă că orientarea reciprocă a vectorilor $\bar{E}_0$, $\bar{B}_0$, $\bar{P}_0$, $\bar{D}_0$, $\bar{K}$ într-o undă armonică plană care se propagă într-o substanță anizotropă este așa cum se arată în figura 13. Din (28) rezultă că $\bar{B}_0$ este perpendicular pe planul

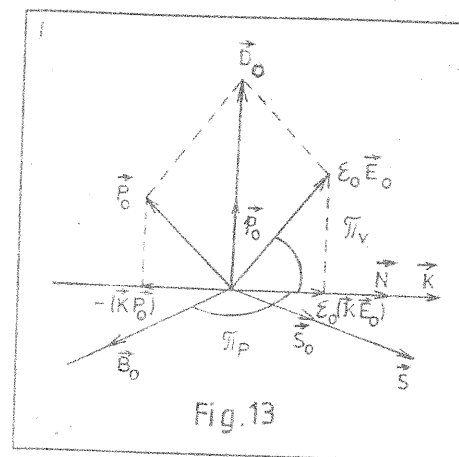


Fig. 13

determinat de $\bar{K}$ și $\bar{E}_0$ (ec. I), $\bar{D}_0$ (29) este perpendicular pe planul determinat de $\bar{B}_0$ și $\bar{K}$ (ec. II), proiecțiile vectorilor $\bar{P}_0$ și $\epsilon_0 \bar{E}_0$ pe direcția vectorului $\bar{K}$ sînt egale și de sens opus (ec. III). Propagarea energiei radiante în substanță este exprimată de vectorul lui Poynting [(57) cap. II] care poate fi exprimat sub forma:

$$\bar{S} = \frac{1}{\mu_0} (\bar{E} \times \bar{B}) = S \bar{S}_0 \quad (30)$$

Din (30) rezultă că vectorul $\bar{S}$ este perpendicular la planul determinat de $\bar{E}_0$ și $\bar{B}_0$ (Fig. 13). Rezultă deci că în substanțele anizotrope energia radiantă nu se propagă pe

direcția de mișcare a suprafețelor de fază constantă dată de vectorul de undă $\bar{K}$. Din (28) și (30) rezultă că vectorii $\bar{P}_0$, $\bar{D}_0$, $\bar{E}_0$, $\bar{K}$ și $\bar{S}$ sînt coplanari iar vectorul $\bar{B}$ este ortogonal la planul care conține acești vectori. Planul Π_v , determinat de $\bar{K}$ și $\bar{E}_0$, se numește plan de vibrație iar planul Π_p , determinat de $\bar{B}_0$ și $\bar{K}$ se numește plan de polarizare. Planul de polarizare este ortogonal la planul de vibrație. Versorul normalei la planul de vibrație este același cu versorul vectorului $\bar{B}_0$. Versorul normalei la planul de polarizare este același cu versorul vectorului $\bar{D}_0$. Dacă notăm cu $\bar{p}_0(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)$ versorul normalei la planul de polarizare putem scrie:

$$\bar{D}_0 = D_0 \bar{p}_0 \quad (31)$$

Proiectînd relația vectorială (31) pe axele sistemului de coordonate principale rezultă că componentele versorului $\bar{p}_0$ pot fi exprimate prin relațiile:

$$\alpha_p = \frac{D_{0a}}{D_0}, \quad \beta_p = \frac{D_{0b}}{D_0}, \quad \gamma_p = \frac{D_{0c}}{D_0} \quad (32)$$

β) Elipsoidul indicilor de refracție. În (28) vectorul $\bar{K}$ poate fi scris sub forma:

$$\bar{K} = K \bar{N} \quad (33)$$

unde $\bar{N}(\alpha, \beta, \gamma)$ este versorul normalei la suprafața de fază constantă a unei plane. Înmulțind (28) I vectorial la dreapta cu $\bar{K}$, înlocuind în (28) II și folosind (29) putem obține ecuația:

$$\vec{D}_0 = \frac{1}{\mu_0 \omega^2} (\vec{K} \times \vec{E}_0 \times \vec{K}) = \frac{K^2}{\mu_0 \omega^2} [\vec{E}_0 - \vec{N}(\vec{E}_0 \cdot \vec{N})] \quad (34)$$

Înmulțind (34) scalar cu $\vec{D}_0$ și observând că $\vec{D}_0 \cdot \vec{N} = 0$ ($\vec{D}_0 \perp \vec{N}$) putem obține ecuația:

$$D_0^2 = \frac{K^2}{\mu_0 \omega^2} \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 \quad (35)$$

În (35) produsul scalar poate fi scris sub forma:

$$\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 = E_{0a} D_{0a} + E_{0b} D_{0b} + E_{0c} D_{0c} \quad (36)$$

iar

$$\frac{K^2}{\mu_0 \omega^2} = \frac{1}{v^2} \epsilon_0 c^2 = \epsilon_0 n^2 \quad (37)$$

Exprimind mărimile E_{0a} , E_{0b} , E_{0c} din relațiile (7), scrise pentru amplitudini, și folosind (37), (36) și (32) ecuația (35) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\alpha_p^2}{\epsilon_{ra}} + \frac{\beta_p^2}{\epsilon_{rb}} + \frac{\gamma_p^2}{\epsilon_{rc}} \quad (38)$$

Ecuația (38) arată că în substanțe **dielectrice anizotrope** din punct de vedere electric indicele de refracție n (deci și viteza de fază $v = \frac{c}{n}$) depinde de orientarea planului de polarizare a unei plane (de componentele α_p , β_p și γ_p ale versorului $\vec{p}_0$). Rezultă că substanțele anizotrope din punct de vedere electric sînt anizotrope și din punct de vedere optic.

Dacă normala la planul de polarizare $\vec{p}_0$ este paralelă (II) cu una din axele de coordonate principale, din (38) obținem egalitățile:

$$\begin{aligned} \vec{p}_0 \parallel oa \quad (\alpha_p = 1, \beta_p = 0, \gamma_p = 0), \quad n_a &= \frac{c}{v_a} = \sqrt{\epsilon_{ra}} \\ \text{pentru: } \vec{p}_0 \parallel ob, \quad (\alpha_p = 0, \beta_p = 1, \gamma_p = 0), \quad n_b &= \frac{c}{v_b} = \sqrt{\epsilon_{rb}} \\ \vec{p}_0 \parallel oc, \quad (\alpha_p = 0, \beta_p = 0, \gamma_p = 1), \quad n_c &= \frac{c}{v_c} = \sqrt{\epsilon_{rc}} \end{aligned} \quad (39)$$

Mărimile n_a , n_b , n_c se numesc **indici de refracție principali** ai substanței iar v_a , v_b , v_c **viteze de fază principale**.

Folosind (39) putem scrie (38) sub forma:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\alpha_p^2}{n_a^2} + \frac{\beta_p^2}{n_b^2} + \frac{\gamma_p^2}{n_c^2} \quad (40)$$

Ecuația (40) se numește **ecuația elipsoidului indicilor de refracție**. Ea arată că într-o substanță anizotropă numai o undă linear polarizată (cu $\vec{p}_0$ independent de timp) se poate propaga cu o viteză constantă în timp. Din (40) rezultă deasemenea că pentru o undă armonică plană linear polarizată cu o orientare dată a planului de polarizare ($\vec{p}_0$ dat) există o viteză de fază bine determinată.

γ) **Suprafața indicilor de refracție**. Planul de polarizare al unei unde plane linear polarizate poate avea, în principiu, o infinitate de orientări care contin o direcție de propagare dată (o infinitate de orientări ale lui $\vec{p}_0 \perp \vec{N}$). Pentru a stabili cîte unde plane linear polarizate se pot propaga efectiv pe o direcție dată într-o substanță anizotropă (fără a-și schimba orientarea planului de polarizare) putem proceda în felul următor: Proiectăm ecuația (34) pe axele principale de coordonate și folosind relațiile (7) scrise pentru amplitudini și relațiile (37) și (39) putem obține relațiile:

$$\begin{aligned} D_{0a} &= -\frac{\epsilon_0 \alpha (\vec{E}_0 \cdot \vec{N})}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_a^2}}, \quad D_{0b} = -\frac{\epsilon_0 \beta (\vec{E}_0 \cdot \vec{N})}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_b^2}} \\ D_{0c} &= -\frac{\epsilon_0 \gamma (\vec{E}_0 \cdot \vec{N})}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_c^2}} \end{aligned} \quad (41)$$

Deoarece $\vec{D}_0$ este perpendicular pe $\vec{N}$ (Fig.13) putem scrie:

$$\vec{D}_0 \cdot \vec{N} = D_{0a} \alpha + D_{0b} \beta + D_{0c} \gamma = 0 \quad (42)$$

Înmulțind relațiile (41) succesiv cu α , β , γ , sumînd rezultatele și ținînd seama de (42) putem obține ecuația:

$$\frac{\alpha^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_a^2}} + \frac{\beta^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_b^2}} + \frac{\gamma^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_c^2}} = 0 \quad (43)$$

Din (43), prin eliminarea numitorilor, se obține ecuația:

$$\alpha^2 n_a^2 (n^2 - n_b^2)(n^2 - n_c^2) + \beta^2 n_b^2 (n^2 - n_c^2)(n^2 - n_a^2) + \gamma^2 n_c^2 (n^2 - n_a^2)(n^2 - n_b^2) = 0 \quad (44)$$

Ecuația (44) se numește **ecuația suprafeței indicilor de refracție**. Ea permite calcularea indicelui de refracție n în funcție de componentele α , β , γ ale versorului direcției de propagare și de indicii de refracție principali n_a , n_b , n_c care sînt mărimi caracteristice substanței.

Ecuația (44) fiind o ecuație de gradul doi în n^2 are pentru fiecare direcție de propagare $\vec{N}(\alpha, \beta, \gamma)$ două soluții: n_1 și n_2 . Rezultă că pentru o direcție de propagare într-un mediu anizotrop există două viteze de fază distincte v_1 și v_2 . În conformitate cu ecuația elipsoidului

indiciilor de refracție (40) numai o undă liniar polarizată cu o orientare bine determinată a planului de polarizare se poate propaga cu o viteză de fază bine determinată. În consecință, din cele două ecuații (40) și (44) rezultă că într-o substanță anizotropă pe o direcție dată se pot propaga, fără să-și schimbe planul de polarizare, numai două unde armonice plane liniar polarizate. Cele două unde au normalele la planele de polarizare $\vec{p}_{01}(\alpha_{1p}, \beta_{1p}, \gamma_{1p})$ și $\vec{p}_{02}(\alpha_{2p}, \beta_{2p}, \gamma_{2p})$ ale căror componente trebuie să satisfacă ecuația (40) cu n determinat de ecuația (44). Direcțiile din mediul anizotrop determinate de versorii $\vec{p}_{01}$ și $\vec{p}_{02}$ ai normalelor la planele de polarizare ale celor două unde se numesc direcții de polarizare de bază ale mediului anizotrop.

Orientarea reciprocă a direcțiilor $\vec{p}_{01}$ și $\vec{p}_{02}$ poate fi stabilită calculând produsul $\vec{p}_{01} \cdot \vec{p}_{02}$ care, cu ajutorul formulelor (32) și (41), poate fi scris sub forma:

$$\vec{p}_{01} \cdot \vec{p}_{02} = \alpha_{1p}\alpha_{2p} + \beta_{1p}\beta_{2p} + \gamma_{1p}\gamma_{2p} =$$

$$= \frac{\epsilon_0^2 (\vec{E}_{01} \vec{N})(\vec{E}_{02} \vec{N})}{D_{01} D_{02}} \left[\frac{\alpha^2}{\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_a^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_a^2}\right)} + \frac{\beta^2}{\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_b^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_b^2}\right)} + \frac{\gamma^2}{\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_c^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_c^2}\right)} \right] \quad (45)$$

Deoarece n_1 și n_2 trebuie să fie soluții ale ecuației suprafeței indiciilor de refracție, scriind ecuația (43) pentru $n=n_1$ și pentru $n=n_2$, scăzând ecuațiile obținute termen cu termen, dînd factor comun pe $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ și ținînd seama de (45) se poate obține relația:

$$\vec{p}_{01} \vec{p}_{02} = 0 \quad (45')$$

Relația (45)' arată că pentru o direcție de propagare dată $[\vec{N}(\alpha, \beta, \gamma) \text{ dat}]$ direcțiile de polarizare de bază sînt perpendiculare între ele ($\vec{p}_{01} \perp \vec{p}_{02}$).

Se poate demonstra de asemenea că dacă direcția de propagare $\vec{N}$ coincide cu una din axele de coordonate principale (a, b, c), atunci cele două unde plane liniar polarizate au normalele la planele de polarizare $\vec{p}_{01}$ și $\vec{p}_{02}$ orientate în lungul celorlalte două axe de coordonate principale și vitezele de fază $v_1 = \frac{c}{n_1}$ și $v_2 = \frac{c}{n_2}$ egale cu vitezele de fază principale corespunzătoare celor două direcții de bază. De exemplu, dacă propagarea se face în lungul axei Ob, direcțiile de

polarizare de bază sînt 0a și 0c iar vitezele de fază corespunzătoare celor două unde sînt $v_a = \frac{c}{n_a}$ și $v_c = \frac{c}{n_c}$.

Direcțiile de polarizare de bază pot fi puse în evidență experimental. Pentru aceasta se organizează un experiment ca cel prezentat schematic în Fig. 14. Un fascicul de raze paralele este trimis pe un sistem format dintr-un polarizor P și un analizor A care au direcțiile de transmisie în cruce (la extincție). Între P și A se introduce o lamă anizotropă L tăiată astfel încît fețele ei sînt paralele cu unul din planele de coordonate principale (ex. c0a). Dacă rotim lama în jurul direcției de propagare a radiațiilor, se constată că există două orientări ale lamei, care diferă cu un unghi de 90° , pentru care radiațiile nu trec prin sistem (nu luminează ecranul e). Acest rezultat se explică prin aceea că atunci cînd una din direcțiile principale ale lamei coincide cu direcția de transmisie a polarizorului (sau analizorului) radiația care trece prin lamă rămîne liniar polarizată cu aceeași orientare a planului de polarizare ca și radiația incidentă și deci nu poate trece prin sistem. Pentru oricare altă orientare a lamei anizotrope, după lamă se propagă două unde liniar polarizate în plane reciproc perpendiculare din care polarizorul transmite componentele care au intensitățile de cîmp electric paralele cu direcția lui de transmisie (lumina trece prin sistem).

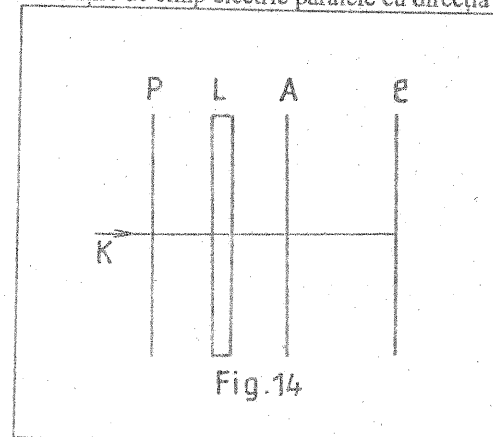


Fig. 14

Pentru cele două unde liniar polarizate care se propagă în mediul anizotrop pe o direcție oarecare $\vec{N}(\alpha, \beta, \gamma)$ intensitățile de cîmp electric pot fi exprimate prin funcții de forma (24):

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} e^{i(\alpha x - K_0 n_1 L + \psi_{01})}$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} e^{i(\alpha x - K_0 n_2 L + \psi_{02})} \quad (46)$$

Din (46) rezultă că în fiecare punct de pe direcția de propagare cele două unde sînt defazate cu cantitatea:

$$\Delta\psi = K_0(n_2 - n_1)L + \Delta\psi_0 \quad (47)$$

Ținînd seama de funcțiile (46) și de formula (47) se poate afirma că starea de polarizare a unei unde plane total polarizate (liniar, eliptic sau circular) care se propagă într-o substanță anizotropă pe o direcție oarecare se schimbă continuu $[\Delta\psi = f(L)]$.

§3.1. Propagarea suprafețelor de fază constantă ale undelor armonice plane în substanțe dielectrice anizotrope.

În cele ce urmează vom prezenta principalele concluzii care rezultă din analiza soluțiilor ecuațiilor (40) și (44). Ne vom referi în special la substanțele anizotrope cu rețele cristaline de simetrie mijlocie care prezintă cel mai mare interes pentru construirea unor dispozitive optice și spectrale.

Conform cu relațiile (9) și (39) substanțele cu rețele cristaline de simetrie mijlocie sînt caracterizate prin indicii de refracție principali:

$$n_a = n_b = n_c = n_o = \sqrt{\epsilon_{ro}} \text{ și } n_e = n_e = \sqrt{\epsilon_{re}} \quad (48)$$

Aceste substanțe sînt de două feluri:

$$\text{pozitive } n_e - n_o > 0 \quad (49)$$

$$\text{negative } n_e - n_o < 0 \quad (50)$$

Mărimea $n_e - n_o$ se numește birefringentă iar substanțele respective se numesc substanțe birefringente. Scriind ecuațiile (40) și (44) în condițiile (48) și folosind egalitățile:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1, \quad \alpha_p^2 + \beta_p^2 + \gamma_p^2 = 1 \quad (51)$$

putem obține ecuațiile:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1 - \gamma_p^2}{n_o^2} + \frac{\gamma_p^2}{n_e^2} \quad (51)''$$

$$(n^2 - n_o^2) \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1 - \gamma^2}{n_e^2} - \frac{\gamma^2}{n_o^2} \right) = 0$$

Ecuațiile (51)'' arată că în cazul substanțelor cu rețele cristaline de simetrie mijlocie, indicele de refracție n (deci și viteza de fază $v = \frac{c}{n}$) depinde numai de unghiul θ_p format de versorul $\vec{p}_0$ cu axa oc ($\gamma_p = \cos \theta_p$) respectiv de unghiul θ format de versorul $\vec{N}$ cu axa oc ($\gamma = \cos \theta$). Soluțiile ecuațiilor (51)'' sînt:

$$n_1 = n_o \text{ pentru unda cu } \gamma_p = 0 \text{ (independentă de } \gamma) \quad (51)'''$$

$$\frac{1}{n_2^2} = \frac{1 - \gamma^2}{n_e^2} + \frac{\gamma^2}{n_o^2}, \quad \frac{1}{n_2^2} = \frac{1 - \gamma_p^2}{n_o^2} + \frac{\gamma_p^2}{n_e^2}$$

Din analiza soluțiilor (51)''' rezultă că în cazul substanțelor birefringente, pe direcția axei oc ($\gamma = 1$) există o singură valoare a vitezei de fază (ambele unde au aceeași viteză de fază):

$$v_1 = v_2 = \frac{c}{n_o} \quad (51)$$

Direcția din mediul anizotrop în care cele două unde liniar polarizate se propagă cu aceeași viteză de fază se numește axă optică. (Pe direcția axei optice există o singură valoare a vitezei de fază). Substanțele cristaline cu rețea de simetrie mijlocie au o singură axă optică și de aceea ele se numesc substanțe anizotrope uniax. Axa optică a substanțelor uniax coincide cu axa de simetrie de ordin maxim ($n \geq 3$). În tabelul I sînt prezentate cîteva exemple de cristale uniax.

TABELUL I

Substanța	n_e	n_o	$n_e - n_o$
Cuarț	1,5533	1,5442	0,0091
Spat de Islanda	1,4865	1,6584	-0,1719
Calomei	2,6559	1,9732	0,6827

Pentru direcțiile de propagare care nu coincid cu axa optică există cîte două viteze de fază : una de valoare

$$v_o = \frac{c}{n_o} \quad (52)$$

independentă de direcția de propagare și alta de valoare

$$v_2 = \frac{c}{n_2} \quad (53)$$

care, în funcție de direcția de propagare, ia valori cuprinse între limitele $v_2 = v_o = \frac{c}{n_o}$ pe direcția

axei optice ($\gamma = 1$) și $v_2 = v_e = \frac{c}{n_e}$ pe direcțiile ortogonale la axa optică ($\gamma = 0$). Pentru substanțele

uniax pozitive $v_e \leq v_2 \leq v_o$ iar pentru cele uniax negative $v_o \leq v_2 \leq v_e$ [v. (52), (53), (49) și (50)]. Unda electromagnetică optică polarizată liniar care are planul de vibrație (intensitatea cîmpului electric) ortogonal la axa optică ($\gamma_p = 0$) se propagă cu aceeași viteză $v_o = \frac{c}{n_o}$ oricare ar fi

direcția de propagare $\vec{N}(\alpha, \beta, \gamma)$ și se numește undă ordinară. Cealaltă undă polarizată liniar, cu planul de vibrație paralel cu axa optică, ($\gamma_p = 1$) se numește undă extraordinară. (Indicii α și β atașați mărimilor n și v semnifică aceste denumiri). Viteza de fază a undei extraordinare $v_2 = \frac{c}{n_2}$, unde v_2 este dat de ecuația (51)''', depinde de unghiul θ pe care îl formează direcția de

propagare cu direcția axei optice luînd valori între limitele v_o și v_e așa cum s-a precizat mai sus. Pentru unda extraordinară viteza de fază v_2 depinde și de orientarea planului de polarizare în conformitate cu ecuația (51)'''.

Din analiza ecuațiilor (51) rezultă că dacă unda se propagă pe direcția axei optice ($\gamma=1$) oricare ar fi orientarea planului de polarizare unda se propagă cu viteza $v_0 = \frac{c}{n_0}$ și își păstrează starea de polarizare liniară și orientarea planului de polarizare.

În cazul substanțelor cristaline cu rețele de simetrie mică, caracterizate prin $n_a \neq n_b \neq n_c$, în conformitate cu ecuațiile (40) și (44), există două direcții pentru care viteza de fază are o singură valoare. Aceste substanțe se numesc substanțe anizotrope biax. Pentru direcțiile care nu coincid cu axele optice ale substanței, viteza de fază are două valori $v_1 = \frac{c}{n_1}$ și $v_2 = \frac{c}{n_2}$ determinate de ecuațiile (40) și (44). Un exemplu de substanță anizotropă biax este cristalul de mică (aluminosilicat natural de K cu un conținut de Mg, Fe, Mn, Cr, s.a.). Acesta clivează în foi subțiri după plane perpendiculare la bisectoarea unghiului dintre cele două axe optice.

§3.2. Propagarea energiei radiante în substanțe dielectrice anizotrope.

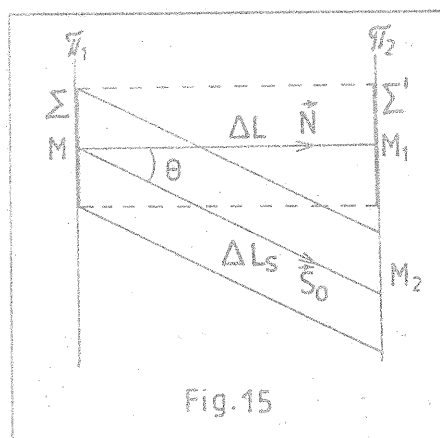


Fig. 15

După cum s-a arătat în §3, α (v. Fig. 13) în substanțele anizotrope direcția de transport a energiei radiante ($\vec{S}_0$), nu coincide cu direcția de propagare a suprafețelor de fază constantă ($\vec{N}$). În timpul Δt în care suprafața de fază constantă se deplasează între planele Π_1 și Π_2 (Fig. 15) pe direcția $\vec{N}$ cu distanța $MM_1 = \Delta L$ energia se propagă pe direcția $\vec{S}_0$ și parcurge drumul $MM_2 = \Delta L_s$.

Din figura 15 rezultă relația:

$$\Delta L_s = \frac{\Delta L}{(\vec{S}_0 \cdot \vec{N})} \quad (54)$$

Împărțind relația (54) la timpul de propagare Δt

$$v_s = \frac{v}{(\vec{S}_0 \cdot \vec{N})} \quad (55)$$

în care v este viteza de fază a undei iar v_s viteza de transport a energiei. Direcțiile de transport ale energiei se numesc raze. Pentru a exprima procesul de transport a energiei în substanțe dielectrice anizotrope trebuie ca în ecuațiile lui Maxwell (28) să folosim anumite artificii de

calcul astfel încît în loc de versorul $\vec{N} = \frac{\vec{K}}{K}$ să apară versorul vectorului Poynting $\vec{S}_0 = \frac{\vec{S}}{S}$ iar în loc de viteza de fază v să apară viteza de transport al energiei v_s (55). Dacă notăm versorul direcției de acțiune a intensității cîmpului electric $\vec{E}$ cu $\vec{e}_0(\alpha_E, \beta_E, \gamma_E)$ și versorul direcției de propagare a energiei cu $\vec{S}_0(\alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$, prin calcule asemănătoare cu cele care au condus la stabilirea ecuațiilor (40) și (44), se pot obține două ecuații pentru viteza v_s de propagare a energiei. Una asemănătoare cu (40) care exprimă v_s în funcție de direcția de acțiune a intensității cîmpului electric $\vec{E}$ dată prin versorul $\vec{e}_0(\alpha_E, \beta_E, \gamma_E)$ și a doua asemănătoare cu (44) care exprimă viteza v_s în funcție de direcția de propagare a energiei exprimată prin versorul $\vec{S}_0(\alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$. Ecuațiile care se obțin sînt următoarele:

$$\frac{1}{v_s^2} = \frac{\alpha_E^2}{v_a^2} + \frac{\beta_E^2}{v_b^2} + \frac{\gamma_E^2}{v_c^2} \quad (55')$$

$$\alpha_s^2 v_a^2 (v_s^2 - v_b^2)(v_s^2 - v_c^2) + \beta_s^2 v_b^2 (v_s^2 - v_c^2)(v_s^2 - v_a^2) + \gamma_s^2 v_c^2 (v_s^2 - v_a^2)(v_s^2 - v_b^2) = 0 \quad (55'')$$

Din punct de vedere matematic aceste două ecuații sînt identice cu (40) și, respectiv, cu (44) și de aceea concluziile sînt asemănătoare cu cele obținute din aceste ecuații pentru viteza de fază v . În cele ce urmează vom prezenta prin analogie cele mai importante concluzii care rezultă din ecuațiile (55)' și (55)'' pentru viteza v_s :

1°. Pentru o orientare dată a intensității cîmpului electric $\vec{E}$, adică pentru $\vec{e}_0(\alpha_E, \beta_E, \gamma_E)$ dat, viteza de transport a energiei v_s are o valoare bine determinată prin vitezele principale v_a, v_b, v_c [v. (55)'].

2°. Pentru orice direcție de transport a energiei, adică pentru $\vec{S}_0(\alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$ dat, există două viteze de transport ale energiei v_{1s} și v_{2s} [v. (55)'']. Vitezele de transport ale energiei v_{1s} și v_{2s} pot fi reprezentate grafic în sistemul de axe de coordonate principale (a, b, c) pentru orice direcție de propagare $\vec{S}_0(\alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$. Pentru aceasta, din originea sistemului de axe pentru fiecare direcție de propagare $\vec{S}_0(\alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$ a energiei se reprezintă vectori de mărime v_{1s} și v_{2s} , care sînt soluții ale ecuațiilor (55)' și (55)'', în convenția:

$$\vec{v}_s(a, b, c), \quad a = \alpha_s v_s, \quad b = \beta_s v_s, \quad c = \gamma_s v_s \quad (56)$$

Locul geometric al extremităților acestor vectori constituie o suprafață dublă (cu două pinze) care se numește suprafața vitezelor de transport ale energiei sau suprafața de undă. În toate cazurile una din suprafețele de undă este sferică iar cealaltă elipsoidală. În figura 16 sînt reprezentate suprafețele de undă pentru substanțele uniax pozitive ($v_0 > v_c$) (Fig. 16 a) și uniax

negative ($v_0 < v_e$) (Fig. 16 b). Din figura 16 se pot obține următoarele concluzii: Dacă transportul de energie radiantă se face în lungul axei optice (OC) avem $v_{1s} = v_{2s} = v_0$ adică vitezele de transport ale energiei pentru cele două unde sînt egale între ele și egale cu viteza de fază a unei ordinare. Pentru orice direcție de propagare $\vec{S}_0(\alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$ diferită de axa optică există două viteze de transport ale energiei: $v_{1s} = v_0$ pentru unda ordinară și v_{2s} pentru unda extraordinară. În funcție de direcția de propagare, v_{2s} poate lua valori cuprinse între v_0 (pe direcția axei optice) și v_e (pe direcțiile perpendiculare la axa optică). Pentru unda ordinară viteza de transport a energiei coincide cu viteza de fază ($v_{1s} = v_0$) oricare ar fi direcția de propagare. În substanțele anizotrope uniax suprafața de undă a unei ordinare este sferică de rază

$v_{1s} = v_0$ iar suprafața de undă a unei extraordinare este un elipsoid de rotație cu semiaxele v_0 (pe direcția axei optice) și v_e (pe direcțiile ortogonale la axa optică). Cele două suprafețe de undă sînt

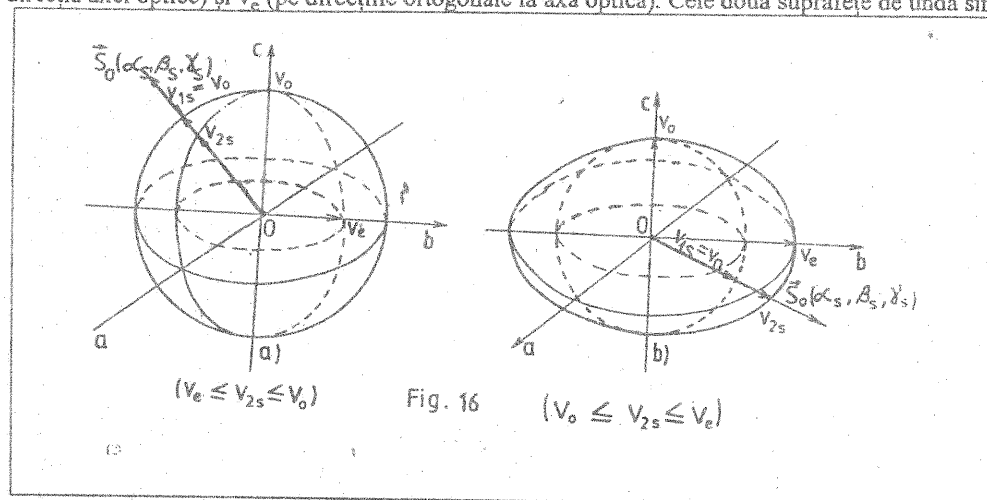


Fig. 16

tangente una la alta pe direcția axei optice. În cazul substanțelor uniax pozitive suprafața de undă elipsoidală (a unei extraordinare) este în interiorul suprafeței de undă sferice (a unei ordinare). În cazul substanțelor uniax negative suprafața de undă sferică este în interiorul suprafeței de undă elipsoidale. Pentru unda ordinară razele sînt ortogonale la suprafața de undă și de aceea ele satisfac legile cunoscute ale reflexiei și refracției. Pentru unda extraordinară razele nu sînt, în general, ortogonale la suprafața de undă și de aceea razele extraordinare nu satisfac, în general, legile reflexiei și refracției. Dacă dintr-un punct o al mediului anizotrop uniax (Fig. 16) se emit radiații optice în toate direcțiile, în timpul $\tau = ls$ energia radiantă a unei ordinare ajunge în

punctele unei sfere de rază v_0 iar energia radiantă a unei extraordinare ajunge în punctele unui elipsoid de revoluție cu semiaxele v_0 și $v_e = \frac{c}{n_e}$.

§3.3. Anizotropia indusă.

Sub acțiunea unor câmpuri de forță substanțele izotrope pot deveni anizotrope. Anizotropia produsă de câmpuri de forțe se numește anizotropie indusă. Dacă anizotropia se păstrează și după încetarea acțiunii câmpului de forțe ea se numește anizotropie remanentă. Principalele câmpuri de forță care pot produce anizotropie sînt câmpurile de forțe mecanice, electrice și magnetice.

A. Anizotropia mecanică. Dacă un eșantion de substanță izotropă (sticlă, plexiglas, rășină sintetică, etc.) este comprimat cu ajutorul unei prese (Fig. 17) în interiorul substanței se creează un câmp de tensiuni mecanice cu axa de simetrie C_{xx} pe direcția forțelor de comprimare. Datorită deformărilor produse în substanță, aceasta devine anizotropă uniax cu axa optică Δ orientată pe direcția forțelor mecanice.

Cercetările au arătat că birefringenta mecanică poate fi exprimată prin formula:

$$n_e - n_0 = M \lambda_0 P \quad (57)$$

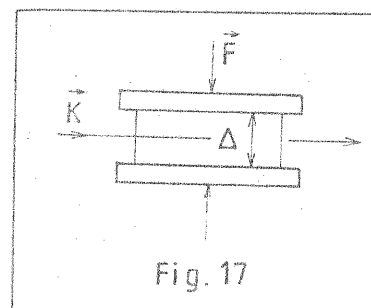


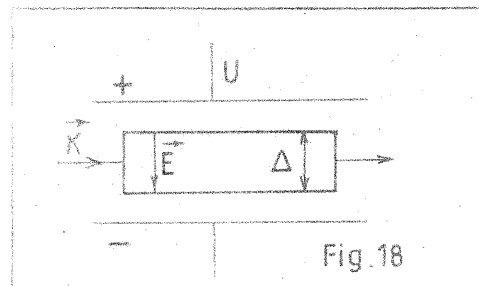
Fig. 17

în care λ_0 este lungimea de undă în vid a radiației optice utilizate pentru măsurarea birefringentei, P presiunea exercitată asupra eșantionului de substanță iar M este o constantă caracteristică substanței. Anizotropia mecanică poate fi pozitivă ($M > 0$) sau negativă ($M < 0$). Dacă substanța este perfect elastică, la încetarea acțiunii forțelor ea încetează de a mai fi anizotropă. Dacă deformările produse sînt ireversibile, substanța păstrează anizotropia

remanentă. Anizotropia remanentă poate fi observată, de pildă, la obiectele de sticlă care în urma unui proces de răcire neuniformă păstrează tensiuni mecanice interne. Aceste tensiuni duc la scăderea fiabilității obiectelor de sticlă și de aceea trebuie eliminate printr-un nou proces de încălzire urmată de o răcire lentă. Controlul calității obiectelor de sticlă, în privința tensiunilor interne, se face în lumină polarizată introducînd obiectul de studiat între un polarizor și un analizor cu direcțiile de transmisie în cruce. Dacă obiectul de sticlă este anizotrop, în câmpul vizual apar zone luminoase care ne dau informații despre modul de distribuție a tensiunilor interne. Aparatul utilizat în acest scop se numește polariscop.

Anizotropia mecanică poate fi indusă și prin întindere nu numai prin comprimare. Astfel, în procesul de etirare a foliilor sau fibrelor sintetice, din materiale polimere, are loc o orientare preferențială a macromoleculelor lungi pe direcția de întindere. Moleculele fiind anizotrope conferă această proprietate și substanței care devine anizotropă.

B. Anizotropia indusă în câmp electric. Majoritatea substanțelor sub acțiunea unui câmp electric intens devin anizotrope. Astfel, dacă în câmpul electric creat între plăcile unui



condensator plan se introduce o substanță izotropă (ex. o cuvă de sticlă cu nitrobenzen) (Fig.18) lichidul capătă proprietățile unui corp anizotrop uniax cu axa optică Δ orientată pe direcția câmpului electric $\vec{E}$. Fenomenul a fost descoperit de Kerr în anul 1875 și este cunoscut sub denumirea de efectul Kerr. Experimentele efectuate au arătat că birefrința electrică

poate fi exprimată prin formula:

$$n_e - n_0 = K \lambda_0 E^2 \quad (58)$$

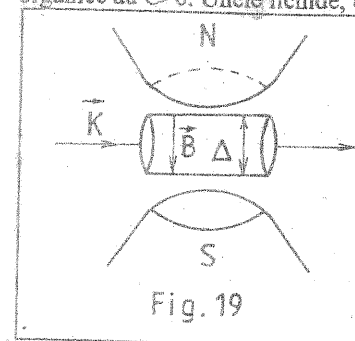
în care K este o mărime caracteristică substanței și se numește constanta Kerr, iar λ_0 este lungimea de undă în vid a radiației pentru care se determină birefrința. Formula (58) arată că birefrința electrică este direct proporțională cu pătratul intensității câmpului electric. Pentru unele substanțe birefrința este pozitivă ($K > 0$) (majoritatea lichidelor) iar pentru altele negativă ($K < 0$) (uleiuri, alcooli, eter etilic s.a.). Pentru o substanță dată mărimea K depinde de lungimea de undă și de temperatură. În cazul lichidelor timpul de restabilire a izotropiei după suprimarea acțiunii câmpului electric este foarte scurt, de ordinul 10^{-10} - 10^{-11} s.

Efectul Kerr se explică prin orientarea momentelor dipolare electrice ale moleculelor în câmp electric. Majoritatea moleculelor fiind anizotrope din punct de vedere electric se orientează astfel încât momentele dipolare electrice ale lor să fie paralele cu $\vec{E}$. Moleculele astfel orientate conferă substanței proprietatea de anizotropie.

C. Anizotropia indusă în câmp magnetic. În 1907, A. Cotton și H. Mouton au arătat că dacă o cuvă cu nitrobenzen este introdusă într-un câmp magnetic intens (Fig.19) lichidul capătă proprietățile unui corp anizotrop uniax cu axa optică orientată paralel cu inducția magnetică $\vec{B}$. Experimentele au arătat că birefrința magnetică poate fi exprimată prin formula:

$$n_e - n_0 = C \lambda_0 B^2 \quad (59)$$

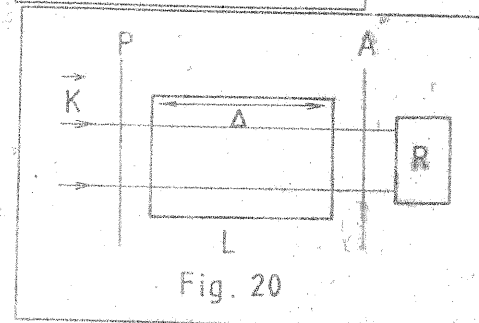
în care C este o mărime caracteristică substanței și se numește constanta Cotton-Mouton. Anizotropia magnetică poate fi pozitivă ($C > 0$) sau negativă ($C < 0$). Majoritatea lichidelor organice au $C > 0$. Unele lichide, cum sînt cloroforul sau sulfura de carbon, au $C < 0$.



Fenomeul de anizotropie magnetică se explică prin orientarea moleculelor în câmp magnetic. În baza formulei (59) anizotropia magnetică poate fi folosită în măsurarea câmpurilor magnetice intense prin măsurarea birefrinței.

§3.4. Rotirea naturală a planului de polarizare a radiațiilor optice

După cum s-a arătat (§3 cap.III) dacă o undă armonică



plană (polarizată liniar) se propagă într-o substanță anizotropă pe direcția axei optice ea trebuie să-și conserve starea de polarizare liniară oricare ar fi orientarea planului ei de polarizare ($\chi_p = \text{const}$). Pentru a verifica această concluzie se poate folosi un dispozitiv format dintr-un polarizor P , un analizor A și un receptor de radiații R (Fig.20). Experimentul se efectuează în felul următor. În început,

polarizorul și analizorul se orientează cu direcțiile de transmisie reciproc perpendiculare astfel încât receptorul R indică flux egal cu zero. După aceasta între P și A se introduce eșantionul de substanță anizotropă uniax cu axa optică Δ în lungul direcției de propagare a radiațiilor. Dacă radiația nu trece prin sistem oricare ar fi grosimea L a stratului de substanță rezultă că în procesul de propagare în substanță radiația își conservă starea de polarizare liniară și orientarea planului de polarizare. Experimentele efectuate cu un număr mare de substanțe anizotrope confirmă conservarea stării de polarizare liniară și a orientării planului de polarizare în cazul propagării radiației pe direcția axei optice. Dacă însă experimentul se realizează cu un cristal de cuarț, se constată că la introducerea eșantionului între polarizor și receptorul indică flux diferit de zero. Se constată totodată că prin rotirea polarizorului în jurul direcției de propagare se poate obține din nou o poziție a lui pentru care receptorul indică flux de valoare zero. La rotirea eșantionului de cuarț, în jurul axei optice, nu se produce nici o modificare a fluxului de radiații transmis. În

concluzie, în cazul cuarțului starea de polarizare liniară se conservă dar planul de polarizare este rotit cu un anumit unghi. Acest unghi este egal cu unghiul cu care trebuie rotit analizorul între cele două poziții ale lui pentru care receptorul indică flux egal cu zero. Fenomenul de rotire a planului de polarizare a fost descoperit de către Arago în 1811.

Experimentele efectuate cu eșantioane solide de grosimi diferite au arătat că unghiul de rotire a planului de polarizare poate fi exprimat prin formula:

$$\alpha = [\alpha] \cdot L \quad (60)$$

în care $[\alpha]$ este o mărime caracteristică substanței numită rotație specifică. Conform cu (60) rotația specifică este o mărime numeric egală cu unghiul de rotire a planului de polarizare produs de un strat de substanță cu grosimea egală cu unitatea. În cazul corpurilor solide, mărimea $[\alpha]$ se exprimă convențional în $\frac{\text{grade}}{\text{mm}}$.

Substanțele care rotesc planul de polarizare a radiației optice se numesc substanțe optic active. Există substanțe optic active pozitive ($[\alpha] > 0$) numite și dextrogire și substanțe optic active negative ($[\alpha] < 0$) numite și levogire. Cuarțul există în ambele varietăți optic active, dextrogir și levogir. Pentru cuarț $[\alpha] = 21,72 \frac{\text{grade}}{\text{mm}}$. Există și substanțe anizotrope biax care sînt optic active. Așa este, de pildă, zahărul de trestie cu $[\alpha_1] = +2,2 \frac{\text{grade}}{\text{mm}}$ și $[\alpha_2] = -6,4 \frac{\text{grade}}{\text{mm}}$. Pentru o substanță dată mărimea $[\alpha]$ depinde de lungimea de undă a radiației. În tabele se dau, de regulă, valorile lui $[\alpha]$ pentru radiația galbenă a sodiului cu $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$.

În 1815 I.B. Biot a arătat că soluțiile unor substanțe optic inactive solvite în solvenți inactivi sînt optic active. În acest caz, unghiul de rotire a planului de polarizare poate fi exprimat prin formula:

$$\alpha = [\alpha_c] \cdot CL \quad (61)$$

în care C este concentrația substanței în soluție, L lungimea drumului străbătut de radiația optică în soluție iar $[\alpha_c]$ este o mărime caracteristică substanței și se numește putere de rotație specifică. În mod convențional, în cazul soluțiilor optic active unghiul α se exprimă în grade, L în dm iar c în grame pe centimetru cub. Conform cu (61) și cu convenția acceptată puterea de rotație specifică $[\alpha_c]$ este o mărime numeric egală cu unghiul de rotire a planului de polarizare exprimat în grade produs de un strat de soluție cu grosimea de 1 decimetru și concentrația de 1 gram pe centimetru cub. Exemplu, pentru zahăr $[\alpha_c] = 64 \frac{\text{grad}}{\text{dm} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$.

Pentru soluții optic active, formate din amestecuri de substanțe, unghiurile de rotire sînt aditive astfel încît unghiul total de rotire a planului de polarizare poate fi exprimat prin formula:

$$\alpha = \left(\sum_{j=1}^N [\alpha_j] \cdot C_j \right) \cdot L \quad (62)$$

Formulele (61) și (62) pot fi folosite pentru determinarea concentrației unor substanțe optic active în soluții pentru care se măsoară unghiurile de rotire a planului de polarizare. Teoria care explică fenomenul de rotire naturală a planului de polarizare a fost dată de către Fresnel. Conform acestei teorii o undă plană armonică (liniar polarizată) la intrarea în substanța optic activă (pe direcția axei optice) se descompune în două unde armonice plane circular polarizate, una la stînga și alta la dreapta, care se propagă în substanță pe aceeași direcție dar cu viteze diferite. Parcurgînd în substanță un drum oarecare L cele două unde sînt defazate cu o cantitate determinată astfel încît prin compunerea lor se obțin din nou o undă plană liniar polarizată dar cu planul de polarizare rotit cu un anumit unghi. Teoria arată că rotația specifică poate fi exprimată prin formula:

$$[\alpha] = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_s - n_d) \quad (63)$$

în care n_s și n_d sînt indicii de refracție ai substanței optic active pentru componenta polarizată circular la stînga și, respectiv, la dreapta. În conformitate cu (63) pentru substanțe optic active pozitive trebuie să avem

$$n_s - n_d > 0 \quad (64)$$

iar pentru substanțe optic active negative

$$n_s - n_d < 0 \quad (65)$$

§4. Difuzia radiațiilor optice.

La trecerea radiațiilor optice printr-un mediu eterogen cum este, de exemplu, aerul atmosferic încărcat cu particule fine de apă (ceată), praf, fum etc. se constată că particulele de substanță produc împrăștierea radiațiilor optice. Fenomenul de împrăștiere a radiațiilor optice de către particulele unui mediu eterogen se numește difuzia radiațiilor optice. Particulele de substanță care produc difuzia se numesc centri de difuzie. Difuzia radiațiilor optice este determinată de procese de reemisie a radiației optice de către particulele încărcate cu sarcini electrice din centrul de difuzie. Sub acțiunea câmpului electric al unei incidente, sistemele atomice din centrul de difuzie capătă momente dipolare

electrice variabile în timp, și, ca urmare, emit radiații optice. În cele ce urmează vom numi radiația incidentă, sub acțiunea căreia se produc procesele de reemisie, radiație primară iar radiația care rezultă în urma proceselor de reemisie-radiație difuzată. Radiația difuzată, ca orice radiație optică, este caracterizată prin compoziția spectrală (care poate fi exprimată prin densitatea de flux spectral) și prin starea de polarizare.

A. Densitatea de flux a radiației difuzate. Elaborarea unei teorii general valabile a proceselor de difuzie presupune

luarea în considerare a unui mare număr de factori care intervin în producerea fenomenului. Dintre acești factori amintim: natura și dimensiunile centrilor de difuzie, temperatura mediului, compoziția spectrală și starea de polarizare a radiației primare ș.a. Din această cauză, în cele ce urmează, vom prezenta un model teoretic simplificat dar capabil să exprime principalele

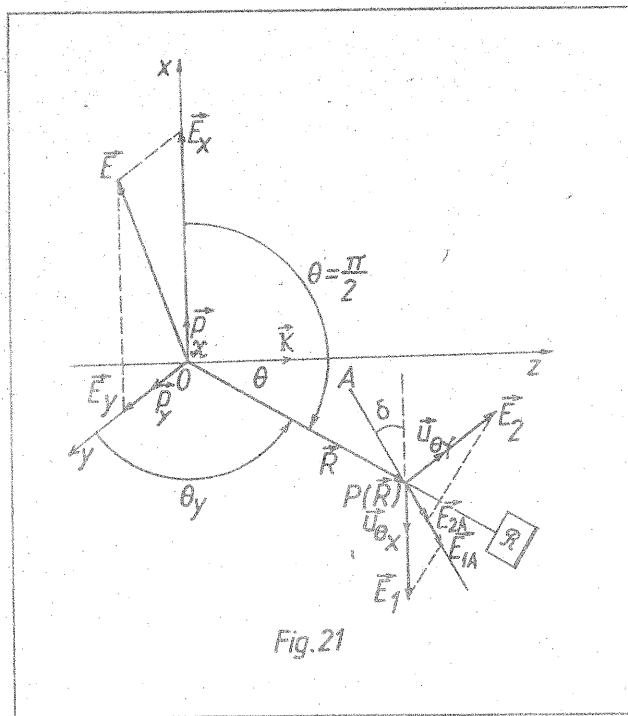


Fig. 21

caracteristici ale proceselor de difuzie. Vom considera că undă primară este o undă plană, monocromatică nepolarizată care se propagă pe direcția axei oz a unui sistem de coordonate triortogonale (x,y,z) (Fig.21). O astfel de undă poate fi reprezentată prin două unde plane polarizate liniar pe direcții reciproc ortogonale pe care le putem exprima prin funcțiile:

$$\begin{aligned} \vec{E}_x &= E_{0x}(t)e^{i(\omega t - Kz)} \cdot \vec{i} \\ \vec{E}_y &= E_{0y}(t)e^{i(\omega t - Kz)} \cdot \vec{j} \end{aligned} \quad (66)$$

unde $E_{0x}(t)$ și $E_{0y}(t)$ sînt funcții de timp aleatoare independente [v.cap.II, §7]. Densitățile de flux ale celor două componente pot fi exprimate prin egalitățile [v.(79) cap.II]:

$$\varphi_x = \varphi_y = \frac{\varphi_0}{2} \quad (67)$$

unde φ_0 este densitatea de flux a unei primare.

Să admitem că în originea axelor de coordonate (Fig.21) se află un centru de difuzie de formă sferică din substanță izotropă. Sub acțiunea intensităților de câmp $\vec{E}_x, \vec{E}_y$ (66) în centrul de difuzie se induc momentele dipolare electrice [(48) cap.II]:

$$\vec{p}_x = \tilde{\alpha}_x \vec{E}_x, \quad \vec{p}_y = \tilde{\alpha}_y \vec{E}_y \quad (68)$$

unde $\tilde{\alpha}_x$ și $\tilde{\alpha}_y$ sînt polarizabilitățile sistemelor atomice care capătă momentele dipolare $\vec{p}_x$ și $\vec{p}_y$. Deoarece substanța din centrul de difuzie este izotropă, în conformitate cu (49) cap.II putem scrie:

$$\tilde{\alpha}_x = \tilde{\alpha}_y = \tilde{\alpha} = \frac{q^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \quad (69)$$

unde ω_0 este pulsația proprie a particulelor de masă m și sarcină electrică q din centrul de difuzie iar γ coeficientul de amortizare [(39), cap.II].

Ne propunem să calculăm densitatea de flux a radiației difuzate în vecinătatea unui punct oarecare $P(\vec{R})$ din spațiu. Pentru simplificarea calculelor ținem seama de faptul că direcțiile ortogonale de descompunere a vectorului $\vec{E}$ (Fig.21) pot fi alese după dorință și orientăm sistemul de axe de coordonate astfel încît punctul $P(\vec{R})$ să fie situat în planul yoz (rotim sistemul de coordonate în jurul axei oz). În aceste condiții, vectorul de poziție $\vec{R}$ formează cu momentele dipolare $\vec{p}_x$ și $\vec{p}_y$ unghiurile $\theta_x = \frac{\pi}{2}$ și, respectiv, θ_y . În conformitate cu formulele (50') și (50'')

cap.II, care exprimă intensitatea de câmp electric a radiației emise în procese de emisie forțată, ținînd seama de (66) și (69) rezultă că în punctul $P(\vec{R})$ trebuie să acționeze câmpuri electromagnetice secundare cu intensitățile de câmp electric:

$$\vec{E}_1 = A(\vec{R}, \omega) E_{0x}(t) e^{i(\omega t - KR)} \vec{i}; (\vec{u}_R = -\vec{i}) \quad (70)$$

$$\vec{E}_2 = A(\vec{R}, \omega) \sin \theta_y E_{0y}(t) e^{i(\omega t - KR)} \vec{u}_\theta \quad (71)$$

in care:

$$A(\vec{R}, \omega) = \frac{\tilde{\alpha} \cdot \omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{1}{R} \quad (72)$$

Aceste intensități de câmp sînt reprezentate în figura 21 la un moment oarecare t .

Folosind (70), (71) și (67) putem obține pentru densitatea de flux a radiației difuzate formula:

$$\varphi_s(P) = \frac{1}{c\mu_0} \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = A^2(\vec{R}, \omega) \frac{\varphi_0}{2} (1 + \sin^2 \theta_y) \quad (73)$$

Dacă în vecinătatea originii axelor de coordonate sînt N centri de difuzie identici care emit radiații secundare în mod independent unul de altul, în conformitate cu (83) cap.II, densitatea de flux a radiației difuzate în punctul $P(\vec{R})$ poate fi exprimată prin formula:

$$\varphi(P) = NA^2(\vec{R}, \omega) \frac{\varphi_0}{2} (1 + \cos^2 \theta) \quad (74)$$

În (74) s-a introdus unghiul θ folosind egalitatea $\sin^2 \theta_y = \cos^2 \theta$ (Fig.21). Unghiul θ format de direcția de difuzie $\vec{R}$ cu direcția fascicului primar se numește **unghi de difuzie**.

B. Legile difuziei. Din (74) pot fi formulate următoarele legi ale difuziei:

1. Densitatea de flux a radiației difuzate pe o direcție de difuzie dată (θ dat) este direct proporțională cu numărul centrilor de difuzie. Formula (74) poate fi folosită pentru determinarea acestui număr dacă se măsoară $\varphi(P)$, θ și se cunoaște $A(\vec{R}, \omega)$ și φ_0 .

2. Densitatea de flux a radiației difuzate pe o direcție de difuzie dată este direct proporțională cu densitatea de flux a fascicului primar.

3. Densitatea de flux a radiației difuzate depinde de direcția de difuzie (de unghiul θ) luînd valori maxime

$$\varphi_M = NA^2 \varphi_0 \quad (75)$$

pe direcția fascicului primar ($\theta=0, \pi$) și valori minime

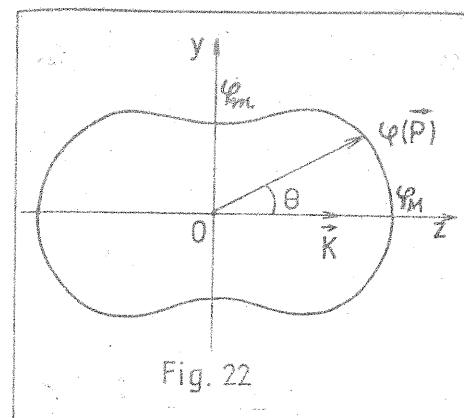


Fig. 22

$$\varphi_m = NA^2 \frac{\varphi_0}{2} \quad (76)$$

pe direcțiile ortogonale la direcția fascicului primar ($\theta = \frac{\pi}{2}$). Modul de variație a densității de

flux a radiației difuzate cu unghiul de difuzie θ , în conformitate cu (74), este reprezentat în diagrama polară din figura 22 (în planul yoz). Curba este simetrică față de cele două direcții ortogonale z și y . Rotind această curbă în jurul direcției fascicului primar (oz) se obține o suprafață numită **indicatrice de difuzie spațială**.

4. Densitatea de flux a radiației difuzate pe o direcție de difuzie dată depinde de frecvența radiației primare așa cum rezultă din (74) în care $A(\vec{R}, \omega)$ este dat de (72) iar $\tilde{\alpha}$ de (69). Forma aproximativă a acestei dependențe depinde de valoare raportului $\frac{\omega}{\omega_0}$. Un caz interesant este acela în care $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$. În acest caz, din (69), scoțînd ω_0^2 în factor forțat la numitor și dezvoltînd în serie de puteri, se obține, în primă aproximație:

$$\alpha = \frac{q^2}{\omega_0^2} \frac{m}{\omega_0} \quad (75)'$$

Folosind (75)' și (72) din (74) rezultă:

$$\varphi(\lambda) \approx \frac{1}{\lambda^2} \quad (76)'$$

Dependența densității de flux a radiației difuzate de inversul puterii-a patra a lungimii de undă a fost stabilită de Rayleigh în 1881 și se numește **legea de difuzie a lui Rayleigh**. Fenomenele de difuzie care respectă legea lui Rayleigh (76)' se numesc **fenomene de difuzie Rayleigh**.

Legea (76)' permite explicarea culorii albastre a cerului. Radiația primară care provine de la Soare (S) trecind prin straturile de aer superioare ale atmosferei este difuzată de neomogenitățile de substanță create prin fluctuațiile de densitate ale aerului (Fig.23 a). În conformitate cu (76)', radiația difuzată spre ochiul observatorului O aflat pe Pământ (P) are densități de flux mai mari

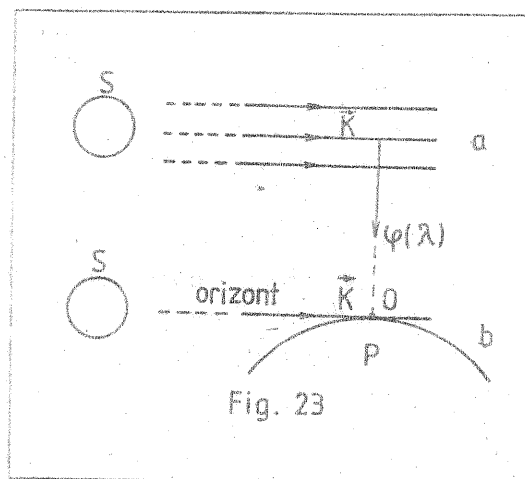


Fig. 23

pentru radiațiile de lungimi de undă mai mici, adică pentru radiațiile albastre și violetă din domeniul vizibil. Deoarece ochiul este mai sensibil la radiațiile albastre decât la cele violetă se obține senzația de culoare albastră a cerului senin. Formula (76)' explică dease-menea culoarea roșie-portocalie a Soarelui și a Lunii la răsărit și la apus. În acest caz în ochiul observatorului O ajung radiațiile care se propagă paralel cu linia orizontului (Fig.23 b). Dacă atmosfera este încărcată cu centri de difuzie de tip Rayleigh (ceată, praf, fum etc) radiațiile de lungimi de undă mici (albastre și violetă) sînt difuzate cu densități de flux mari în toate direcțiile în timp ce radiațiile de lungimi de undă mai mari (roșii) sînt mai puțin difuzate și se propagă spre ochi. În consecință, radiațiile care ajung în ochiul observatorului sînt mai sărace în radiații albastre și violetă și de aceea se obțin senzații de culoare roșie-portocalie.

C. Legea de variație a fluxului de radiații în procesul de difuzie. Datorită procesului de difuzie, densitatea de flux a fasciculului de radiații primare scade odată cu creșterea distanței parcursă în substanța difuzantă. Legea de variație a fluxului poate fi stabilită pornind de la constatarea experimentală că scăderea $d\phi(\vartheta)$ a fluxului spectral a fasciculului primar într-un strat de substanță de grosime dL este proporțională cu fluxul spectral $\phi(\vartheta)$ și cu grosimea stratului de substanță:

$$d\phi(\vartheta) = -\alpha_d(\vartheta)\phi(\vartheta)dL \quad (77)$$

Semnul minus în (77) indică scăderea fluxului fasciculului primar odată cu creșterea distanței parcurse în substanța difuzantă. Separînd variabilele și integrînd relația (77) între limitele de la 0 la L și respectiv de la $\phi(0, \vartheta)$ la $\phi(L, \vartheta)$ se obține formula:

$$\phi(L, \vartheta) = \phi(0, \vartheta)e^{-\alpha_d(\vartheta)L} \quad (78)$$

În (78) $\phi(0, \vartheta)$ este valoarea fluxului fasciculului primar în planul $L=0$. Mărimea $\alpha_d(\vartheta)$ din (78) se numește coeficient spectral de difuzie liniară (pe o direcție dată). Coeficientul de difuzie $\alpha_d(\vartheta)$ poate fi exprimat în funcție de grosimea stratului de substanță pentru care fluxul fasciculului primar scade de $e \approx 2,71$ ori. Impunînd condiția

$$\frac{\phi(L + \Delta L, \vartheta)}{\phi(L, \vartheta)} = e^{-1} \quad (79)$$

din (78) rezultă:

$$\alpha_d(\vartheta) = \frac{1}{\Delta L} \quad (80)$$

Din (80) și (79) rezultă că coeficientul spectral de difuzie liniară este o mărime numeric egală cu inversul distanței pe care trebuie să o străbată radiația optică într-o substanță pentru ca fluxul ei spectral să scadă de e ori datorită procesului de difuzie.

D. Starea de polarizare a radiației difuzate. Pentru a determina starea de polarizare a radiației difuzate pe direcția de difuzie θ vom măsura densitatea de flux în vecinătatea punctului $P(\vec{R})$ (Fig. 21) cu ajutorul unui receptor de radiații R prevăzut la intrare cu un polarizor-analizor A . Să notăm cu δ unghiul format de direcția de transmisie $\vec{u}_A$ a analizorului cu direcția axei ox . Analizorul selectează din intensitățile de câmp electric $\vec{E}_1$ și $\vec{E}_2$ a radiației difuzate componentele $\vec{E}_{1A}$ și $\vec{E}_{2A}$ care sînt paralele cu direcția lui $\vec{u}_A$ de transmisie. Ținînd seama de acțiunea analizorului rezultă că la receptor trebuie să se obțină densitatea de flux:

$$\begin{aligned} \varphi_d(P) &= \frac{1}{c\mu_0} \langle (\vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A})^2 \rangle = \frac{1}{c\mu_0} (\langle E_{1A}^2 \rangle + \langle E_{2A}^2 \rangle) = \\ &= \frac{1}{c\mu_0} (\langle E_1^2 \rangle \cos^2 \delta + \langle E_2^2 \rangle \sin^2 \delta) \end{aligned} \quad (81)$$

Folosind (70), (71) și (67) putem scrie (81) sub forma:

$$\varphi_d(P) = A^2 \left(\vec{R}, \omega \right) \frac{\varphi_0}{2} (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta \cdot \cos^2 \theta) \quad (82)$$

Formula (82) arată că pentru o direcție de difuzie dată ($\theta = \text{const.}$), dacă se rotește analizorul în jurul direcției de propagare a radiației difuzate, densitatea de flux măsurată variază periodic trecînd prin valorile extreme:

$$\varphi_M = A^2 \frac{\varphi_0}{2} \text{ pentru } \delta = 0 \quad (83)$$

adică atunci cînd direcția de transmisie $\vec{u}_A$ este paralelă cu axa ox și

$$\varphi_m = A^2 \frac{\varphi_0}{2} \cdot \cos^2 \theta \text{ pentru } \delta = \frac{\pi}{2} \quad (84)$$

adică atunci când direcția de transmisie a analizorului este perpendiculară la axa ox. Intensitățile de câmp electric corespunzătoare densităților de flux φ_M și φ_m variază între valorile extreme $\bar{E}_{oM}(t)$ și $\bar{E}_{om}(t)$. Radiația optică în care intensitatea de câmp electric este o mărime aleatoare de timp dar care pe două direcții reciproc ortogonale ia valorile extreme $\bar{E}_{oM}(t)$ (maximă) și $\bar{E}_{om}(t)$ (minimă) se numește radiație parțial polarizată. Radiația parțial polarizată poate fi considerată ca un amestec format dintr-o radiație nepolarizată și o radiație liniar polarizată. Reprezentarea schematică a radiației parțial polarizate într-un plan perpendicular pe direcția de propagare este dată în Fig. 24. Radiația parțial polarizată este caracterizată prin gradul de polarizare P definit prin formula:

$$P = \frac{\varphi_M - \varphi_m}{\varphi_M + \varphi_m} \quad (85)$$

Valoarea $P=1$ care se obține din (85) pentru $\varphi_m=0$ corespunde radiației total polarizate liniar. Valoarea $P=0$ care se obține din (85) pentru $\varphi_m=\varphi_M$ corespunde radiației nepolarizate. Ținând seama de (83) și (84), gradul de polarizare (85) poate fi exprimat prin formula:

$$P = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} \quad (86)$$

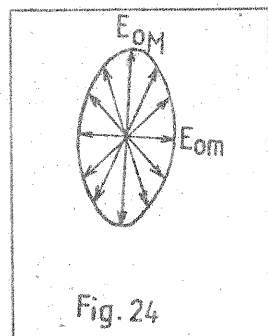


Fig. 24

Formula (86) arată că radiațiile difuzate pe direcția fasciculului primar ($\theta=0, \pi$) sînt nepolarizate ($P=0$) iar cele difuzate pe direcții ortogonale la direcția fasciculului primar ($\theta=\frac{\pi}{2}$) sînt total polarizate liniar ($P=1$).

IV. ABSORBȚIA ȘI DISPERSIA LUMINII

§1. Noțiuni și relații de bază

În cazul propagării radiațiilor optice în substanțe dielectrice izotrope au fost stabilite relațiile [vezi (2) și (23), cap. III]:

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} \\ n &= \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r} \end{aligned} \quad (1)$$

Din (1) rezultă că indicele de refracție al substanței și viteza de fază a undelor electromagnetice pot fi exprimate prin formulele:

$$n^2 = \frac{c^2}{v^2} = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} \quad (2)$$

Din (2) rezultă că indicele de refracție al substanței și viteza de fază a unei electromagnetice sunt determinate de relația care se stabilește în procesul de propagare a unei electromagnetice în substanță între intensitatea câmpului electric și polarizația substanței. Sub acțiunea câmpului electric al unei, particulele de substanță încărcate cu sarcini electrice capătă momente dipolare electrice variabile în timp și emit unde electromagnetice secundare. Aceste unde se compun cu unda primară dînd naștere la o undă electromagnetică rezultantă (și la o undă de polarizație care o însoțește) care se propagă în substanță cu altă viteză de fază decît în vid ($v \neq c$). Particulele de substanță încărcate cu sarcini electrice care interacționează cu câmpul electromagnetic al undelor sunt componente ale sistemelor atomice și mișcarea lor poate fi exprimată corect numai prin metodele mecanicii cuantice. Cu toate acestea, fenomenele care rezultă din interacțiunea unei primare cu undele reemise de dipolii electrice clasici pot fi tratate corect și cu ajutorul electrodinamicii clasice. Pentru ca rezultatele obținute în teoria clasică să fie în acord cu cele obținute în teoria cuantică este suficient să admitem că în fiecare sistem atomic se pot induce N momente dipolare electrice cu frecvențele proprii ω_j ($j=1, 2, \dots, N$). Această ipoteză este în acord

cu datele experimentale care arată că orice atom are un spectru de linii cu diferite frecvențe de bază caracteristice. În aceste condiții, dacă în unitatea de volum a mediului de propagare există N_0 sisteme atomice, în ele vor putea fi induse

$$N_j = f_j N_0 \quad (3)$$

momente dipolare electrice de tipul j (de frecvență proprie ω_{0j}). Mărimea f_j din (3) se numește varia oscilatorului de frecvență proprie ω_{0j} și reprezintă fracțiunea din numărul total de oscilatori care oscilează cu o frecvență proprie dată ω_{0j} .

În conformitate cu formulele (48) și (49) (cap. II), momentul dipolar electric al oscilatorului de frecvență proprie ω_{0j} indus într-un sistem atomic sub acțiunea câmpului electric $\vec{E}$ poate fi exprimat prin formula

$$\vec{p}_j = \tilde{\alpha}_j(\omega) \vec{E} \quad (4)$$

unde:

$$\tilde{\alpha}_j(\omega) = \frac{q_j^2}{m_j(\omega_{0j}^2 - \omega^2) + i\gamma_j\omega} \quad (5)$$

Pentru câmpuri electrice statice, de frecvență $\omega=0$, din (5) se obține:

$$\alpha_j(0) = \frac{q_j^2}{m_j\omega_{0j}^2} \quad (6)$$

Folosind (6) putem scrie (5) sub forma:

$$\tilde{\alpha}_j(\omega) = \frac{\alpha_j(0)\omega_{0j}^2}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2) + i\gamma_j\omega} = \frac{\alpha_j(0)\omega_{0j}^2(\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma_j^2} - \frac{i\alpha_j(0)\omega_{0j}^2\omega\gamma_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma_j^2} \quad (7)$$

Din (7) rezultă că polarizabilitatea sistemelor atomice este o mărime care se exprimă prin numere complexe:

$$\tilde{\alpha}_j(\omega) = \alpha_j(\omega) - i\alpha'_j(\omega) \quad (8)$$

unde $\alpha'_j(\omega)$ este o mărime reală.

Ținând seama de (8), (4) și (3) rezultă că polarizația substanței (momentul dipolar total al unității de volum) indusă sub acțiunea câmpului electric $\vec{E}$ al unei electromagnetice poate fi exprimată prin formula:

$$\vec{P} = \sum_{j=1}^N N_j \vec{p}_j = N_0 \left[\sum_{j=1}^N f_j \tilde{\alpha}_j(\omega) \right] \vec{E} \quad (9)$$

Folosind (9) putem exprima (2) sub forma:

$$\tilde{n}^2(\omega) = 1 + \frac{N_0}{\epsilon_0} \left[\sum_{j=1}^N f_j \tilde{\alpha}_j(\omega) \right] \quad (10)$$

Din (10) și (7) rezultă că indicele de refracție al substanțelor dielectrice se exprimă prin numere complexe:

$$\tilde{n}(\omega) = n(\omega) - i\eta(\omega) \quad (11)$$

unde $\eta(\omega)$ este o mărime reală.

Ținând seama de (11) putem exprima intensitatea câmpului electric al unei plane armonice care se propagă într-o substanță dielectrică [(24), cap. III] prin funcția:

$$\vec{E}(L, \vartheta) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - K_0 \tilde{n}L + \varphi_0)} = \vec{E}_0 e^{-K_0 \eta L} e^{i(\omega t - K_0 nL + \varphi_0)} \quad (12)$$

După cum rezultă din (12), existența părții imaginare a indicelui de refracție ($\eta \neq 0$) determină scăderea exponențială a amplitudinii intensității câmpului electric în substanță. Această descreștere a amplitudinii unei se produce ca urmare a lucrului mecanic efectuat de forțele electromagnetice asupra particulelor încărcate cu sarcini electrice din substanță. Datorită lucrului mecanic efectuat, o parte din energia radiantă se transformă în energie internă a sistemelor atomice. Procesul de transformare a energiei radiante în energie internă a sistemelor atomice care formează substanța se numește absorbție de energie radiantă.

Din (12) rezultă că partea reală a indicelui de refracție determină viteza de fază $v = \frac{c}{n}$ a unei

electromagnetice. Deoarece partea reală a indicelui de refracție (11) depinde de frecvența ϑ rezultă că și viteza de fază a unei depinde de frecvența unei electromagnetice. Fenomenul de variație a indicelui de refracție al substanței (vitezei de fază a unei) cu frecvența unei electromagnetice se numește dispersia undelor electromagnetice.

§2. Legea absorbției. Spectre de absorbție.

După cum am arătat în paragraful precedent, în procesele de interacțiune dintre radiația optică și substanță, o parte din energia radiantă se transformă în energie internă a substanței (este absorbită). Folosind intensitatea de câmp electric (12) putem exprima fluxul energetic [(64) cap. II] al unei unde plane monocromatice care se propagă în substanță pe direcție normală la elementul de suprafață $\Delta\Sigma(\vec{S}_0 \cdot \vec{N} = 1)$ sub forma:

$$\phi(L, \vartheta) = \int_{\Delta\Sigma} \frac{1}{v\mu_0} \langle E^2 \rangle d\Sigma = \int_{\Delta\Sigma} \frac{n}{c\mu_0} \frac{1}{2} \langle \vec{E} \vec{E}^* \rangle d\Sigma = \int_{\Delta\Sigma} \frac{n}{c\mu_0} \frac{1}{2} E_0^2 e^{-2K_0 \eta L} d\Sigma \quad (13)$$

Notînd:

$$\phi(0, \vartheta) = \int_{\Delta\Sigma} \frac{n}{c\mu_0} \frac{1}{2} E_0^2 d\Sigma \quad (14)$$

$$a(\vartheta) = 2K_0 \eta(\vartheta) \quad (15)$$

din (13) obținem formula:

$$\phi(L, \vartheta) = \phi(0, \vartheta) e^{-a(\vartheta)L} \quad (16)$$

În conformitate cu (16), $\phi(0, \vartheta)$ este fluxul energetic spectral la nivelul unei suprafețe din substanță considerată ca suprafață inițială ($L=0$) iar $\phi(L, \vartheta)$ -fluxul energetic spectral la distanța L de suprafața inițială. Formula (16) exprimă legea absorbției radiațiilor optice numită și legea de absorbție a lui Lambert. Ea arată că fluxul energetic spectral scade exponențial cu distanța L străbătută de radiații în substanță. Legea (16) poate fi dedusă mai simplu pornind de la constatarea experimentală că scăderea fluxului spectral într-un strat de substanță de grosime dL este proporțională cu fluxul spectral $\phi(L, \vartheta)$ și cu grosimea stratului de substanță:

$$d\phi(L, \vartheta) = -a(\vartheta)\phi(L, \vartheta)dL \quad (17)$$

Semnul minus arată că fluxul spectral scade odată cu creșterea distanței L . Separând variabilele și integrând relația (17) (analog ca în cazul difuziei [cap.III §4]) se obține legea absorbției (16).

Mărimea $a(\vartheta)$ din (16) se numește coeficient spectral de absorbție liniară (pe o direcție dată). Coeficientul spectral de absorbție $a(\vartheta)$ poate fi exprimat în funcție de grosimea ΔL a stratului de substanță pentru care fluxul fasciculului de radiații scade de e ori. În condiția:

$$\frac{\phi(L + \Delta L, \vartheta)}{\phi(L, \vartheta)} = e^{-1} \quad (18)$$

din (16) se obține:

$$a(\vartheta) = \frac{1}{\Delta L} \text{ cm}^{-1} \quad (19)$$

În conformitate cu (19) și (18) coeficientul spectral de absorbție liniară $a(\vartheta)$ este o mărime egală cu inversul distanței pe care trebuie să o străbată radiația într-o substanță dată pentru ca fluxul ei spectral să scadă de $e \approx 2,72$ ori datorită procesului de absorbție. Reprezentarea grafică sau sub formă de tabele a funcției $a(\vartheta)$, în funcție de frecvența radiației (lungimea de undă), se numește spectru de absorbție a substanței.

Exprimând mărimea $a(\vartheta)$ în baza relațiilor (15), (11), (10), (8) și (7) se poate obține formula:

$$a(\omega) = \frac{K_0}{n(\omega)} \frac{N_0}{\epsilon_0} \left[\sum_{j=1}^N \frac{f_j \alpha_j(0) \omega_{0j}^2 \omega \gamma_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma_j^2} \right] \quad (20)$$

[În loc de $a(\omega)$ putem scrie $a(\vartheta)$ sau $a(\lambda)$ deoarece există relațiile $\omega = 2\pi\vartheta = 2\pi \frac{c}{\lambda}$]. Din (20) rezultă că coeficientul spectral de absorbție $a(\omega)$ este determinat de toate frecvențele proprii ale sistemelor atomice care formează substanța precum și de alte caracteristici ale sistemelor atomice și deci este o caracteristică a substanței. Din (20) rezultă deasemenea că pentru o substanță dată $a(\omega)$ este o funcție complicată de frecvență (lungimea de undă) a unde electromagnetice.

Această dependență poate fi stabilită experimental înregistrând spectrul de absorbție al substanței cu ajutorul unui aparat spectral (în domeniul ultraviolet, vizibil sau infraroșu). Orice substanță are spectrul ei de absorbție caracteristic. Gazele atomice au spectre de absorbție formate din linii de absorbție. Aceste linii corespund tranzițiilor cuantice ale atomilor de pe nivele energetice inferioare de energie E_i pe nivelele energetice superioare de energie E_k prin absorbție de radiații. Conform teoriei cuantice, frecvența radiației absorbite la tranziția între nivelele de energie E_i și E_k este determinată de relația:

$$E_k - E_i = h\nu_{\text{abs}} \quad (21)$$

Gazele moleculare formate din molecule biatomice au spectre de absorbție formate dintr-un număr mare de linii spectrale grupate în benzi de absorbție. Benzile de absorbție se grupează în sisteme de benzi de absorbție caracteristice substanței. Adesea liniile spectrale dintr-o bandă se contopesc formând o bandă cu distribuție continuă a mărimii $a(\vartheta)$. Pentru substanțele moleculare complexe (poliatomice) spectrele de absorbție sunt formate din benzi cu distribuție continuă a valorilor mărimii $a(\vartheta)$.

Pentru înregistrarea spectrelor de absorbție, în practică, pe lângă coeficientul de absorbție $a(\vartheta)$, se utilizează și alte mărimi legate de $a(\vartheta)$ și care se definesc din legea absorbției (16). Aceste mărimi sunt definite prin relațiile:

$$E_n(L, \vartheta) = \ln \frac{\phi(0, \vartheta)}{\phi(L, \vartheta)} = a(\vartheta)L \quad (22)$$

$$E(L, \vartheta) = \log \frac{\phi(0, \vartheta)}{\phi(L, \vartheta)} = a(\vartheta)L \log e \quad (23)$$

$$\tau_i(L, \vartheta) = \frac{\phi(L, \vartheta)}{\phi(0, \vartheta)} = e^{-a(\vartheta)L} \quad (24)$$

Mărimea $E_n(L, \vartheta)$ se numește extincție spectrală naturală iar mărimea $E(L, \vartheta)$ extincție spectrală zecimală sau densitate optică spectrală. Mărimea $\tau_i(L, \vartheta)$ se numește factor spectral de transmisie internă și în conformitate cu (24) este o mărime numeric egală cu raportul între fluxul energetic spectral al fasciculului de radiații la distanța L în substanță și fluxul energetic spectral la distanța $L=0$ (pentru un fascicul de raze paralele de secțiune dată).

Pentru substanțe dizolvate într-un solvent care nu absoarbe radiațiile optice, ținând seama de relația (20) în care N_0 este proporțional cu concentrația C a substanței în soluție, putem scrie:

$$a(\vartheta) = \epsilon(\vartheta)C \quad (25)$$

În (25) mărimea $\epsilon(\vartheta)$ este o caracteristică a substanței și se numește coeficient spectral de extincție. Relația (25) a fost stabilită mai întâi experimental de către A.Beer în 1852 și se

numește legea lui Beer. Ea arată că în anumite condiții (când N_0 este proportional cu C) coeficientul de absorbție este direct proportional cu concentrația soluției. De regulă, legea lui Beer (25) este valabilă la concentrații mici, când nu există interacțiuni puternice între moleculele substanței sau între acestea și moleculele solventului.

Tinând seama de (25), legea absorbției (16) pentru soluții poate fi scrisă sub forma:

$$\phi(L, \vartheta) = \phi(0, \vartheta) e^{-a(\vartheta)CL} \quad (26)$$

Legea (26) este cunoscută sub denumirea de legea de absorbție Lambert-Beer. Pentru soluții, formulele (22), (23) și (24) rămân valabile dacă mărimea $a(\vartheta)$ se înlocuiește cu expresia (25). Legea de absorbție (26) permite determinarea spectrofotometrică a concentrației soluțiilor pentru care se măsoară una din mărimile E_n , E sau τ , la o lungime de undă dată (în maximul benzii de absorbție).

§3. Dispersia undelor electromagnetice optice.

Pentru ca o radiație să se poată propaga într-o substanță pe o distanță apreciabilă trebuie ca

$$a(\vartheta) = 2K_0\eta(\vartheta) \approx 0 \quad (27)$$

pentru toate frecvențele componentelor armonice ale radiației. Substanțele care îndeplinesc condiția (27) se numesc substanțe transparente. Condiția (27) este îndeplinită dacă în (20) $\gamma_j = 0$. În acest caz (pentru substanțele transparente) mărimile $\alpha_j(\omega)$, (7) și $n(\omega)$ (10) sînt reale iar din (10) și (7) se obține:

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{N_0}{\epsilon_0} \left[\sum_{j=1}^N \frac{f_j \alpha_j(0) \omega_{0j}^2}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \right] \quad (28)$$

Pentru $\omega=0$ (în câmp electric static) se obține:

$$n^2(0) = 1 + \frac{N_0}{\epsilon_0} \left[\sum_{j=1}^N f_j \alpha_j(0) \right] \quad (29)$$

Folosind (29) putem scrie (28) sub forma:

$$n^2(\omega) = n^2(0) + \frac{N_0}{\epsilon_0} \left[\sum_{j=1}^N \frac{f_j \alpha_j(0) \omega^2}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \right] \quad (30)$$

Înlocuind în (30), în locul pulsațiilor, lungimile de undă prin formulele:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \quad \omega_{0j} = \frac{2\pi c}{\lambda_{0j}} \quad (31)$$

se poate obține formula:

$$n^2(\lambda) = n^2(\infty) + \frac{N_0}{\epsilon_0} \left[\sum_{j=1}^N \frac{f_j \alpha_j(0) \lambda_{0j}^2}{\lambda^2 - \lambda_{0j}^2} \right] \quad (32)$$

Formula (32) descrie modul de variație a indicelui de refracție al substanțelor transparente cu lungimea de undă a radiațiilor și poartă denumirea de formula de dispersie a lui Sellmeier. Ea ne arată că în domeniile spectrale de transparență ale substanței (în care $a(\vartheta) \approx 0$) indicele de refracție scade monoton odată cu creșterea lungimii de undă. Acest tip de dispersie se numește dispersie normală. Formula (32) dă rezultate aflate în acord cu determinările experimentale ale funcției $n(\lambda)$ pentru diverse substanțe transparente.

Înainte de a fi stabilită pe cale teoretică, formula dispersiei a fost stabilită experimental sub forma:

$$n^2(\lambda) = n_0 + \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4} + \dots \quad (33)$$

în care n_0 , A , B ,... sunt constante caracteristice substanței. Formula (33) este cunoscută sub denumirea de formula de dispersie a lui Cauchy. Constantele n_0 , A și B pot fi determinate din măsurători ale lui n pentru trei valori λ diferite. În multe cazuri chiar și numai primii doi termeni din (33) exprimă suficient de precis variația lui n cu λ pentru diferite sorturi de sticlă în domeniul vizibil. Relația (33) poate fi obținută din (32) dacă se dezvoltă în serie pentru $\lambda \gg \lambda_{0j}$ adică la distanță mare de regiunile de absorbție.

Dacă condiția de transparență (27) nu este satisfăcută, formula (32) nu este valabilă. Astfel, în domeniul benzilor de absorbție ale substanței (la rezonanță) avem $\lambda = \lambda_{0j}$ iar din (32) rezultă $n = \infty$ ceea-ce nu are sens fizic. În cadrul unei teorii mai riguroase a dispersiei, în care se ia în considerare și absorbția ($\gamma_j \neq 0$), se demonstrează că în domeniul benzilor de absorbție indicele de refracție crește brusc odată cu creșterea lungimii de undă. O astfel de dispersie se numește dispersie anormală (anomală). Din punct de vedere fizic ambele moduri de variație a indicelui de refracție cu lungimea de undă sunt normale și au fost puse în evidență experimental. Denumirea de dispersie "anormală" este pur convențională și a fost dată imediat după descoperirea experimentală a fenomenului când nu exista încă o teorie riguroasă a dispersiei.

În conformitate cu legea dispersiei (32) sau (33) variația indicelui de refracție cu lungimea de

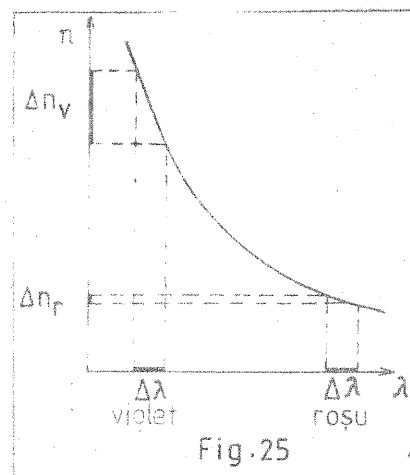


Fig. 25

undă pentru mai multe sortimente de sticlă și materiale optice transparente poate fi reprezentată printr-o curbă de forma celei din figura 25. Această curbă se numește curbă de dispersie a substanței. Panta acestei curbe ($\frac{dn}{d\lambda}$) exprimă viteza de variație a

indicelui de refracție cu lungimea de undă și se numește coeficient spectral de dispersie. Din formula dispersiei (32) [sau (33)] ca și din figura 25 rezultă că $\frac{dn}{d\lambda}$ crește odată cu scăderea lungimii de undă. De

exemplu, pentru aceeași variație $\Delta\lambda$ în roșu și violet ($\lambda_r > \lambda_v$) avem $\Delta n_v > \Delta n_r$ (fig. 25).

Deoarece indicii de refracție variază cu lungimea de undă, pentru caracterizarea substanțelor se folosesc indicii de refracție măsurați pentru radiații cu lungimi de undă bine determinate, numite linii standard. În tabelul II sunt indicate elementele care emit radiații, lungimile de undă ale acestor radiații precum și notațiile liniilor standard și ale indicilor de refracție corespunzători.

TABELUL II.

Elementul care emite radiații	$\lambda(\text{nm})$	Notația liniei	Notația ind. n
K	768,2	A'	n_A
H	653,5	C	n_C
Na	589,3	D	n_D
Hg	587,6	d	n_d
Hg	546,1	e	n_e
H	486,1	F	n_F
Hg	435,8	g	n_g
Hg	404,7	h	n_h
Hg	365,0	a	n_a

Pentru caracterizarea substanțelor în privința proprietăților lor de dispersie se folosesc următoarele mărimi:

- dispersia parțială pentru două lungimi de undă:
ex. $\Delta n_{hg} = n_h - n_g$ (pentru lungimile de undă g și h),
- dispersia medie (pentru vizibil): $\Delta n_{FC} = n_F - n_C$,
- dispersia totală (pentru vizibil): $\Delta n_{hA} = n_h - n_A$,
- numărul lui Abbé:

$$\mathfrak{B} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (34)$$

Pentru realizarea de aparate optice și spectrale se folosesc diferite sortimente de sticlă (transparente în domeniul vizibil și infraroșu de lungimi de undă mici) și diferite sortimente de cuarț (cristalin și topit) care sunt transparente în domeniul ultraviolet. Sticlele optice pot fi clasificate în două categorii:

α) sticle crown (cu K) cu indici de refracție mici ($n_D \in 1,3 - 1,7$) și numere Abbé mari ($\mathfrak{B} \in 50 - 60$)

B) sticle flint (cu silicați de Pb și K) care au indici de refracție mari ($n_D \in 1,7 - 1,9$) și numere Abbé mici ($\vartheta \in 30-40$). Sticlele crown se notează cu litera C (în Germania K) iar sticlele flint cu litera F.

§4. Propagarea undelor monocromatice plane în medii dispersive.

Viteza de grup.

După cum se știe radiația monocromatică este formată din grupuri de unde, alcătuite din componente armonice de diferite frecvențe (cap. II §11). Datorită fenomenului de dispersie, componentele armonice de diferite frecvențe se propagă în substanță cu viteze diferite și, ca urmare, grupurile de undă se "destramă" în timpul propagării schimbându-și neconținut forma și dimensiunile. În aceste condiții se impune să precizăm ce se înțelege prin viteza de propagare a unui grup de unde într-un mediu dispersiv. Conform cu (83)', cap. II, intensitatea de câmp electric într-un grup de unde plane poate fi exprimată prin integrala Fourier:

$$\vec{E}(L, t) = \int_0^{+\infty} \vec{E}_0(\vartheta) e^{i(2\pi\vartheta t - KL)} d\vartheta \quad (35)$$

În conformitate cu formula dispersiei (32), modulul vectorului de undă K și viteza de fază $v = \frac{\omega}{K}$ sunt funcții de lungimea de undă:

$$K = K_0 n(\lambda), \quad v = \frac{\omega}{K} = \frac{c}{n(\lambda)} \quad (36)$$

Dacă pentru armonica de bază (de amplitudine maximă) notăm frecvența cu ϑ_b și modulul vectorului de undă cu K_b putem scrie formula (35) sub forma:

$$\vec{E}(L, t) = e^{i(2\pi\vartheta_b t - K_b L)} \int_0^{+\infty} \vec{E}_0(\vartheta) e^{i[2\pi(\vartheta - \vartheta_b)t - (K - K_b)L]} d\vartheta = \vec{E}_0(L, t) e^{i(2\pi\vartheta_b t - K_b L)} \quad (37)$$

unde:

$$\vec{E}_0(L, t) = \int_0^{+\infty} \vec{E}_0(\vartheta) e^{i[2\pi(\vartheta - \vartheta_b)t - (K - K_b)L]} d\vartheta \quad (38)$$

Mărimea $\vec{E}_0(L, t)$ (38) exprimă distribuția în spațiu și timp a amplitudinilor grupului de unde și se numește funcție de amplitudină. Deoarece mărimea K din (38) este o funcție de frecvență (36) putem scrie:

$$K - K_b = \Delta K = \frac{dK}{d\vartheta} \Delta\vartheta \text{ sau } \vartheta - \vartheta_b = \Delta\vartheta = \frac{d\vartheta}{dK} \Delta K \quad (39)$$

Folosind (39) putem scrie (38) sub forma:

$$\vec{E}_0(L, t) = \int_0^{+\infty} \vec{E}_0(\vartheta) e^{i\Delta K (2\pi \frac{d\vartheta}{dK} t - L)} d\vartheta \quad (40)$$

Din (40) rezultă că suprafețele de amplitudine constantă ale grupului de unde se obțin în condiția:

$$2\pi \frac{d\vartheta}{dK} t - L = \text{const.} \quad (41)$$

Formula (41) arată că suprafețele de amplitudine constantă ale grupului de unde se propagă în substanță cu viteza:

$$v_g = \frac{dL}{dt} = 2\pi \frac{d\vartheta}{dK} = \frac{d\omega}{dK} \quad (42)$$

Viteza v_g cu care se deplasează o suprafață de amplitudine constantă a unui grup de unde se numește viteza de grup.

Folosind (36) putem scrie:

$$dK = d(K_0 n) = n dK_0 + K_0 dn, \quad K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad dK_0 = -2\pi \frac{d\lambda_0}{\lambda_0^2} \quad (43)$$

$$d\vartheta = d\left(\frac{c}{\lambda_0}\right) = -c \frac{d\lambda_0}{\lambda_0^2}$$

Din (42) și (43) se poate obține:

$$v_g = \frac{v}{1 - \frac{\lambda_0}{n} \frac{dn}{d\lambda_0}} \quad (44)$$

Formula (44) este cunoscută sub denumirea de formula lui Rayleigh. Ea arată că în mediile dispersive (reale) viteza de grup diferă de viteza de fază cu atât mai mult cu cât coeficientul spectral de dispersie $\frac{dn}{d\lambda_0}$ este mai mare. Pentru substanțe transparente (în domeniul dispersiei

normale) $\frac{dn}{d\lambda_0} < 0$ și $v_g < v$. În vid $\frac{dn}{d\lambda_0} = 0$ și $v_g = v$ indiferent de lungimea de undă a radiațiilor.

V. REFLEXIA SI REFRACTIA RADIATIILOR OPTICE

§1. Legile reflexiei și refracției. Formulele lui Fresnel.

Să admitem că pe suprafața de separație plană dintre două substanțe transparente și izotrope de indici de refracție n_1 și n_2 ajunge o undă monocromatică plană nepolarizată reprezentată prin vectorul ei de undă $\vec{K}_i = K_i \vec{N}_i$ (fig. 26). Suprafața Σ este orientată prin versorul $\vec{N}$ al normalei la această suprafață. Unghiul i_1 pe care îl formează direcția de propagare a unei incidente cu normala la suprafața de separație se numește unghi de incidență. Planul determinat de vectorul de undă $\vec{K}_i$ cu versorul $\vec{N}$ dus în punctul de incidență I se numește plan de incidență. În vecinătatea suprafeței Σ se produce trecerea de la o substanță la alta prin intermediul unui strat de substanță eterogen, în care indicele de refracție variază rapid pe direcția normală la suprafață între valorile n_1 și n_2 . Datorită variației indicelui de refracție acest strat de substanță se comportă

ca o substanță neomogenă. Sub acțiunea câmpului electric al unei incidente sistemele atomice din stratul de substanță neomogenă capătă momente dipolare electrice și reemit unde electromagnetice (secundare) care se propagă în ambele substanțe sub formă de unde plane. Unda plană care se propagă în aceeași substanță ca și unda incidentă se numește undă reflectată iar unda care se propagă în cea de a doua substanță se numește undă refractată sau transmisă. Procesul de generare a unei reflectate se numește reflexie iar procesul de generare a unei transmise -refracție. Unghiul i_1 pe care îl formează vectorul de undă $\vec{K}_r = K_r \vec{N}_r$ al unei reflectate cu normala $\vec{N}$ se numește unghi de reflexie iar unghiul i_2 format de vectorul de undă $\vec{K}_t = K_t \vec{N}_t$ al unei transmise cu normala $\vec{N}$ - unghi de refracție.

Prin reflexie și refracție se produce divizarea energiei radiante a unei incidente. Dacă în

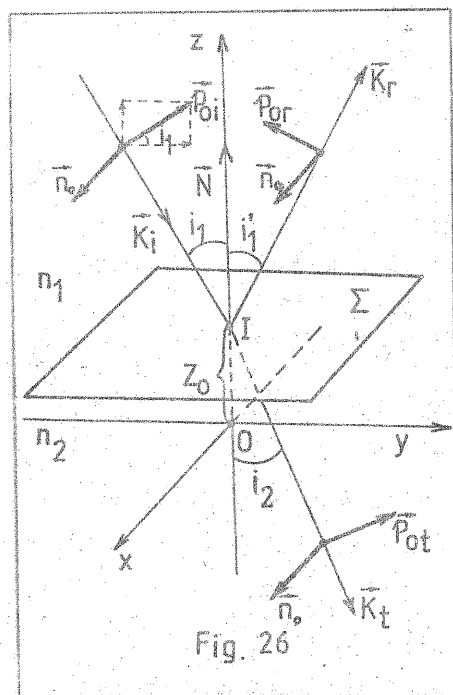


Fig. 26

vecinătatea suprafeței de separație nu se produce difuzie și nici absorbție, atunci pentru puncte de pe suprafața de separație putem scrie următoarele relații:

$$d\phi_r = R d\phi_i, \quad d\phi_t = T d\phi_i, \quad d\phi_i = d\phi_r + d\phi_t \quad (1)$$

Mărimea R din (1) se numește factor de reflexie al suprafeței de separație iar mărimea T se numește factor de transmisie al suprafeței de separație. Ultima relație din (1) exprimă legea conservării energiei radiante. Din (1) rezultă:

$$R + T = 1 \quad (2)$$

Mărimile R și T pot fi exprimate în funcție de n_1 , n_2 și i_1 după cum vom arăta în cele ce urmează. Pentru a exprima mărimile ce caracterizează undele incidentă, reflectată și transmisă vom folosi un sistem triortogonal de axe de coordonate (x, y, z) cu planul zOy paralel cu planul de incidență și cu planul xOy paralel cu suprafața de separație la distanța Z_0 de aceasta (Fig. 26).

Pentru puncte din vecinătatea suprafeței de separație $dz \rightarrow 0$ iar $\frac{dn}{dz} \rightarrow \infty$. Deoarece intensitățile

de câmp $\vec{E}$ și $\vec{B}$ și polarizația $\vec{P}$ au valori determinate de proprietățile optice și electrice ale substanței exprimate prin indicele de refracție $n = \sqrt{\epsilon_r}$ (vezi cap. III, §2) putem considera că derivatele acestor mărimi în raport cu coordonata z (ortogonală la Σ) au valori mult mai mari decât celelalte derivate care apar în ecuațiile lui Maxwell [(2) cap. II]. Cu alte cuvinte, pentru puncte din vecinătatea suprafeței de separație Σ în ecuațiile lui Maxwell putem neglija derivatele în raport cu x, y și t față de cele în raport cu z. În aceste condiții putem scrie ecuațiile lui Maxwell I și II sub forma:

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\frac{\delta E_y}{\delta z} \vec{i} + \frac{\delta E_x}{\delta z} \vec{j} = 0 \quad (I)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -\frac{\delta B_y}{\delta z} \vec{i} + \frac{\delta B_x}{\delta z} \vec{j} = 0 \quad (II) \quad (3)$$

Ecuațiile (3) sunt echivalente cu sistemul de ecuații scalare:

$$\begin{aligned} \frac{\delta E_x}{\delta z} &= 0, & \frac{\delta E_y}{\delta z} &= 0 \\ \frac{\delta B_x}{\delta z} &= 0, & \frac{\delta B_y}{\delta z} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Admițind că undele incidentă, reflectată și transmisă sunt unde monocromatice plane putem exprima intensitățile de câmp electric ale acestor unde prin funcțiile:

$$\begin{aligned}\bar{E}_i &= \bar{E}_i^0(t) e^{i(\omega_i t - \bar{K}_i \bar{R})} \\ \bar{E}_r &= \bar{E}_r^0(t) e^{i(\omega_r t - \bar{K}_r \bar{R})} \\ \bar{E}_t &= \bar{E}_t^0(t) e^{i(\omega_t t - \bar{K}_t \bar{R})}\end{aligned}\quad (5)$$

Aceste intensități de câmp pot fi descompuse în câte două componente ortogonale din care una paralelă cu planul de incidență și alta normală la acest plan. Dacă notăm cu $\bar{p}_{0i}$, $\bar{p}_{0r}$ și $\bar{p}_{0t}$ versorii componentelor paralele cu planul de incidență, care sunt respectiv ortogonali la vectorii de undă $\bar{K}_i$, $\bar{K}_r$ și $\bar{K}_t$, și cu $\bar{n}_0$ un versor normal la planul de incidență putem scrie:

$$\bar{E}_i = E_{ip} \bar{p}_{0i} + E_{in} \bar{n}_0, \bar{E}_r = E_{rp} \bar{p}_{0r} + E_{rn} \bar{n}_0, \bar{E}_t = E_{tp} \bar{p}_{0t} + E_{tn} \bar{n}_0 \quad (6)$$

Să admitem că versorii sunt orientați ca în figura 26. Din figură rezultă că în sistemul de axe de coordonate (x,y,z) acești versori au componentele:

$$\bar{p}_{0i}(0, \cos i_1, \sin i_1), \bar{p}_{0r}(0, -\cos i_1, \sin i_1), \bar{p}_{0t}(0, \cos i_2, \sin i_2), \bar{n}_0 = \bar{i}(1, 0, 0) \quad (7)$$

Înmulțind relațiile (6) scalar cu $\bar{i}$ obținem egalitățile:

$$E_{ix} = E_{in}, E_{rx} = E_{rn}, E_{tx} = E_{tn} \quad (8)$$

Din ecuațiile (4) rezultă că variațiile mărimilor E_x , E_y, B_x, B_y la trecerea prin suprafața de separație sunt egale cu zero. Dacă folosim indicile (1) pentru componentele din primul mediu și indicele 2 pentru componentele din al doilea mediu putem scrie (4) sub forma:

$$E_{ix} = E_{2x}, E_{iy} = E_{2y} \quad (9)$$

$$B_{ix} = B_{2x}, B_{iy} = B_{2y} \quad (10)$$

Relațiile (9) și (10) arată că la trecerea dintr-o substanță în alta componentele intensității de câmp electric $\bar{E}$ și ale inducției magnetice $\bar{B}$ paralele cu suprafața de separație nu se modifică (au aceeași mărime). Ținând seama de faptul că în vecinătatea suprafeței de separație în substanța (1) acționează atât unda incidentă cât și unda reflectată iar în substanța (2) acționează numai unda transmisă avem $E_{ix} = E_{ix} + E_{rx}$, $E_{2x} = E_{tx}$ și putem scrie prima ecuație din (9) sub forma:

$$E_{ix} + E_{rx} = E_{tx} \quad (11)$$

Utilizând (5), din care exprimăm componentele (11), și ținând seama de (8) putem scrie ecuația (11) sub forma:

$$1 + \frac{E_m^0}{E_n^0} e^{i[(\omega_r - \omega_i)t - (\bar{K}_r - \bar{K}_i) \bar{R}]} = \frac{E_m^0}{E_n^0} e^{i[(\omega_t - \omega_i)t - (\bar{K}_t - \bar{K}_i) \bar{R}]} \quad (12)$$

Pentru ca ecuația (12) să fie satisfăcută pentru orice t și pentru orice $\bar{R}$ (în orice moment și în orice punct de pe Σ) trebuie să fie îndeplinite egalitățile:

$$\omega_r = \omega_i, \omega_t = \omega_i \quad (13)$$

$$\frac{E_m^0(t)}{E_n^0(t)} = \rho_n = \text{const.}, \frac{E_m^0(t)}{E_n^0(t)} = t_n = \text{const.} \quad (14)$$

$$(\bar{K}_r - \bar{K}_i) \bar{R} = \text{const.}, (\bar{K}_t - \bar{K}_i) \bar{R} = \text{const.} \quad (15)$$

a) Din egalitățile (13) rezultă că în procesele de reflexie și refracție frecvența undei electromagnetice nu se modifică.

b) Mărimile ρ_n și t_n definite prin formulele (14) se numesc coeficient de reflexie și, respectiv, coeficient de transmisie pentru intensitățile de câmp electric care au direcțiile de acțiune normale la planul de incidență. Egalitățile (14) arată că în vecinătatea suprafeței de separație intensitățile de câmp electric normale la planul de incidență în undele incidentă, reflectată și transmisă sunt total coerente.

c) Relațiile (15) permit determinarea direcției undei reflectate ($\bar{K}_r$) și a undei transmise ($\bar{K}_t$) în funcție de direcția undei incidente ($\bar{K}_i$) și exprimă deci legile reflexiei și refracției undelor electromagnetice. În (15), pentru puncte din vecinătatea suprafeței de separație Σ , vectorul de poziție $\bar{R}$ poate fi scris sub forma:

$$\bar{R} = x\bar{i} + y\bar{j} + Z_0\bar{N} \quad (16)$$

iar vectorul de undă $\bar{K}_i$ poate fi scris sub forma:

$$\bar{K}_i = K_y\bar{j} + K_z\bar{N} \quad (17)$$

Înmulțind relațiile (15) scalar cu $\bar{N}$ și ținând seama de relația $\bar{K}\bar{N} = Z_0 = \text{const.}$ [care rezultă din (16)] putem scrie legile reflexiei și refracției vectorial sub forma:

$$\bar{K}_r - \bar{K}_i = \Gamma_r \bar{N}, \bar{K}_t - \bar{K}_i = \Gamma_t \bar{N} \quad (18)$$

în care Γ_r și Γ_t sunt constante. Relațiile (18) arată că vectorii diferență $\bar{K}_r - \bar{K}_i$ și $\bar{K}_t - \bar{K}_i$ trebuie să fie ortogonali la suprafața de separație. Deoarece vectorii $\bar{K}_i$ și $\bar{N}$ sunt în planul de incidență, din (18) rezultă că și vectorii $\bar{K}_r$ și $\bar{K}_t$ sunt situați în planul de incidență. Relațiile (18) arată deci că vectorii $\bar{K}_i$, $\bar{K}_r$, $\bar{K}_t$ și $\bar{N}$ sunt coplanari adică razele incidentă, reflectată și refractată sunt conținute în planul de incidență (prima lege a reflexiei și refracției). Înmulțind relațiile (18) vectorial cu $\bar{N}$ și folosind egalitățile $K_i = K_r = K_0 n_1$ și $K_t = K_0 n_2$ rezultă:

$$\sin i_1 = \sin i_1, \quad i_1 = i_1 \quad (\text{a doua lege a reflexiei}) \quad (19)$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad (\text{a doua lege a refracției}) \quad (20)$$

Din (16) rezultă că dacă $Z_0=0$ vectorul $\vec{R}$ este situat în planul xOy (care coincide cu suprafața de separație Σ) (fig. 26). În acest caz produsele scalare din (15) sunt egale cu zero și folosind (13) și (14) putem scrie (12) sub forma:

$$1 + \rho_n = t_n \quad (21)$$

În mod analog, din $E_{1y}=E_{2y}$ (9) se poate obține relația:

$$1 - \rho_p = t_p \frac{\cos i_2}{\cos i_1} \quad (22)$$

în care:

$$\rho_p = \frac{E_p^o(t)}{E_p^o(i)} = \text{const.} \quad \text{și} \quad t_p = \frac{E_p^o(t)}{E_p^o(i)} = \text{const.} \quad (23)$$

sunt coeficientul de reflexie și, respectiv, coeficientul de transmisie pentru intensitățile de câmp electric paralele cu planul de incidență. Relațiile (23) arată că în vecinătatea suprafeței de separație, intensitățile de câmp electric în undele incidentă, reflectată și transmisă paralele cu planul de incidență sunt total coerente. Deoarece atât componentele normale la planul de incidență (14) cât și componentele paralele (23) sunt total coerente putem afirma că un fascicul de radiații monocromatice nepolarizat se divide prin reflexie și refracție în două fascicule total coerente.

Folosind egalitățile (10) în condiția $Z_0=0$ [în care $(\vec{K}_r - \vec{K}_i)\vec{R}=0$ și $(\vec{K}_t - \vec{K}_i)\vec{R}=0$] și procedind în mod analog ca mai sus dar ținând seama de faptul că componentele inducției magnetice paralele cu planul de incidență sunt determinate de componentele intensității câmpului electric normale la planul de incidență conform formulei $B_p = \frac{n}{c} E_n$ [(22) cap.III] se pot obține relațiile:

$$1 + \rho_p = t_p \frac{n_2}{n_1} ; \quad 1 - \rho_n = t_n \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} \quad (24)$$

Din (21), (22) și (24) se pot obține formulele:

$$\rho_n = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} ; \quad \rho_p = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \quad (25)$$

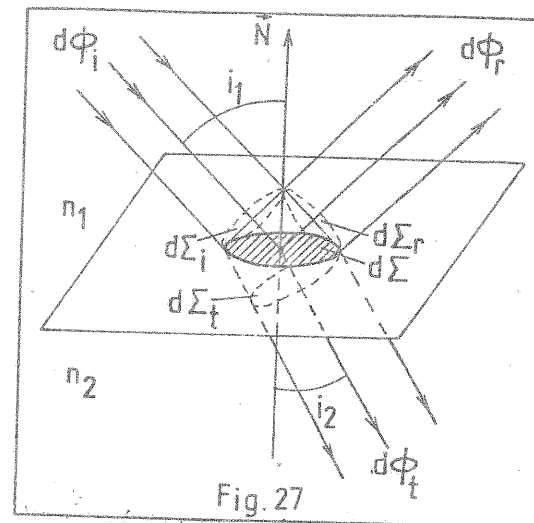


Fig. 27

$$t_n = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} ;$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \quad (26)$$

Formulele (25) și (26) sunt cunoscute sub denumirea de formulele lui Fresnel. Aceste formule, împreună cu legea refracției (20), ne permit să calculăm factorii de reflexie R și de transmisie T pentru orice valoare a unghiului de incidență i_1 după cum urmează. Pentru un element de suprafață $d\Sigma$ de pe suprafața de separație Σ (Fig.27) putem exprima fluxurile energetice prin formulele:

$$d\phi_i = \phi_i d\Sigma \cos i_1$$

$$d\phi_r = \phi_r d\Sigma \cos i_1$$

$$d\phi_t = \phi_t d\Sigma \cos i_2 \quad (27)$$

$$\phi_r = \frac{n_1}{c\mu_0} \langle (E_r^2 + E_{rp}^2) \rangle = \phi_{rm} + \phi_{rp}$$

în care:

$$\phi_t = \frac{n_2}{c\mu_0} \langle (E_{tn}^2 + E_{tp}^2) \rangle = \phi_{tn} + \phi_{tp} \quad (28)$$

$$\phi_{in} = \phi_{ip} = \frac{\phi_i}{2}$$

În ultima relație din (28) s-a ținut seama de faptul că fasciculul incident este nepolarizat (vezi cap.II, §10). Folosind formulele (1), (27), (14) și (23) se pot obține relațiile:

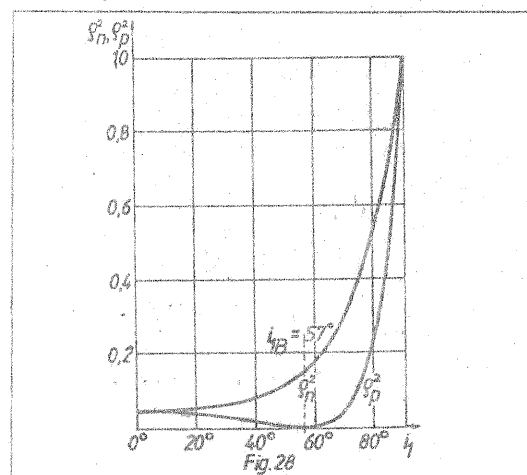
$$R = \frac{d\phi_r}{d\phi_i} = \frac{\phi_r}{\phi_i} = \frac{\rho_n^2 + \rho_p^2}{2} \quad (29)$$

$$T = \frac{d\phi_t}{d\phi_i} = \frac{\phi_t \cos i_2}{\phi_i \cos i_1} = \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} \frac{t_n^2 + t_p^2}{2}$$

În (29) ρ_n , ρ_p , t_n , t_p sunt date de formulele lui Fresnel (25) și (26). Aceste formule împreună cu legea refracției (20) ne permit să calculăm mărimile R și T pentru orice valori ale mărimilor n_1 , n_2 și i_1 .

§2. Starea de polarizare a radiațiilor reflectate și transmise la suprafața de separație a două substanțe dielectrice transparente.

După cum rezultă din formulele lui Fresnel (25) și (26), în general, $\rho_n \neq \rho_p$, $t_n \neq t_p$ și, în consecință, radiațiile reflectate și cele transmise sunt parțial polarizate având gradul de polarizare exprimat prin formulele:



$$P_r = \frac{\varphi_m - \varphi_{rp}}{\varphi_m + \varphi_{rp}} = \frac{\rho_n^2 - \rho_p^2}{\rho_n^2 + \rho_p^2} \quad (30)$$

$$P_t = \frac{\varphi_{tn} - \varphi_{tp}}{\varphi_{tn} + \varphi_{tp}} = \frac{t_n^2 - t_p^2}{t_n^2 + t_p^2} \quad (31)$$

Modul de variație a coeficienților de reflexie ρ_n^2 și ρ_p^2 (pentru energia rad.) în funcție de unghiul de incidență i_1 este reprezentat în figura 28. Din figura 28 și formula (30) rezultă că pentru o anumită valoare $i_1 = i_{1B}$ a unghiului de incidență avem:

$$\rho_p = 0, \quad P_r = 1 \quad (32)$$

Egalitățile (32) arată că dacă unghiul de incidență are o anumită valoare, radiația reflectată este total polarizată liniar și are direcția de acțiune a intensității câmpului electric perpendiculară pe planul de incidență ($E_m^0 = 0$, $E_n^0 \neq 0$).

Unghiul de incidență pentru care radiația reflectată este total polarizată liniar poate fi calculat în felul următor. Folosind legea refracției (20) putem scrie formulele (25) sub forma:

$$\rho_n = \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)} \quad (33)$$

$$\rho_p = \frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)}$$

Rezultă că dacă unghiul de incidență are o astfel de valoare încât este îndeplinită condiția:

$$i_{1B} + i_{2B} = 90^\circ \quad (34)$$

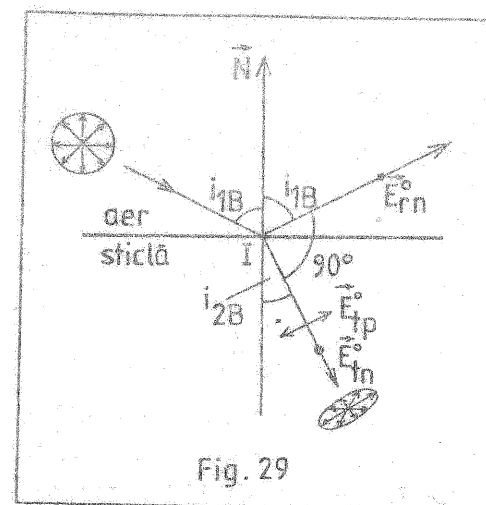
atunci $\rho_p = 0$ și $P_r = 1$ (30). Unghiul i_{1B} se numește unghi Brewster, după numele celui care l-a pus în evidență pentru prima dată. Folosind (34) și legea refracției (20) rezultă că unghiul

Brewster poate fi calculat cu formula:

$$\operatorname{tg} i_{1B} = \frac{n_2}{n_1}, \quad i_{1B} = \arctan \frac{n_2}{n_1} \quad (35)$$

De exemplu, pentru perechea de substanțe aer ($n_1=1$)-sticlă ($n_2=1,5$) din (35) rezultă $i_{1B}=57^\circ$. Rezultă că o placă de sticlă înclinată la un unghi de incidență de 57° poate fi utilizată ca polarizor (sau analizor) de radiații optice.

Din (34) rezultă că la incidență Brewster, unda reflectată liniar polarizată se propagă pe direcție ortogonală la direcția unei transmise (Fig.29). În conformitate cu formulele lui



Fresnel (25), (26) și cu figura 28, la orice valoare a unghiului de incidență $i_1 \neq 0$ și 90° , pentru radiația reflectată avem $\rho_n > \rho_p$ și $E_m^0 > E_n^0$ iar pentru radiația transmisă $t_p > t_n$ și $E_p^0 > E_m^0$. Aceste rezultate sunt în acord cu legea conservării energiei radiante. Deoarece $t_p \neq t_n \neq 0$ pentru orice valoare a unghiului de incidență i_1 , radiația transmisă este întotdeauna parțial polarizată ($P < 1$). Gradul de polarizare a radiației transmise are valoarea maximă dacă unghiul de incidență este egal cu unghiul Brewster (35).

§3. Saltul de fază în procesele de reflexie și refracție.

La incidență normală ($i_1 = i_1' = i_2 = 0$), din formulele lui Fresnel (25) și (26) rezultă:

$$\rho_n = -\rho_p = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (36)$$

$$t_n = t_p = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

În acest caz, din (7) (și din figura 26) rezultă că versorii direcțiilor de descompunere a intensităților de câmp electric satisfac relațiile:

$$\vec{p}_{or} = -\vec{p}_{oi}, \quad \vec{p}_{oi} = \vec{p}_{or}, \quad \vec{n}_0 = \vec{i}. \quad (37)$$

Folosind (37), (36) și formulele de definiție ale factorilor ρ_n , t_n (14) și ρ_p , t_p (23) putem scrie relațiile (6) pentru amplitudini sub forma:

$$\vec{E}_i^0 = E_{ip}^0 \vec{p}_{oi} + E_{in}^0 \vec{i} \quad (38)$$

$$\vec{E}_r^0 = E_{rp}^0 \vec{p}_{oi} + E_{rn}^0 \vec{i} = \rho_p E_{ip}^0 \vec{p}_{oi} + \rho_n E_{in}^0 \vec{i} = \rho_n (E_{ip}^0 \vec{p}_{oi} + E_{in}^0 \vec{i}) = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \vec{E}_i^0$$

$$\vec{E}_t^0 = E_{tp}^0 \vec{p}_{oi} + E_{tn}^0 \vec{i} = t_p E_{ip}^0 \vec{p}_{oi} + t_n E_{in}^0 \vec{i} = t_n (E_{ip}^0 \vec{p}_{oi} + E_{in}^0 \vec{i}) = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \vec{E}_i^0 \quad (39)$$

Relația (39) arată că undele incidentă și transmisă sunt totdeauna în fază indiferent de valorile indicilor de refracție n_1 și n_2 . Din (38) rezultă că atunci cînd unda incidentă (și reflectată) se propagă în substanța cu indice de refracție mai mic ($n_1 < n_2$), în procesul de reflexie se produce inversarea sensului de acțiune a intensității de câmp electric. Ținînd seama de egalitatea $-1 = e^{\pm i\pi}$ se poate afirma că în procesul de reflexie în cazul $n_1 < n_2$ cîmpul electromagnetic suferă un salt de fază de valoare $\pm\pi$, ceea ce este echivalent cu o diferență de drum optic de $\pm \frac{\lambda_0}{2}$. Formula (38) arată că în cazurile în care unda incidentă se propagă în substanța cu indice de refracție mai mare ($n_1 > n_2$) nu se produce salt de fază (diferență de drum optic) la reflexie.

§4. Reflexia totală. Aplicații.

Teoria arată și experiența confirmă că unda reflectată există totdeauna sub formă de undă progresivă, care transportă energie radiantă îndepărtîndu-se de suprafața de separație, oricare ar fi indicii de refracție n_1 , n_2 și unghiul de incidență i_1 . Unda transmisă există sub formă de undă progresivă pentru orice valoare a unghiului de incidență i_1 numai dacă $n_1 < n_2$ [de exemplu cînd trece din aer ($n_1=1$) în apă ($n_2=1,5$)]. Dacă însă unda incidentă provine din substanța cu indice de refracție mai mare ($n_2 > n_1$) în conformitate cu legea refracției

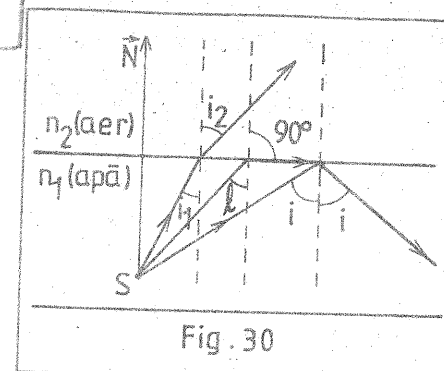


Fig. 30

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad (40)$$

refracția se face cu depărtare de normală ($i_1 > i_2$). În acest caz, odată cu creșterea unghiului de incidență i_1 crește și unghiul de refracție i_2 dar i_2 crește mai repede decât i_1 (fig.30). Pentru o anumită valoare $i_1=1$ a unghiului de incidență, unghiul de refracție capătă valoarea $i_2=90^\circ$. Unghiul de incidență i_1 pentru care unghiul de refracție $i_2=90^\circ$ se numește unghi limită. Valoarea unghiului limită poate fi calculată din (40) pentru $i_2=90^\circ$ și se obține:

$$\sin l = \frac{n_2}{n_1}, \quad l = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (41)$$

Din (41) se obține, de exemplu, pentru perechea de substanțe sticlă ($n_1=1,5$)-aer ($n_2=1$) $l \approx 41^\circ 50'$ iar pentru apă ($n_1=\frac{4}{3}$)-aer, $l \approx 43^\circ 40'$. Dacă unghiul de incidență este mai mare decât unghiul

limită, sinusul unghiului de refracție calculat cu legea refracției (40) ar trebui să fie mai mare decât unitatea, ceea ce este imposibil. Pe de altă parte, energia radiantă nu se poate cumula la nivelul suprafeței de separație deoarece aceasta ar duce la distrugerea termică a stratului de la suprafață, fapt care nu se constată experimental. În aceste condiții rezultatul $\sin i_2 > 1$ poate fi interpretat în sensul că pentru unghiuri de incidență mai mari decât unghiul limită, radiațiile nu mai trec în mediul al doilea ci se reflectă total pe suprafața de separație, respectînd legile reflexiei (18). Fenomenul în care toată energia transportată de fasciculul de radiații incident este transmisă fasciculului reflectat se numește reflexie totală. În cazul reflexiei totale, în conformitate cu legea conservării energiei (1), sunt îndeplinite egalitățile:

$$|\rho_r| = |\rho_p| = 1 \text{ și } R = 1 \quad (42)$$

În conformitate cu cele arătate mai sus, fenomenul de reflexie totală se produce în mod necesar dacă sunt îndeplinite simultan următoarele două condiții:

- 1°. Unda incidentă să provină din substanța cu indice de refracție mai mare ($n_1 > n_2$)
- 2°. Unghiul de incidență i_1 să fie mai mare decât unghiul limită:

$$i_1 > l = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin n. \quad (43)$$

Mărimea $\frac{n_2}{n_1} = n$ se numește indice de refracție relativ al mediului doi în raport cu primul

mediu. În cele ce urmează vom prezenta câteva din cele mai importante aplicații ale fenomenului de reflexie totală.

A) Schimbarea direcției de propagare a radiației optice. Pentru diverse sortimente de sticlă, în raport cu aerul, unghiul limită are valori puțin mai mici decât 45° . Această situație este foarte convenabilă deoarece permite folosirea în multe aparate a unor prisme, realizate din aceste substanțe, care servesc pentru schimbarea direcției de propagare a radiațiilor optice în procese de reflexie totală la 45° . Astfel de prisme se numesc prisme cu reflexie totală. Principalul avantaj al prismelor cu reflexie totală față de oglinzile plane, care pot fi utilizate în același scop, constă în faptul că reflexia totală se face fără pierdere de energie radiantă. În figura 31 sunt prezentate secțiunile normale (perpendiculare pe muchii) pentru prismele cu reflexie totală precum și schimbările de direcție ale razelor.

B) Determinarea indicilor de refracție. Indicele de refracție al unei substanțe se poate

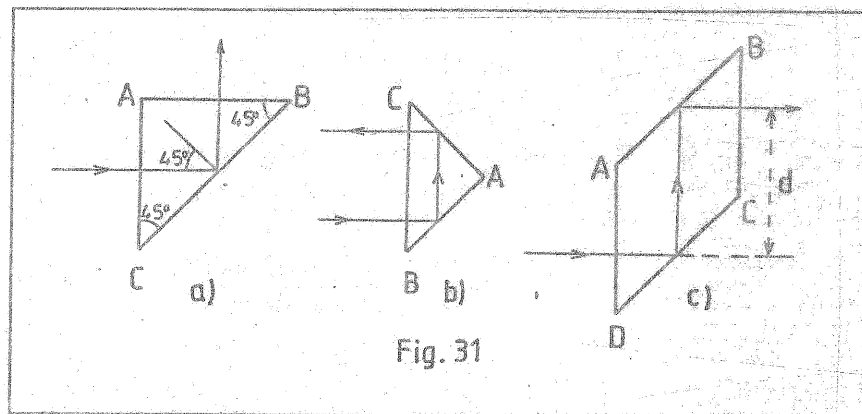


Fig. 31

determina sau în baza legii refracției (40) cu aparate care permit măsurarea unghiului de incidență și a unghiului de refracție sau în baza formulei unghiului limită (41) cu aparate care permit măsurarea unghiului limită. Aparatele pentru determinarea indicelui de refracție în baza formulelor (40) și (41) se numesc refractometre. În laboratorul nostru de optică și spectroscopie, se utilizează un refractometru de precizie de tip Abbé, etalonat în baza formulei (41), care permite determinarea indicilor de refracție ai lichidelor cu o precizie foarte mare (până la a 6-a zecimală).

C) Fibre optice. Transportul de energie radiantă și de informații la distanțe foarte mari se

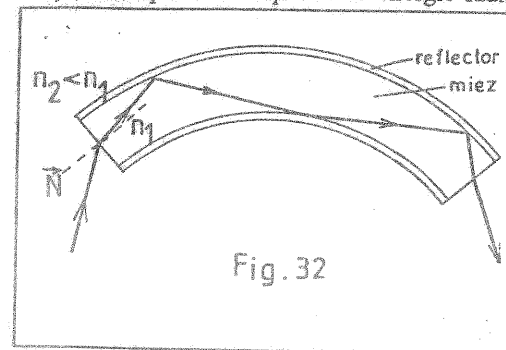


Fig. 32

poate face prin reflexii totale în interiorul unor fibre transparente numite fibre optice. O fibră optică este un sistem format dintr-o fibră de sticlă sau cuarț numită miez, acoperit la exterior cu un înveliș numit reflector realizat din sticlă sau cuarț cu indice de refracție mai mic decât al miezului. Diametrul miezului este de aproximativ $50 \mu\text{m}$ iar diametrul exterior al fibrei este de circa $100 \mu\text{m}$. Ghidarea radiației în fibra

optică se face prin reflexia totală internă la limita de separație dintre miez și reflector. Pentru ca fenomenul de reflexie totală să aibă loc, unghiul de incidență pe suprafața de separație dintre miez și reflector trebuie să fie mai mare sau cel puțin egal cu unghiul limită (41) determinat de indicii de refracție ai miezului și reflectorului. Dacă această condiție este îndeplinită, radiația care pătrunde în fibra optică printr-un capăt al ei nu mai poate părăsi fibra decât pe la celălalt capăt chiar și atunci când fibra este puternic curbată (mai mult decât este necesar în practică) (fig.32). Fibrele optice sunt utilizate, de regulă, grupate în cabluri formate din câteva sute de fibre închise într-un înveliș de protecție din material plastic. În cablurile optice destinate pentru transportul de energie radiantă sau de informații (exemplu în telefonie) fibrele optice pot fi așezate fără a respecta o anumită ordine. În cablurile optice destinate pentru transportul de informații prin imagini (videotelofonie, televiziune etc.), fiecare fibră transportă informații despre imaginea unui "punct" de pe obiect și este necesar ca fibrele optice să fie ordonate astfel încât capetele lor în secțiunea cablului la intrare și la ieșire să aibă, unele față de altele, poziții identice (aceleași coordonate polare R, θ). În astfel de cazuri, imaginea se formează cu un sistem optic pe capătul de intrare al cablului și se obține la ieșirea din cablu de unde, cu ajutorul unui sistem optic, poate fi proiectată pe un ecran sau privită cu ochiul.

Dispozitivele care utilizează cabluri optice și-au găsit o gamă largă de aplicații în diferite domenii de activitate printre care și științele medicale. Astfel, în medicina internă, cablurile optice constituie componentele de bază ale aparatelor numite fibroendoscoape. Aceste aparate sunt echipate cu un sistem de iluminare (de la o sursă externă) și un cablu optic de transmitere a imaginilor, ambele cu fibre optice, și permit examinarea oricărei cavități din interiorul

organismului uman (exemplu interiorul plămînilor) fără intervenții chirurgicale. Primul sistem de telefonie video a fost instalat la Chicago la 1 aprilie 1977 de către firma Bell Telephone (S.U.A.). În noiembrie 1979 firma General Telephone (S.U.A.) inaugurează prima linie de T.V. în orașul Tampa din Florida. Din 1988, la Chișinău funcționează o centrală telefonică cu fibre optice. În țara noastră, primele centrale telefonice cu fibre optice vor fi construite, pînă la sfîrșitul anului 1998, în colaborare cu diferite firme din Germania, Italia și Japonia.

§5. Dubla refracție.

Să considerăm că pe suprafața de separație plană dintre două substanțe transparente din care una izotropă și alta anizotropă se trimite o undă monocromatică plană. Ambele substanțe fiind transparente, indicii lor de refracție se exprimă prin numere reale [cap.IV.4]. Substanța izotropă are un singur indice de refracție n . Substanța anizotropă are, pentru fiecare direcție de propagare (cu excepția axei optice), doi indici de refracție n' și n'' care sunt soluții ale ecuației elipsoidului indicilor de refracție și ale ecuației suprafeței indicilor de refracție [(40) și (44) cap.III]. În aceste condiții, dacă unda incidentă plană se află în substanța izotropă, putem scrie legile reflexiei și refracției (18) sub forma:

$$\vec{K}_r - \vec{K}_i = \Gamma_i \vec{N} \quad (44)$$

$$\vec{K}_t - \vec{K}_i = \Gamma_t \vec{N}, \quad \vec{K}_t' - \vec{K}_i = \Gamma_t' \vec{N} \quad (45)$$

unde:

$$K_r = K_i = K_0 n, \quad K_t = K_0 n', \quad K_t' = K_0 n'' \quad (46)$$

Dacă la suprafața de separație nu se produce fenomenul de reflexie totală, adică dacă nu sunt îndeplinite condițiile de reflexie totală (§4):

$$n > n', \quad n > n''$$

$$i_1 > i' = \arcsin \frac{n'}{n}, \quad i_1 > i'' = \arcsin \frac{n''}{n} \quad (47)$$

atunci în mediul anizotrop există două unde refractate progresive. În conformitate cu legea refracției (45), la suprafața de separație dintre un mediu izotrop și unul anizotrop, fiecare undă monocromatică plană se descompune în două unde monocromatice plane ale căror suprafețe de fază constantă se propagă pe direcții diferite, determinate de legile refracției. Fenomenul de divizare a unei unde plane în două unde plane la suprafața de separație dintre o substanță izotropă și una anizotropă, se numește dublă refracție. Cînd ne referim la divizarea suprafețelor de fază constantă, spunem că se produce dublă refracție a normalelor deoarece normalele la

suprafețele de fază constantă coincid cu direcțiile de propagare ale suprafețelor de fază constantă. Dublă refracție a normalelor se face cu respectarea legilor reflexiei și refracției (44)-(46).

Dacă în procesul de reflexie sunt îndeplinite condițiile de reflexie totală (47) se produce reflexia totală a normalelor la suprafețele de fază constantă. Cînd se produce dubla refracție a normalelor, se produce și dublă refracție a razelor, adică, dubla refracție a direcțiilor de propagare a energiei radiante. Direcțiile razelor nu se pot determina, în general, cu ajutorul legilor refracției, deoarece în substanțele anizotrope, razele nu au aceeași direcție cu normalele la suprafețele de fază constantă (Fig.15). Direcțiile razelor obținute prin dublă refracție în mediile anizotrope pot fi determinate printr-o construcție grafică dată de Huygens, care folosește suprafețele vitezelor de transport ale energiei (Fig.16). La realizarea construcției se ține seama de faptul că, pentru unde plane, energia care este localizată la un moment dat în vecinătatea unei suprafețe de fază constantă (în mediul izotrop) după un interval de timp Δt trebuie să ajungă în mediul anizotrop în vecinătatea unei alte suprafețe de fază constantă care este deasemenea plană deoarece normalele la suprafețele de fază constantă satisfac legile refracției (45). Deoarece suprafețele de fază constantă sunt ortogonale la planul de incidență, secțiunile lor cu planul de incidență sunt segmente de dreaptă iar construcția se poate realiza în planul de incidență. În figura 33' este prezentată construcția lui Huygens în cazul refracției dintr-un mediu izotrop într-un mediu anizotrop uniax. Fasciculul incident este reprezentat prin razele R_1 și R_2 . Ca suprafața de undă inițială se ia planul Π_1 care conține punctul de incidență I_1 . Se construiește planul Π_2 situat la distanța v_1 de planul

Π_1 unde v_1 este viteza de propagare a energiei radiante în mediul izotrop. Distanța dintre planele Π_1 și Π_2 (care conține punctul I_2 de pe suprafața de separație AB) este parcursă de energia radiantă în timpul $\Delta t = 1$ s. În același timp, $\Delta t = 1$ s, energia radiantă aflată inițial în vecinătatea punctului I_1 poate ajunge în oricare din punctele suprafețelor de undă corespunzătoare undelor ordinară și extraordinară. Să considerăm că substanța anizotropă este uniax pozitivă și are axa optică Δ perpendiculară la suprafața de separație AB. În acest caz, suprafața vitezelor de transport a energiei este formată dintr-o sferă de rază v_0 și un elipsoid interior sferei cu semiaxele v_0 și $v_e < v_0$ (fig.16). Se construiesc curbele Σ_0 și Σ_e corespunzătoare celor două suprafețe de undă (Fig.33'). Aceste curbe sunt tangente una la alta pe direcția axei optice. Din cele spuse, rezultă că punctul I_2 și oricare din punctele de pe curbele Σ_0 și Σ_e satisfac condiția de a se afla pe o suprafață de undă a unei transmise. Această suprafață trebuie să fie plană și normală la planul de incidență. O astfel de suprafață care conține punctul I_2

[illegible]

Există dispozitive optice construite astfel încât permit separarea celor două fascicule liniar polarizate generate prin dublă refracție permițând obținerea radiațiilor polarizate liniar. Dispozitivele construite astfel încât separă prin reflexie total fasciculele polarizate liniar prin dublă refracție se numesc prisme de polarizare a radiațiilor optice. În cele ce urmează vom descrie câteva dintre cele mai importante prisme de polarizare.

Fig. 33

Fig. 33

astfel încât raportul $BC/AB=2,66$, unghiurile B și B' sunt egale cu 68° iar axele optice formează unghiuri de 48° cu fețele AB și $A'B'$. Planul determinat de axa optică Δ și normala $\vec{N}$ la suprafața de intrare AB se numește secțiunea principală a prisme. În aceste condiții, dacă pe fața frontală AB se trimite un fascicul de raze nepolarizat, razele ordinare generate prin dublă refracție ajung pe stratul de balsam de Canada sub un unghi de incidență i_0 mai mare decât unghiul limită $I_0 = \arcsin \frac{n}{n_0}$ și se reflectă total fiind apoi absorbite de montura înnegrită a

105

Condiția de reflexie totală $i_0 > i_0$ impune o limită unghiului de incidență i (Fig.33), și anume $i_{\max} \leq 14,5^\circ$. Prisma Nicol poate fi utilizată în domeniul vizibil atât ca polarizor cât și ca analizor. Ea nu poate fi utilizată pentru polarizarea radiațiilor din ultraviolet deoarece balsamul de Canada absoarbe puternic aceste radiații. Prisma Nicol este cunoscută și sub denumirea de nicol. Mult timp, nicolul a fost singurul tip de polarizor cunoscut.

B.Prisma Foucault. Este o prismă de polarizare construită din Spat de Islanda, asemănătoare cu nicolul, dar în locul stratului de balsam de Canada, se folosește un strat de aer ($n=1$). În acest caz, raportul $BC/AB \approx 0,9$, iar unghiul de incidență maxim admis este de numai 4° . Prisma Foucault are avantajul că poate fi utilizată și pentru polarizarea radiațiilor din ultraviolet.

C.Prisma Ahrens. Este o prismă de polarizare realizată din trei prisme de Spat de Islanda lipite cu balsam de Canada astfel încât împreună formează un paralelipiped drept (Fig.34). Vederea de ansamblu a prisme Ahrens este dată în figura 34.a iar secțiunea ei normală ABCD în figura 34.b. Prismele au axe optice Δ paralele cu fețele AB și CD și perpendiculare pe muchii iar raportul $AC/AB \approx 1,9$. Dacă un fascicul de raze nepolarizat ajunge pe fața frontală AB, care conține muchia prisme centrale, razele ordinare se reflectă total pe straturile de balsam de Canada ($i_0 > i_0$, $n_0 < n$) iar razele extraordinare trec nedeviate (una din direcțiile de bază coincide cu axa optică Δ iar alta este perpendiculară pe planul secțiunii principale). Fasciculul transmis este polarizat liniar și are planul de vibrație paralel cu secțiunea principală a prisme. Astfel de prisme se folosesc ca polarizor și analizor în microscopul de cercetare cu lumină polarizată.

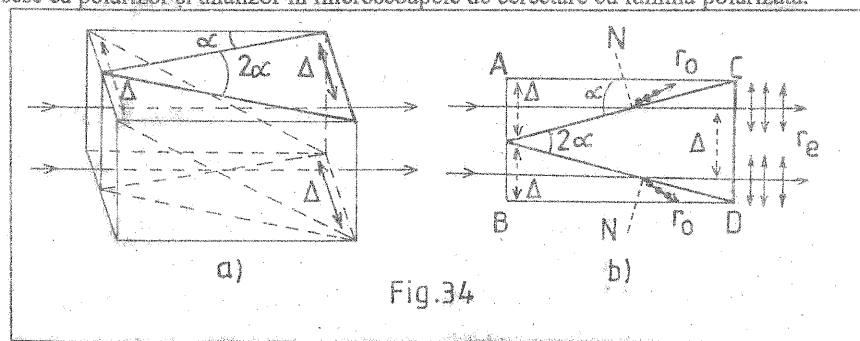


Fig.34

VI. ACȚIUNEA UNULUI STRAT DE SUBSTANȚĂ OMOGENĂ ASUPRA FASCICULELOR DE RAZE PARALELE.

§1. Acțiunea unui strat de substanță izotropă asupra radiațiilor optice

§1.1.Divizarea fasciculelor de radiații optice. Să considerăm un sistem format din trei substanțe de indici de refracție n_1 , n_2 și n_3 separate prin două suprafețe plane paralele Π_1 și Π_2 (Fig.35). Vom numi un astfel de sistem strat de substanță. În figura 35 stratul de substanță este

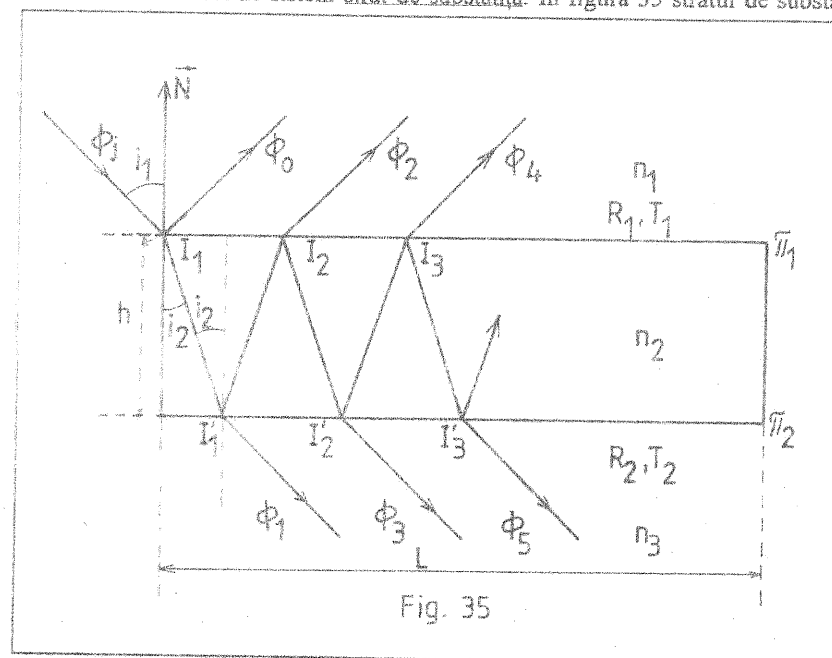


Fig. 35

reprezentat în secțiune normală la planele Π_1 și Π_2 . Un fascicul incident de raze paralele, reprezentat în figura 35 printr-o singură rază, se divizează în mai multe fascicule prin reflexii și refracții succesive la suprafețele Π_1 și Π_2 . Modul de divizare este prezentat schematic în figura 35 în care planul de incidență este planul figurii. Dacă notăm cu L lungimea stratului de substanță pe direcția pe care are loc divizarea multiplă, deoarece $I_1 I_2 = I_2 I_3 = I_{N-1} I_N$, rezultă că numărul de fascicule obținute în reflexie sau în transmisie poate fi exprimat, în primă aproximatie, prin formula:

$$N = \frac{L}{I_1 I_2} = \frac{L}{2h \cdot \text{tg} i_2} \quad (1)$$

în care i_2 este dat de legea refracției [(20)cap.V]. Direcțiile razelor reflectate și transmise pot fi determinate cu legile reflexiei și refracției (cap.V.§1).

Dacă notăm cu R_1, T_1 și R_2, T_2 factorii de reflexie și de transmisie [(1)cap.V] ai suprafețelor de separație Π_1 și Π_2 și cu τ_i factorul de transmisie internă al substanței aflate între planele Π_1 și Π_2 [(24) cap.IV] putem scrie pentru fluxurile fasciculelor succesive obținute prin divizare multiplă formulele:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) in reflexie} & \text{b) in transmissie} \\
 \phi_0 = R_1 \phi_i & \phi_1 = T_1 T_2 \tau_1 \phi_i \\
 \phi_2 = T_1^2 \tau_1^2 R_2 \phi_i & \phi_3 = T_1 T_2 \tau_1^3 R_1 R_2 \phi_i \\
 \phi_4 = T_1^2 \tau_1^4 R_2^2 R_1 \phi_i & \phi_5 = T_1 T_2 \tau_1^5 (R_1 R_2)^2 \phi_i \\
 \phi_6 = T_1^2 \tau_1^6 R_2^3 R_1^2 \phi_i & \phi_7 = T_1 T_2 \tau_1^7 (R_1 R_2)^3 \phi_i \\
 \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\
 \phi_{2p} = T_1^2 \tau_1^{2p} R_2^p R_1^{p-1} \phi_i & \phi_{2m+1} = T_1 T_2 \tau_1^{2m+1} (R_1 R_2)^m \phi_i \\
 (p = 1, 2, 3, \dots) & (m = 0, 1, 2, \dots)
 \end{array}
 \quad (2)$$

§1.2. Modificarea drumului optic al radiațiilor optice.

Să considerăm un strat de substanță cu fețe plan-paralele Π_1 și Π_2 (Fig.36) de grosime h și

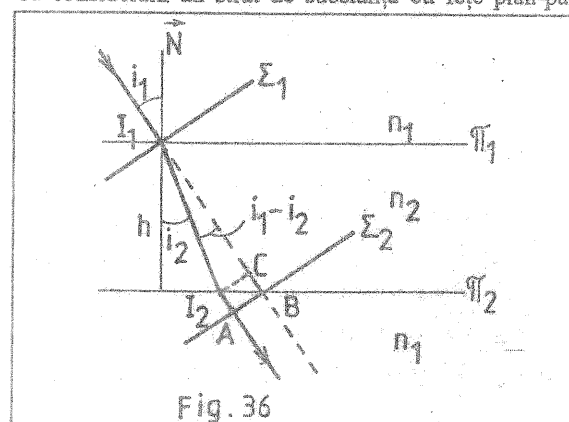


Fig. 36

indice de refracție n_2 situat în mediul cu indice de refracție n_1 . Un astfel de strat se numește lamă cu fețe plan-paralele. Pe suprafața lamei se trimite un fascicul de raze paralele sub un unghi de incidență i_1 reprezentat în figura 36 printr-o singură rază. În conformitate cu legile refracției, fasciculul transmis este paralel cu fasciculul incident. Fie Σ_1 o suprafață de fază constantă a fasciculului

incident și Σ_2 o suprafață de fază constantă a fascicului transmis. Între planele Σ_1 și Σ_2 , drumul razei este $I_1 I_2 A$ în prezența lamei și $I_1 B$ în lipsa lamei de indice de refracție n_2 . Ducând planul $I_2 C$ paralel cu AB și ținând seama de egalitatea $(I_2 A) = (CB)$ rezultă că drumul optic $(I_1 I_2)$ prin lamă este mai mare decât drumul optic $(I_1 C)$ în lipsa lamei cu cantitatea:

$$\Delta = n_2 I_1 I_2 - n_1 I_1 C \quad (3)$$

Din figura 36 rezultă:

$$l_2 = \frac{h}{\cos i_2}, \quad l_1 C = l_2 \cos(i_1 - i_2) \quad (4)$$

Folosind (4) și legea refracției [(20) cap.V] putem scrie (3) sub forma:

$$\Delta = \frac{h}{\cos i_2} [n_2 - n_1 \cos(i_1 - i_2)] = h(n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1) \quad (5)$$

La incidență normală ($i_1 = i_2 = 0$) din (5) se obține:

$$\Delta = h(n_2 - n_1) \quad (6)$$

Dacă lama se află în aer ($n_1=1$) din (6) rezultă:

$$\Delta = h(n_2 - 1) \quad (7)$$

Produsul hn_2 , dintre grosimea geometrică a lamei și indicele ei de refracție, se numește grosimea optică a lamei.

Compensator de drum optic. Cu ajutorul a două lame de sticlă transparente ($n_1=1$) de grosimi

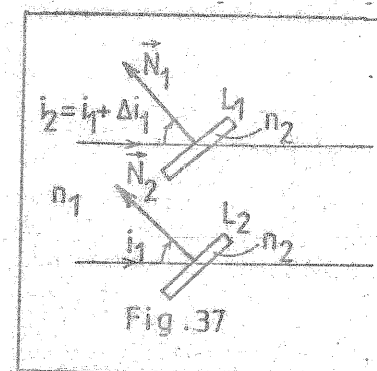


Fig. 37

optice constante și egale, se poate realiza un sistem care poate introduce o diferență de drum optic variabilă între două fascicule de raze paralele (fig.37). Să notăm cu n_2 indicele de refracție al sticlei din care sînt realizate lamele și cu n_1 indicele de refracție al mediului în care se află lamele. Dacă cele două lame L_1 și L_2 sînt paralele între ele, fasciculul care trece printr-o lamă are același drum optic ca și cel care trece prin cealaltă lamă și diferența de drum optic

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 0. \quad (8)$$

Dacă din această orientare una din lame este rotită astfel încât unghiul de incidență al fasciculului care trece prin lamă variază cu Δi_1 atunci, ținând seama de (5), putem exprima diferența de drum optic dintre cele două fascicule prin formula:

$$\begin{aligned}\Delta &= h[n_2 \cos(i_2 + \Delta i_2) - n_1 \cos(i_1 + \Delta i_1)] - h(n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1) = \\ &= h\{n_2 [\cos(i_2 + \Delta i_2) - \cos i_2] - n_1 [\cos(i_1 + \Delta i_1) - \cos i_1]\} = \\ &= 2h\left[n_2 \sin(i_2 + \frac{\Delta i_2}{2}) \sin \frac{\Delta i_2}{2} - n_1 \sin(i_1 + \frac{\Delta i_1}{2}) \sin \frac{\Delta i_1}{2}\right].\end{aligned}\quad (9)$$

Diferențiind legea refracției $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ și trecînd la creșteri finite se obține:

$$n_1 \cos i_1 \Delta i_1 = n_2 \cos i_2 \Delta i_2 \quad (10)$$

Dacă $\Delta i_1 \ll i_1$, din (10) rezultă că $\Delta i_2 \ll i_2$ iar din (9) și (10) se poate obține, în primă aproximație, formula:

$$\Delta = h n_1 \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\cos i_2} \cdot \Delta i_1 \quad (11)$$

Formula (11) arată că diferența de drum optic introdusă de sistemul format din cele două lame este proporțional cu unghiul de rotire al uneia din lame (dacă acest unghi este suficient de mic). Dispozitivele care introduc o diferență de drum optic variabil între două fascicule de raze paralele se numesc compensatoare de drum optic.

§1.3. Schimbarea compoziției spectrale a radiațiilor optice.

Filtre optice

În conformitate cu formulele (2), un strat de substanță absorbantă [$\tau_i(\vartheta) < 1$] schimbă compoziția spectrală a radiațiilor optice. Astfel, pentru un fascicul incident echienergetic [$\phi_i(\vartheta) = \text{const.}$] care trece o singură dată prin stratul de substanță ($m=0$) din (2) se obține:

$$\phi_e(\vartheta) = T_1 T_2 \tau_i(\vartheta) \phi_i = \tau(\vartheta) \phi_i \quad (12)$$

unde $\tau(\vartheta)$ este factorul de transmisie spectral al stratului de substanță. În (12) T_1 și T_2 variază puțin cu frecvența (lungimea de undă) prin intermediul indicilor de refracție [(29) și (26) cap.V].

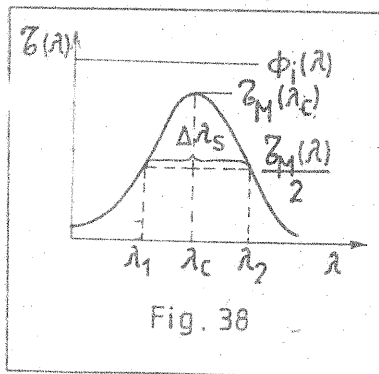


Fig. 38

Rezultă că factorul de transmisie al stratului de substanță este determinat în primul rînd de factorul de transmisie internă $\tau_i(\vartheta)$. În consecință folosind straturi de substanță potrivit alese ca grosime și compoziție, care determină benzi de absorbție convenabile, se poate realiza un sistem optic cu un factor de transmisie diferit de zero numai într-un domeniu îngust de frecvențe (lungimi de undă) centrat, aproximativ, pe o lungime de undă λ_c . Astfel de straturi de substanță se numesc filtre optice. Lungimea de undă λ_c

se numește lungime de undă de bază a radiației optice transmise. Factorul de transmisie al unui filtru optic variază cu lungimea de undă a radiațiilor așa cum se arată în figura 38. Curba din figura 38 se numește banda spectrală de transmisie a filtrului. Filtrul optic poate fi caracterizat prin lungimea de undă λ_c , prin valoarea maximă a factorului de transmisie $\tau_M(\lambda_c)$ și prin semilățimea spectrală $\Delta\lambda_s$ a radiației care trece prin filtru. Adesea, pentru obținerea unui filtru cu semilățimea spectrală cât mai mică este necesar să se combine două sau mai multe straturi de substanță cu factori de transmisie internă diferiți.

§1.4. Polarizarea radiațiilor optice. Polarizori în reflexie și în transmisie

O lamă cu fețe plan-paralele realizată dintr-o substanță dielectrică transparentă și izotropă (sticlă) poate fi folosită pentru polarizarea radiațiilor optice (fig.39). În conformitate cu

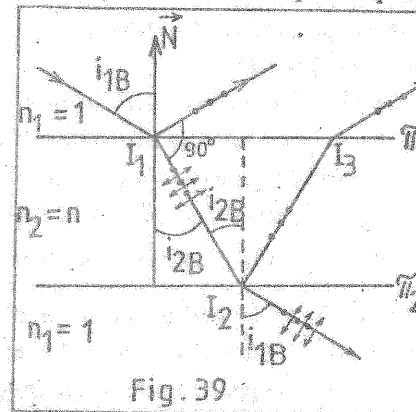


Fig. 39

formulele care exprimă gradul de polarizare al radiațiilor reflectate și transmise [(30), (31) cap.V] și cu formulele lui Fresnel [(25), (26) cap.V] dacă fasciculul incident pe lamă este nepolarizat, fasciculele reflectate și transmise sînt parțial polarizate. Gradul de polarizare depinde, în fiecare caz, de valoarea unghiului de incidență. La incidență Brewster [(35) cap.V] condiția de polarizare totală în reflexie ($i_{1B} + i_{2B} = \frac{\pi}{2}$) se realizează pentru ambele suprafețe de reflexie ale lamei (fig.39) deoarece fasciculul transmis este paralel cu fasciculul incident.

Ca urmare, radiația reflectată de lamă este total polarizată iar o astfel de lamă poate fi folosită ca polarizor în reflexie. În radiația reflectată, la unghi Brewster, direcția de acțiune a intensității câmpului electric este ortogonală la planul de incidență.

Radiația transmisă este numai parțial polarizată pentru orice valoare a unghiului de incidență, dar gradul de polarizare este maxim la unghi de incidență Brewster. Pentru a mări gradul de polarizare a radiațiilor transmise se folosesc topuri de lame cu fețe plan-paralele suprapuse care se așează în calea fasciculului de radiații la unghi de incidență Brewster. În aceste condiții, în conformitate cu formulele lui Fresnel, la fiecare trecere printr-o suprafață de separație, raportul dintre amplitudinile intensităților de câmp electric paralele cu planul de incidență și cele normale la planul de incidență crește într-un raport determinat și, ca urmare, gradul de polarizare crește.

Calculule arată și experiența confirmă că pentru un sistem format din m lame suprapuse, de indice de refracție n situate la unghi de incidență Brewster, gradul de polarizare al fascicului de radiații transmis este dat de formula:

$$P_t = \frac{\left[1 - \frac{2n}{n^2 + 1}\right]^{2m}}{\left[1 + \frac{2n}{n^2 + 1}\right]^{2m}} \quad (13)$$

Din (13) rezultă că pentru un top format din 10 lame de sticlă ($m=10$, $n=1,5$) $P \approx 97,5\%$. Un astfel de sistem poate fi utilizat ca polarizor de radiații în transmisie.

§2. Acțiunea unui strat de substanță anizotropă asupra fasciculelor de radiații optice

§2.1. Divizarea fasciculelor de radiații prin dublă refracție.

Să considerăm un strat de substanță anizotropă cu suprafețele de separație Π_1 și Π_2 plan-paralele orientate perpendicular la planul figurii (Fig.40). Să admitem că stratul de substanță anizotropă este realizat astfel încât unul din planele de coordonate principale ale mediului anizotrop (coa) este paralel cu planul figurii iar axa oc formează cu normala la planele Π_1 și Π_2 un unghi diferit de zero și de $\frac{\pi}{2}$. În aceste condiții, una din direcțiile de bază ale mediului anizotrop coincide cu axa ob , care este perpendiculară pe planul figurii iar cealaltă este paralelă cu planul coa. Să admitem că pe stratul de substanță se trimite un fascicul de raze paralele nepolarizat sub incidență normală și că vitezele de transport ale energiei radiante în mediul anizotrop considerat satisfac inegalitățile:

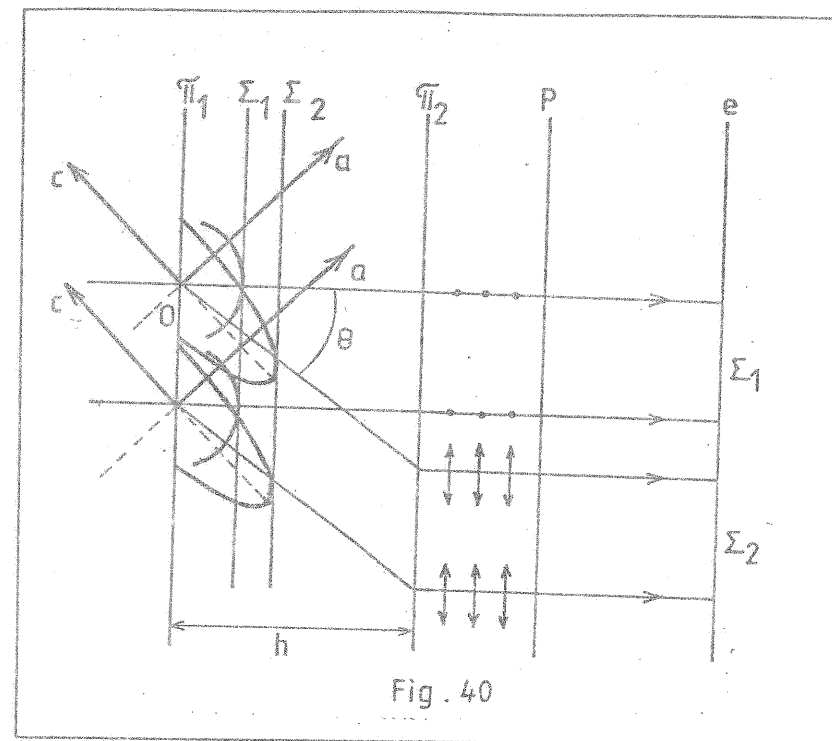


Fig. 40

$$v_{sa} > v_{sb} > v_{sc} \quad (14)$$

În aceste condiții, secțiunea suprafeței vitezelor de transport a energiei (cap.III.§3.2.) cu planul (coa) este format dintr-un cerc de rază v_{sb} și o elipsă cu semiaxele de mărime v_{sa} în lungul axei oc și v_{sc} în lungul axei oa (Fig.40). Construind direcțiile razelor obținute prin dublă refracție se obține un fascicul de raze paralele pe direcția fascicului incident și un fascicul de raze paralele care se propagă în stratul de substanță anizotropă pe o direcție paralelă cu planul coa și formează cu normala la suprafețele de separație un unghi θ (Fig.40). Realizând construcția razelor pentru refracția pe suprafața Π_2 se constată că după trecerea prin suprafața Π_2 ambele fascicule sînt paralele cu fasciculul incident. Dacă grosimea h a stratului de substanță este mare iar fasciculul de radiații este îngust, fasciculele emergente sînt separate (nu se suprapun). La rotirea stratului de substanță în jurul fascicului incident, fasciculul deviat lateral se rotește în jurul celui transmis fără deviație laterală. Acest fapt poate fi pus în evidență cu un ecran de observație e care intersectează fasciculele în limitele suprafețelor Σ_1 și Σ_2 .

Dacă fasciculul incident este nepolarizat, fasciculele obținute prin dublă refracție în vecinătatea suprafeței Π_1 sînt necoerente. Dacă fasciculul incident este liniar polarizat ($\Delta\Psi_0 = 0$) fasciculele produse prin dublă refracție în vecinătatea suprafeței Π_1 sînt total coerente. În conformitate cu cele arătate anterior (cap.III.§3), cele două fascicule sînt liniar polarizate în plane reciproc perpendiculare. Fasciculul care se propagă pe direcția fasciculului incident are direcția de acțiune a intensității cîmpului electric paralelă cu axa ob (care este una din direcțiile de bază) iar fasciculul deviat lateral are direcția de acțiune a intensității cîmpului electric paralelă cu planul coa (paralelă cu cea de a doua direcție de bază). Starea de polarizare a fasciculelor emergente poate fi cercetată cu ajutorul unui polarizor P (fig.40).

§2.2. Schimbarea stării de polarizare a radiațiilor optice

Să considerăm ca pe un strat de substanță anizotropă de grosime h (fig.40) se trimite sub incidență normală un fascicul de radiații optice care are o stare de polarizare oarecare ($\Delta\Psi_0 = 0$ sau $\neq 0$). Fasciculele rezultate din fasciculul incident prin dublă refracție străbat în interiorul stratului de substanță drumuri optice diferite. Dacă notăm cu Δ_1 și cu Δ_2 aceste drumuri optice, atunci diferența de fază a intensităților de cîmp electric în punctele de pe suprafața Π_2 (fig.40) este:

$$\Delta\Psi = \Delta\Psi_0 + \Delta\Psi_s = \Delta\Psi_0 + K_0(\Delta_2 - \Delta_1) = \Delta\Psi_0 + K_0\Delta_{12} \quad (15)$$

unde $\Delta\Psi_0$ este diferența de fază (inițială) în puncte de pe suprafața Π_1 iar $\Delta\Psi_s$ diferența de fază introdusă de stratul de substanță.

Dacă realizăm stratul de substanță astfel încît suprafețele de separație Π_1 și Π_2 să fie paralele cu unul din planele sistemului de coordonate principale ale mediului anizotrop atunci cele două fascicule generate prin dublă refracție se propagă pe aceeași direcție, în lungul celei de a treia axe a sistemului de coordonate. În aceste condiții, intensitățile de cîmp electric ale celor două fascicule acționează la nivelul suprafeței Π_2 în același punct iar diferența de fază (15) duce la schimbarea stării de polarizare a radiațiilor optice. Normalele la planele de polarizare ale celor două fascicule liniar polarizate (direcțiile de bază) sînt paralele cu axele de coordonate principale care sînt paralele cu suprafețele Π_1 și Π_2 . Diferența de drum optic corespunzătoare celor trei orientări posibile ale sistemului de axe de coordonate sînt:

$$\Delta_{12} = \Delta_2 - \Delta_1 = h(n_a - n_b) \quad , \quad \Delta_{12} = h(n_a - n_c) \quad , \quad \Delta_{12} = h(n_b - n_c) \quad (16)$$

În cele ce urmează prezentăm două cazuri importante pentru aplicații practice.

α) Lama jumătate de lungime de undă ($\frac{\lambda_0}{2}$). Dacă stratul de substanță are grosimea h astfel încît:

$$\Delta_{12} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad , \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (17)$$

el se numește lamă jumătate de undă ($\frac{\lambda_0}{2}$) sau lamă Laurent. Grosimea lamei ($\frac{\lambda_0}{2}$) poate fi calculată pentru fiecare radiație monocromatică (λ_0 dat) din (16) și (17). În conformitate cu (15) și (17) lama ($\frac{\lambda_0}{2}$) introduce diferența de fază:

$$\Delta\Psi_s = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta_{12} = (2m+1)\pi \quad (18)$$

Dacă radiația incidentă este liniar polarizată ($\Delta\Psi_0 = 0$) atunci, ținînd seama de (18) și de cele arătate la studiul radiațiilor total polarizate (cap.II.§13) rezultă că lama ($\frac{\lambda_0}{2}$) schimbă azimutul intensității cîmpului electric de la o valoare γ la valoarea:

$$\gamma_s = 2\pi - \gamma \quad (19)$$

Lama jumătate de undă este utilizată în practică pentru a schimba azimutul unei radiații liniar polarizate (exemplu la polarimetrul Laurent).

β) Lama sfert de lungime de undă ($\frac{\lambda_0}{4}$). Dacă stratul de substanță anizotropă are grosimea h astfel încît:

$$\Delta_{12} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4} \quad , \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (20)$$

el se numește lamă sfert de lungime de undă ($\frac{\lambda_0}{4}$). Grosimea lamei sfert de undă poate fi calculată din (20) și (16). În conformitate cu (20) și (15) lama sfert de lungime de undă introduce o diferență de fază:

$$\Delta\Psi_s = (2m+1)\frac{\pi}{2} \quad (21)$$

ținând seama de (21) și de cele arătate la studiul radiației eliptic polarizate (cap. II. §13) rezultă că

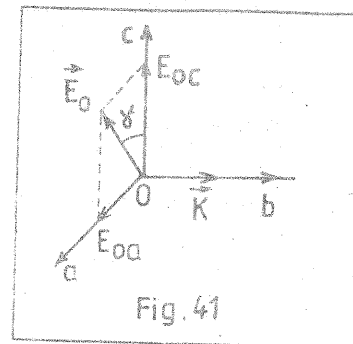


Fig. 41

lama ($\frac{\lambda_0}{4}$) transformă o radiație liniar polarizată ($\Delta\Psi_0 = 0$) în una eliptic polarizată cu semiaxe elipsei de polarizare paralele cu axele sistemului de coordonate principale care sînt paralele cu suprafețele Π_1 și Π_2 ale lamei. De exemplu, dacă propagarea radiațiilor se face în lungul axei ob, semiaxe elipsei de polarizare sînt paralele cu axele oc și oa (fig. 41) și satisfac relația:

$$\tan \gamma = \frac{E_{0a}}{E_{0c}} \quad (22)$$

unde γ este azimutul radiației liniar polarizate.

§2.3. Dispozitive compensatoare de drum optic. Din (15) și (16) rezultă că dacă se alege în mod potrivit grosimea h a stratului de substanță anizotropă se pot realiza condițiile:

$$K_0 \Delta_{12} = -\Delta\Psi_0, \quad \Delta\Psi = 0 \quad (23)$$

Relațiile (23) arată că folosind un strat de substanță anizotropă se poate compensa (măsura) diferența de fază inițială dintre două intensități de cîmp electric cu direcțiile de acțiune ortogonale. Pentru aceasta stratul de substanță trebuie să introducă un defazaj egal cu defazajul inițial $\Delta\Psi_0$ dar de semn contrar. Un astfel de strat de substanță este cunoscut sub denumirea de compensator. Deoarece în practică este necesar să se compenseze (măsoare) diferențe de fază de diferite valori, trebuie ca dispozitivul compensator să fie construit astfel încît să poată compensa o gamă cît mai variată de valori ale diferenței de fază.

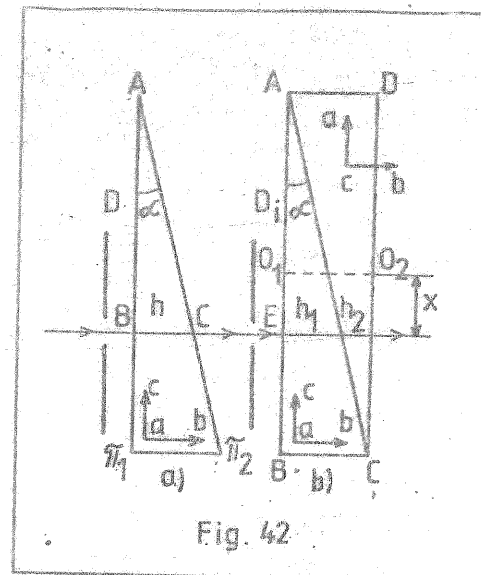


Fig. 42

În figura 42 sînt prezentate schematic două tipuri de dispozitive compensatoare. Dispozitivul din figura 42 a) este cunoscut sub denumirea de pană compensatoare. Ea este realizată dintr-un strat de cuarț sau gips delimitat de două suprafețe plane Π_1 și Π_2 care formează între ele un unghi diedru α de valoare mică. Pana este tăiată astfel încît planul coa (sau cob) al sistemului principal de coordonate să fie paralel cu una din suprafețele Π_1 și Π_2 iar axa oc (pentru cuarț axa optică) să fie paralelă sau perpendiculară la muchia A a unghiului diedru. Se obține astfel un strat compensator de grosime variabilă continuu care la distanța AB de muchie introduce diferența de drum optic:

$$\Delta_{12} = (n_a - n_c)h = (n_a - n_c)AB \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (24)$$

Pentru limitarea secțiunii fasciculului de radiații se folosește o diafragmă D (fig. 42).

În figura (42 b) este prezentat un dispozitiv compensator cunoscut sub denumirea de compensator Babinet. El este realizat sub forma unui paralelipiped drept format din două pene compensatoare cu planul coa (sau cob) paralel cu fețele AB și CD; una cu axa oc perpendiculară pe muchia unghiului diedru format de suprafețele de separație iar cealaltă cu axa oc paralelă cu muchia unghiului diedru. În aceste condiții, diferența de drum optic introdusă la distanța AE de capătul compensatorului este:

$$\Delta_{12} = h_1(n_a - n_c) + h_2(n_c - n_a) = (h_1 - h_2)(n_a - n_c) \quad (25)$$

La distanța $x = 0_1 E$ de la planul $0_1 0_2$ care trece prin centrul compensatorului ($h_1 = h_2$) putem scrie relația:

$$\Delta_{12} = 2x(n_a - n_c) \operatorname{tg} \alpha \quad (26)$$

Ambele dispozitive compensatoare pot fi utilizate pentru a măsura diferența de drum optic sau diferența de fază introdusă de un strat de substanță anizotropă.

§2.4. Determinarea stării de polarizare a radiațiilor optice

Deseori în practică este necesar să se stabilească dacă un fascicul de radiații este polarizat sau nu, iar în cazul în care este polarizat să se stabilească ce fel de stare de polarizare are. Informații asupra stării de polarizare a unui fascicul de radiații optice se pot obține măsurând fluxul de radiații cu un receptor prevăzut la intrare cu un polarizor-analizor. (În domeniul vizibil, în calitate de receptor de radiații poate fi utilizat și ochiul uman). Când analizăm starea de polarizare a unui fascicul de radiații cu un receptor prevăzut la intrare cu un polarizor-analizor pot apare următoarele situații:

1. Prin rotirea analizorului, în jurul direcției de propagare a radiației, se constată că există o poziție a lui pentru care receptorul indică un flux de valoare egală cu zero. În acest caz, radiația este liniar polarizată și are planul de vibrație perpendicular pe direcția de transmisie a analizorului.

2. Prin rotirea analizorului în jurul direcției de propagare, fluxul recepționat nu se modifică. În acest caz, radiația este sau nepolarizată sau circular polarizată, deoarece ambele tipuri de radiații se pot descompune în cîte două componente liniar polarizate pe direcții reciproce perpendiculare și de densități de flux egale ($\phi_x = \phi_y = \frac{\phi_0}{2}$). Deosebirea dintre aceste radiații constă în aceea că în cazul radiației nepolarizate componentele sînt necoerente iar în cazul radiației circular polarizate ele sînt total coerente și au diferența de fază:

$$\Delta\Psi_0 = \pm\frac{\pi}{2} \quad (27)$$

Dacă radiația este circular polarizată și în drumul ei, înainte de analizor, introducem o lamă sfert de undă, ținînd seama de (21) și (27), putem scrie diferența de fază totală (15) sub forma:

$$\Delta\Psi = \pm\frac{\pi}{2} + (2m+1)\frac{\pi}{2} = m\pi \quad (28)$$

unde m este un număr întreg par sau impar. Din (28), [conform cu (109) și (114) cap. II], rezultă că radiația circular polarizată poate fi transformată cu ajutorul unei lame sfert de undă în radiație liniar polarizată. Acest fapt poate fi constatat prin rotirea analizorului în jurul direcției de propagare a radiației. Dacă la rotirea analizorului există o poziție a lui pentru care receptorul indică un flux de valoare egală cu zero rezultă că radiația analizată este circular polarizată. Dacă radiația analizată este nepolarizată atunci după trecerea ei prin lama sfert de lungime de undă ea rămîne tot nepolarizată deoarece componentele ei ortogonale sînt necoerente și deci cîmpul electric rezultat poate lua orice orientare (ortogonală la direcția de propagare). Acest lucru

poate fi constatat prin aceea că la rotirea analizorului, densitatea de flux indicată de receptor rămîne constantă. Rezultă că în situația dată (2°), dacă înaintea analizorului introducem o lamă sfert de lungime de undă și rotim analizorul putem determina fără dubiu dacă radiația analizată este circular polarizată sau nepolarizată. În cazul dat (2°), în loc de lamă ($\frac{\lambda_0}{4}$) se poate folosi un compensator Babinet cu care se măsoară $\Delta\Psi_0$. Dacă se găsește $\Delta\Psi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ rezultă că radiația este circular polarizată.

3° . Prin rotirea analizorului în jurul direcției de propagare se obține o variație periodică a fluxului indicat de receptor între două valori extreme (maximă și minimă) care se repetă după fiecare rotire a analizorului cu 90° . În acest caz se poate trage concluzia că radiația analizată este parțial polarizată sau eliptic polarizată. Pentru a decide, între aceste stări de polarizare, se poate proceda în felul următor. Se rotește analizorul în jurul direcției de propagare pînă cînd receptorul indică o valoare maximă sau minimă (direcția lui de transmisie este paralelă cu direcția după care intensitatea cîmpului electric are valoarea maximă, respectiv, minimă). În fata analizorului se introduce o lamă sfert de lungime de undă. Dacă prin rotirea lamei ($\frac{\lambda_0}{4}$) în jurul direcției de propagare, se găsește o orientare a ei în care radiația emergentă este liniar polarizată, rezultă că radiația analizată este eliptic polarizată. Obținerea radiației liniar polarizate poate fi stabilită prin rotirea analizorului. Radiația liniar polarizată se obține cînd direcțiile de bază ale lamei, după care se face descompunerea intensității de cîmp electric, sînt paralele cu semiaxele elipsei de polarizare. În acest caz $\Delta\Psi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ iar $\Delta\Psi = m\pi$.

Dacă radiația analizată este parțial polarizată, după trecerea prin lama sfert de lungime de undă ea rămîne tot parțial polarizată deoarece cele două componente liniar polarizate în plane reciproce perpendiculare în care se poate descompune sînt necoerente. În acest caz, la rotirea analizorului, fluxul indicat de receptor variază la fel ca și în lipsa lamei sfert de lungime de undă.

Pentru radiația parțial polarizată, măsurînd fluxurile ϕ_M și ϕ_m se poate determina gradul de polarizare folosind formula:

$$P = \frac{\phi_M - \phi_m}{\phi_M + \phi_m} \quad (29)$$

§2.5. Filtre de polarizare.

În conformitate cu expresia coeficientului spectral de absorbție [(15) cap.IV] substanțele anizotrope având indici de refracție principali diferiți au și coeficienți spectrali de absorbție principali de valori diferite. Substanțele anizotrope biax sînt caracterizate prin coeficienți de absorbție principali:

$$a_a(\vartheta) \neq a_b(\vartheta) \neq a_c(\vartheta) \quad (30)$$

Substanțele caracterizate prin trei coeficienți de absorbție principali se numesc substanțe tricroice. Substanțele anizotrope uniax sînt caracterizate prin coeficienți de absorbție principali:

$$a_a(\vartheta) = a_b(\vartheta) = a_c(\vartheta), \quad a_c(\vartheta) \neq a_a(\vartheta) \quad (31)$$

Substanțele caracterizate prin doi coeficienți de absorbție principali se numesc substanțe dicroice.

Ținînd seama de (30) și (31), din legea absorbției [(16) cap.IV] rezultă că undele polarizate pe direcțiile de bază sînt absorbite în mod diferit. Să considerăm un strat de substanță anizotropă absorbantă de grosime h cu suprafețele de separație Π_1 și Π_2 plan-paralele (fig.43). Pe suprafața stratului se

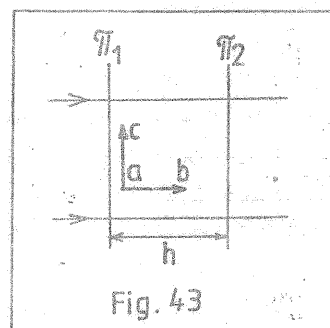


Fig. 43

trimite, sub incidență normală, un fascicul de raze paralele nepolarizat. Dacă planul coa al sistemului principal de axe de coordonate este paralel cu planele Π_1 și Π_2 putem exprima fluxurile energetice ale fasciculelor produse prin dublă refracție la nivelul suprafeței Π_1 prin relațiile:

$$\phi_a(0) = \phi_c(0) = \frac{\phi_i(0)}{2} \quad (32)$$

în care $\phi_i(0)$ este fluxul fascicului incident. În conformitate cu legea absorbției, în vecinătatea suprafeței Π_2 fasciculele produse prin dublă refracție vor avea fluxurile:

$$\phi_a(h, \vartheta) = \phi_a(0, \vartheta) e^{-a_a(\vartheta)h}, \quad \phi_c(h, \vartheta) = \phi_c(0, \vartheta) e^{-a_c(\vartheta)h} \quad (33)$$

Deoarece $a_a(\vartheta) \neq a_c(\vartheta)$, ținînd seama de (32), rezultă că fasciculul transmis va fi parțial polarizat cu gradul de polarizare (29):

$$P = \frac{\phi_a - \phi_c}{\phi_a + \phi_c} = \frac{e^{-a_a(\vartheta)h} - e^{-a_c(\vartheta)h}}{e^{-a_a(\vartheta)h} + e^{-a_c(\vartheta)h}} \quad (34)$$

Un strat de substanță anizotropă care schimbă gradul de polarizare a radiației optice prin absorbție anizotropă (tricroism sau dicroism) se numește filtru de polarizare sau polaroid. Dacă

stratul de substanță are coeficienți de absorbție foarte diferiți ca valoare [exemplu $a_c(\vartheta) \gg a_a(\vartheta)$] se poate alege grosimea h astfel încît, în prima aproximație, $P(34)$ să ia valoarea:

$$P = \pm 1 \quad (35)$$

În aceste condiții, fasciculul de radiații transmis prin polaroid este liniar polarizat. Condiția (35) este îndeplinită cu suficientă precizie numai în anumite domenii spectrale determinate de proprietățile de absorbție anizotropă ale substanței din care este realizat polaroidul. În alte domenii spectrale $P \neq \pm 1$ iar radiația care trece prin polaroid este parțial polarizată.

Există mai multe tipuri de polaroizi. Dintre aceștia remarcăm:

α) Polaroizi de tipul I. Sînt realizați cu microcristale de herapatită (iodo-sulfat de chinină). Cristalele de herapatită sînt aciforme. Ele absorb puternic radiațiile optice cu intensitățile de cîmp electric orientate în jurul cristalelor. În 1928, E.H. Land, pe atunci student de 19 ani la Colegiul Harvard (U.S.A.), a reușit să construiască polaroizi folosind o suspensie de microcristale de herapatită într-o soluție viscoasă de acetat de nitroceluloză depusă pe o peliculă de celuloid. Cristalele erau orientate preferențial pe o direcție dată cu ajutorul unui cîmp electric sau magnetic puternic. În 1930 Land a reușit să obțină polaroizi de tip I din microcristale de herapatită suspendate în acetat de nitroceluloză și orientate mecanic prin trecerea suspensiei viscoase printr-o fantă îngustă.

β) Polaroizi de tipul H. După apariția polimerilor s-a reușit să se fabrice polaroizi cu suprafață mare prin tehnologii mai simple și mai ieftine. Procedul descoperit de Land în 1938 și care se aplică pe scară largă în prezent este următorul: O folie de alcool polivinilic (APV) este supusă unui proces de întindere la cald prin care se realizează orientarea macromoleculelor și anizotropia foliei. Foliile anizotrope de APV sînt depuse imediat după întindere pe o folie suport de acetat butirat de celuloză. După aceea, foliile sînt impregnate cu o soluție apoasă de iod numită cernelă H. Moleculele liniare de iod (I_2) se fixează orientat pe lanțurile de macromolecule orientate în procesul de tensionare mecanică a foliei și conferă substanței proprietatea de dicroism.

γ) Polaroizi de tipul K. Au fost realizați de Land și Rogers în 1935 și, spre deosebire de polaroizii de tip H, sînt mult mai rezistenți la temperaturi ridicate (90° - 100° C) și la umiditate. Ei sînt realizați din folii de alcool polivinilic, dar nu prin adăugarea unei substanțe dicroice, ca în cazul polaroizilor de tip H, ci prin scoaterea din moleculele de alcool polivinilic a unui număr determinat de atomi de hidrogen și de oxigen. Pentru aceasta, folia de APV este încălzită în

prezența unui catalizator (exemplu HCl) astfel încât în urma acestui proces, din APV sînt eliminați $2n$ atomi de hidrogen și n atomi de oxigen. Acest proces se numește dehidratare catalitică și datorită lui, în folia de APV apar molecule lungi de polivinilen. Prin întinderea foliei, moleculele lungi de polivinilen se orientează pe o direcție determinată. Folia astfel obținută se lipește pe o folie suport de acetat butirat de celuloză și apoi se introduce între două plăci de protecție de sticlă sau de material plastic. Dieromoforul în polarizii de tip K este polivinilenul în care se transformă o parte din moleculele de APV.

Polarizii au multiple aplicații în știință și tehnică (microscopie în lumină polarizată, dispozitive de transmitere a informațiilor pe cale optică, dispozitive de afișaj, în arta fotografică, în cinematografia în relief, în fotoelasticimetrie etc.)

VII. SURSE ȘI RECEPTOARE DE RADIATII OPTICE

§1. Tipuri de surse de radiații optice. Mărimi caracteristice.

Sursele de radiații optice sînt formate dintr-un număr foarte mare de sisteme atomice care generează radiații. Cantitatea de energie existentă sub formă de radiații într-un domeniu spațial dat se numește energie radiantă, și se notează cu Q_e . Unitatea de măsură pentru energia radiantă este joule (J). Dacă energia radiantă a radiațiilor cu frecvențe cuprinse în intervalul ϑ și $\vartheta + d\vartheta$ este dQ_e , mărimea

$$Q_e(\vartheta) = \frac{dQ_e}{d\vartheta} \quad (1)$$

se numește energie radiantă spectrală. În conformitate cu (1) energia radiantă spectrală $Q_e(\vartheta)$ este o mărime numeric egală cu energia radiantă a radiațiilor cu frecvențe cuprinse în intervalul ϑ și $\vartheta + d\vartheta$, calculată pentru intervalul de frecvențe egal cu unitatea. Unitatea de măsură pentru $Q_e(\vartheta)$ este joule secundă (J.s). Dacă energia radiantă dQ_e este emisă de sursă în intervalul de timp dt , atunci mărimea:

$$\phi_e = \frac{dQ_e}{dt} \quad (2)$$

se numește flux de energie radiantă sau flux energetic. Fluxul energetic, avînd dimensiunile unei puteri, se măsoară în wați (W).

După modul în care sistemele atomice din sursă acumulează energia internă suplimentară, sursele de radiații sînt de două tipuri: primare și secundare (induse).

A. Surse primare de radiații optice sînt acele surse în care are loc transformarea unei forme de energie date sursei (electrică, termică, chimică, etc.) în energie radiantă. Principalele surse de radiații primare sînt corpurile solide incandescente și descărcările electrice în gaze și vapori. Din prima categorie remarcăm lămpile electrice cu filament care se folosesc în special în domeniul vizibil și ultraviolet și anumite surse speciale, realizate din diferite amestecuri de oxizi refractari, pentru domeniul infraroșu (bastonașul Nernst, sursa Globar ș.a.). Din cea de a doua categorie remarcăm lămpile spectrale cu hidrogen, cu deuteriu și cu xenon care dau spectre continue în domeniul vizibil și ultraviolet precum și lămpile spectrale cu vapori metalici de Na, Hg, lămpile spectrale cu catod cavitat, arcul electric etc. care dau spectre de linii în domeniul vizibil și ultraviolet. Procesul de transformare a energiei radiante este caracterizat prin randamentul energetic al sursei definit prin relația:

$$\eta_e = \frac{\phi_e}{P_t} \quad (3)$$

în care ϕ_e este fluxul energetic total emis de sursă sub formă de radiații iar P_t puterea totală primită de sursă pentru a emite fluxul ϕ_e .

O sursă primară are un volum finit, limitat de o suprafață închisă prin care iese radiația. De aceea se poate considera că suprafața sursei este sursa de radiații. Un element de suprafață dS din suprafața unei surse nu se comportă ca o sursă punctiformă izotropă deoarece radiația emisă de aceasta nu are aceeași intensitate în toate direcțiile. I.H. Lambert, în 1760, a arătat pe cale experimentală că intensitatea elementară dI a radiației emise de un element de suprafață dS din sursă pe o direcție care face cu normala la dS (Fig.44) unghiul α poate fi exprimată prin formula:

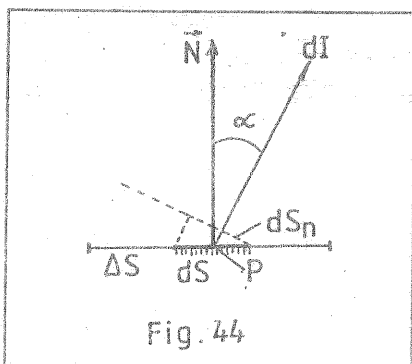


Fig. 44

$$dI = L_e dS \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Mărimea L_e din (4) este o mărime caracteristică sursei și se numește luminanță energetică a sursei. Din (4) rezultă că luminanța energetică într-un punct P al suprafeței unei surse, pentru o direcție de emisie dată, este o mărime numeric egală cu raportul dintre intensitatea radiației emise pe direcția dată de elementul de suprafață dS , care conține punctul P, și aria proiecției elementului de suprafață dS pe un plan perpendicular la direcția considerată. Unitatea de

măsură pentru L_e este wat/sr.m^2 .

În general, luminanța energetică este funcție de direcția de emisie. Există totuși unele surse de radiații pentru care luminanța nu depinde de direcția de emisie (sau reemisie) adică:

$$L_e = \text{const.} \quad (5)$$

Sursele de radiații care au luminanța independentă de direcție se numesc surse Lambert. Se poate demonstra că fluxul energetic total emis de o sursă Lambert de arie finită ΔS în semispațiul aflat de o parte a suprafeței sursei este dat de formula:

$$\Delta \phi_t = \pi \cdot L_e \Delta S \quad (6)$$

Pentru un element de arie dS al sursei Lambert formula (6) poate fi scrisă sub forma:

$$d\phi_t = \pi \cdot L_e dS \quad (7)$$

Mărimea:

$$M_e = \frac{d\phi_t}{dS} = \pi \cdot L_e \quad (8)$$

este o caracteristică a sursei și se numește emitanță energetică a sursei. Mărimea M_e se exprimă în wat/m^2 .

Formule asemănătoare cu (4)-(8) pot fi scrise și pentru mărimile spectrale $L_e(\vartheta)$ și $M_e(\vartheta)$ folosind mărimile spectrale $dI(\vartheta)$ și $d\phi_t(\vartheta)$ raportate la intervalul de frecvențe egal cu unitatea).

Pentru corpul absolut negru [(16)cap.VII] emitanța energetică spectrală $M_e(\vartheta)$ depinde de frecvența radiațiilor emise și de temperatura sursei conform formulei date de Planck în cadrul teoriei cuantice:

$$M_e(\vartheta) = \frac{2\pi \cdot h \vartheta^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\vartheta}{kT}} - 1 \right)} \quad (9)$$

în care c este viteza luminii în vid, h - constanta lui Planck iar k constanta lui Boltzmann.

B. Surse secundare de radiații optice. Toate corpurile reemit o parte din radiațiile care acționează asupra lor. De aceea suprafața oricărui corp poate fi considerată ca o sursă secundară de radiații optice. În vecinătatea suprafeței de separație a unui corp pe lângă reemisie (reflexie) pot avea loc procese de absorbție și de transmisie. În aceste condiții, dacă pentru un element de suprafață dS a sursei secundare notăm fluxul energetic al fasciculului incident cu $d\phi_i$ reemis cu $d\phi_r$, absorbit cu $d\phi_a$ și transmis cu $d\phi_t$, conservarea energiei poate fi exprimată prin egalitatea:

$$d\phi_i = d\phi_r + d\phi_a + d\phi_t \quad (10)$$

Împărțind relația 10 prin $d\phi_i$ obținem egalitatea:

$$R + A + T = 1 \quad (11)$$

în care:

$$R = \frac{d\phi_r}{d\phi_i}; A = \frac{d\phi_a}{d\phi_i}; T = \frac{d\phi_t}{d\phi_i} \quad (12)$$

Mărimile definite prin formulele (12) sînt, respectiv: R-factorul de reemisie, A-factorul de absorbție și T-factorul de transmisie al suprafeței de separație (în vecinătatea punctului considerat de pe elementul dS). După valorile extreme pe care le pot avea factorii R , A și T putem deosebi următoarele tipuri de suprafețe ideale:

a) Suprafețe perfect transparente, caracterizate prin:

$$T=1, A=0, R=0, \quad (13)$$

b) Suprafețe perfect reflectante:

$$R=1, A=0, T=0, \quad (14)$$

c) Suprafețe perfect difuzante:

$$D=R=1, A=0, T=0 \quad (15)$$

în care $D = \frac{d\phi_d}{d\phi_i}$ este factorul de difuzie al suprafeței,

d) Suprafețe absolut absorbante (de corp negru):

$$A=1, R=0, T=0. \quad (16)$$

Pentru a exprima modul de distribuție a energiei radiante transportate de fasciculul incident pe suprafața unui corp iluminat se folosesc mărimile:

$$E_e = \frac{dQ_e}{d\Sigma} \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right) \quad (17)$$

numită iluminare energetică și

$$H_e = \frac{dQ_e}{d\Sigma} \left(\frac{\text{Joule}}{\text{m}^2} \right) \quad (18)$$

numită expunere energetică.

Conform cu (17) iluminarea energetică într-un punct al unei suprafețe este o mărime numeric egală cu fluxul energetic uniform repartizat pe un element de arie care conține punctul considerat, calculat pentru unitatea de arie. Conform cu (18) expunerea energetică într-un punct al unei suprafețe este o mărime numeric egală cu energia radiantă uniform repartizată pe un element de arie care conține punctul considerat, calculată pentru unitatea de arie. Ținând seama de (17), (18) și (2) putem scrie:

$$dH_e = E_e dt \text{ sau } H_e = E_e t \quad (19)$$

Relația (19) arată că expunerea energetică este o mărime numeric egală cu produsul dintre iluminarea suprafeței și durata iluminării. Expunerea energetică (19) exprimă efectul radiațiilor în procesele în care efectul iluminării se cumulează în timp (ex. înnegrirea plăcii fotografice).

O suprafață perfect difuzată ($D=1$) care este totodată sursă Lambert ($L_e = \text{const.}$) se numește sursă secundară difuzor perfect. Sursele secundare pot fi caracterizate, în privința reemisiiei de radiații, prin factorul de luminanță energetică

$$\beta_e = \frac{L_e}{L_0} \quad (20)$$

unde L_0 este luminanța energetică a unei surse secundare difuzor perfect. În conformitate cu (20) factorul de luminanță energetică este o mărime numeric egală cu raportul dintre luminanța energetică a sursei secundare și luminanța energetică a unei surse secundare difuzor perfect în aceleași condiții de iluminare.

Formule de definiție asemănătoare cu (17)-(20) pot fi scrise și pentru mărimile spectrale corespunzătoare. Acestea sînt raportate la intervalul de frecvențe egal cu unitatea și se notează cu: $\phi_e(\mathcal{J})$, $H_e(\mathcal{J})$, $dH_e(\mathcal{J})$, $\beta_e(\mathcal{J})$.

§2. Receptoare de radiații optice. Mărimi caracteristice.

Prezența radiațiilor optice poate fi pusă în evidență numai prin efectele pe care radiațiile le produc în procesele de interacțiune cu substanța. Dintre aceste efecte menționăm efectul fotoelectric, efectul termic, efectul chimic (datorat unor modificări în structura moleculelor) și efectul vizual. Orice sistem care este capabil să indice cantitativ prezența radiațiilor optice se numește receptor sau detector de radiații optice. În detectoarele de radiații optice se produce transformarea energiei radiante în alte forme de energie care pot fi puse în evidență prin modificarea unor parametri ai sistemului. Astfel prin efect fotoelectric se poate produce într-un circuit o intensitate de curent electric, care poate fi măsurată. Prin transformarea energiei radiante în energie termică se produc o serie de efecte care pot fi măsurate: o tensiune termoelectrică, o variație a unei rezistențe electrice, o variație a presiunii unui gaz etc. Efectele chimice ale radiației pot fi măsurate prin cantitatea de substanță care se transformă dintr-o formă în alta (înnegrirea emulsiei fotografice). Dispozitivul care transformă energia radiantă în altă formă de energie se numește element fotosensibil (EFS). Dispozitivul care transformă energia rezultată din energia radiantă într-o mărime purtătoare de informații care poate fi măsurată se numește traductor. Deoarece purtătorul de informații cel mai convenabil este curentul electric de cele mai multe ori traductorul este astfel ales încît în final purtătorul de informații să fie curentul electric. Semnalul electric obținut poate fi amplificat cu un amplificator de curent sau de tensiune electrică.

A. Sensibilitatea spectrală a receptoarelor de radiații optice. Un receptor de radiații poate măsura fluxul de energie radiantă dacă prin intermediul lui se stabilește o relație de forma:

$$\Delta J(\mathcal{J}) = S(\mathcal{J}) \Delta \phi(\mathcal{J}) \quad (21)$$

În (21) $\Delta \phi(\mathcal{J})$ este valoarea fluxului energetic spectral care acționează la nivelul elementului fotosensibil, $\Delta J(\mathcal{J})$ exprimă indicația aparatului de măsură iar $S(\mathcal{J})$ este o mărime numită sensibilitatea spectrală a receptorului de radiații. În conformitate cu (21), sensibilitatea spectrală este o mărime numeric egală cu variația indicației aparatului de măsură a receptorului produsă de o variație a fluxului energetic spectral egală cu unitatea de flux.

După sensibilitatea lor spectrală, receptoarele de radiații optice se împart în două categorii:

a) receptoare neutre pentru care $S(\vartheta) = \text{const.}$ (22)

b) receptoare selective pentru care $S = S(\vartheta)$. (23)

B. Zgomotul de fond al receptoarelor de radiații optice. Toate receptoarele de radiații optice dau o indicație $\Delta J_2(\vartheta) \neq 0$ chiar și atunci când radiațiile optice nu acționează asupra elementului fotosensibil. Această indicație este produsă de o mărime numită zgomot de fond al receptorului. Zgomotul de fond $N(\vartheta)$ este o mărime determinată de variații întâmplătoare ale parametrului care se măsoară produse de procese aleatoare care au loc în receptor și care produc efecte de aceeași natură ca și radiația optică. Pentru exprimarea contribuției zgomotului de fond la indicațiile aparatului de măsură se folosește mărimea

$$R(\vartheta) = \frac{\Delta J(\vartheta)}{N(\vartheta)} \quad (24)$$

numită raport semnal-zgomot de fond. Dacă $\Delta J(\vartheta) \leq N(\vartheta)$ receptorul nu mai poate deosebi semnalul util de zgomotul de fond. Mărimea $N(\vartheta)$ este specificată în fișa aparatului împreună cu condițiile de funcționare a receptorului pentru care s-au făcut măsurătorile.

C. Constanta de timp a receptoarelor de radiații optice. Deseori pentru mărirea raportului semnal-zgomot (24), este necesară modularea în amplitudine (intensitate) a radiației optice. În aceste condiții, asupra EFS acționează pulsuri de radiații care se succed periodic cu frecvența f . Dacă ultimul purtător de informații este curentul electric atunci viteza de creștere a intensității curentului electric I poate fi exprimată prin relația:

$$\frac{dI}{dt} = A\Delta\phi - BI \quad (25)$$

unde A și B sînt constante. Relația (25) arată că viteza de creștere a intensității de curent o dată cu creșterea fluxului energetic care acționează asupra EFS scade o dată cu creșterea intensității curentului. Termenul $(-BI)$ arată că viteza de creștere a curentului este micșorată proporțional cu valoarea intensității curentului. Acest termen exprimă existența unor procese care duc la scăderea efectelor produse de radiațiile optice în sistemul detector.

Dacă fluxul incident poate fi exprimat prin funcția:

$$\Delta\phi = \Delta\phi_0 e^{i2\pi ft} \quad (26)$$

atunci soluția ecuației (25) este de forma:

$$\tilde{I}(f) = \tilde{I}_0 e^{i2\pi ft} \quad (27)$$

unde:

$$\tilde{I}_0 = \frac{A\Delta\phi_0}{B + i2\pi f} \quad (28)$$

Partea reală a mărimei $\tilde{I}_0$ este:

$$I_0(f) = \sqrt{\tilde{I}_0 \cdot \tilde{I}_0^*} = \frac{A\Delta\phi_0}{\sqrt{B^2 + 4\pi^2 f^2}} \quad (29)$$

Dacă indicațiile receptorului sînt proporționale cu intensitatea curentului electric (mărime reală) putem scrie (21) sub forma:

$$\Delta J(f) = C'_{\phi_0}(f) e^{i2\pi ft} = S(f) \Delta\phi_0 e^{i2\pi ft} \quad (30)$$

Din (30) și (29) rezultă:

$$S(f) = \frac{C'_{\phi_0}(f)}{\Delta\phi_0} = \frac{CA}{B\sqrt{1 + \frac{4\pi^2 f^2}{B^2}}} \quad (31)$$

Pentru $f=0$, din (31) rezultă:

$$S(0) = \frac{CA}{B} \quad (32)$$

Înlocuind (32) în (31) obținem:

$$S(f) = \frac{S(0)}{B\sqrt{1 + \frac{4\pi^2 f^2}{B^2}}} \quad (33)$$

Din (33) rezultă că sensibilitatea receptorului de radiații scade o dată cu creșterea frecvenței de modulare a radiației fapt ce arată incapacitatea dispozitivului de a urmări variații oricît de rapide ale fluxului de radiații optice. Convențional se consideră că sensibilitatea este încă suficient de bună dacă frecvența de modulare nu depășește o anumită valoare f_c determinată de condiția

$$\frac{S(f_c)}{S(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \quad (34)$$

În condiția (34) din (33) se obține:

$$f_c = \frac{B}{2\pi} \quad (35)$$

Pentru a caracteriza receptorul în privința capacității lui de a urmări variații rapide a fluxului de radiații optice se folosește mărimea f_c (35) sau mărimea inversă:

$$\tau_c = \frac{1}{f_c} \quad (36)$$

numită constantă de timp a receptorului de radiații. În conformitate cu (36) și (34) constanta de timp este intervalul de timp minim la care se pot succede pulsurile de radiații optice pe care

receptorul le poate măsura cu sensibilitatea egală cu 0,707 din sensibilitatea pe care o are pentru fluxuri constante în timp.

§3. Tipuri de receptoare de radiații optice.

Principalele tipuri de receptoare de radiații sînt:

A. Receptoare fotoelectrice. În astfel de receptoare este folosit efectul fotoelectric. Efectul fotoelectric extern este folosit în următoarele receptoare: a) celule fotoelectrice, b) fotomultiplicatori electronici. Efectul fotoelectric intern este folosit în: c) fotodiode și fototranzistoare, d) elemente fotovoltaiice, e) fotorezistoare.

B. Receptoare termice. În elementul fotosensibil termic se produce transformarea energiei radiante în energie termică. Acest proces se produce prin absorbția radiațiilor într-un strat de substanță puternic absorbant. Pentru transformarea energiei termice în energie electrică în diverse receptoare se utilizează diferite tipuri de traductoare cum sînt:

a) Bolometru. Este un traductor format dintr-un rezistor plan înnegrit pe o față, astfel încît să absoarbă puternic radiațiile optice, și care este conectat într-un circuit electric. Variația temperaturii EFS determină variația rezistenței rezistorului care la rîndul ei produce variații de curent sau tensiune în circuitul electric în care rezistorul este conectat.

b) Detector termoelectrice (termoelemente). În acest caz traductorul este o sudură din metale diferite care prin absorbție de radiații optice se încălzește și produce efect termoelectric (generează o tensiune electrică).

c) Detector pneumatic. În cazul detectoarelor pneumatice traductorul este un gaz închis într-o incintă cu un perete elastic. Variațiile de volum ale gazului, prin absorbție de energie radiantă, sînt transformate în variație de presiune care deplasează un perete mobil al incintei cu gaz. Pe acest perete este fixată armătura unui condensator a cărui capacitate se modifică odată cu deplasarea peretelui mobil. Variația capacității condensatorului produce variații de curent în circuitul electric în care acesta este conectat.

C. Detectori chimici. Detectorul chimic cu cea mai largă utilizare este emulsia fotografică. Aceasta este depusă într-un strat subțire de 3-20 μm pe un suport transparent cum este o peliculă de material polimer sau o placă de sticlă. Emulsia este o suspensie de microcristale de halogenuri de Ag (BrAg, ClAg sau IAg) uniform distribuită în gelatină. Elementele fotosensibile sînt microcristalele de halogenură de Ag. Detecția fotografică a radiațiilor optice se face în următoarele etape:

a) Expunerea emulsiei fotografice la acțiunea radiației. În timpul expunerii emulsiei la radiații optice într-un număr determinat de microcristale de halogenură de Ag se produc efecte fotochimice. Totalitatea cristalelor în care s-au produs efecte fotochimice formează "imaginea latentă". Această imagine conține informații asupra cantității de energie radiantă consumată în producerea efectului fotochimic. În conformitate cu (19) această energie poate fi exprimată prin formula:

$$dH_e = E_e dt \quad (37)$$

În (37) E_e este iluminarea energetică a emulsiei dt -timpul de expunere a emulsiei la acțiunea radiațiilor iar dH_e -expunerea energetică.

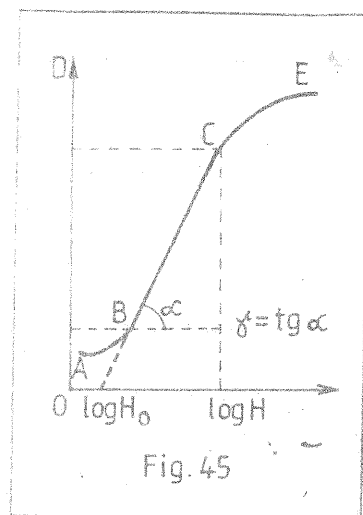
b) Revelarea emulsiei fotografice. Emulsia fotografică, după expunerea la radiații, este supusă unui proces de revelare într-o soluție de reactivi chimici numită revelator. Sub acțiunea revelatorului, cristalele de halogenură de Ag în care s-a produs efectul fotochimic se descompun în halogen și argint metalic. Cristalele care nu au suferit acțiunea radiațiilor nu sînt descompuse sub acțiunea revelatorului.

c) Fixarea și spălarea emulsiei fotografice. După revelare, emulsia fotografică este spălată un scurt timp cu apă și apoi se introduce într-o soluție de reactivi numită fixator. Sub acțiunea fixatorului, cristalele care nu au fost descompuse de către revelator sînt dizolvate și înlăturate. După fixare emulsia este din nou spălată și apoi uscată.

d) Determinarea expunerii energetice. Argintul metalic rezultat în urma dezvoltării emulsiei fotografice se află în gelatină sub formă de suspensie de granule ale căror dimensiuni sînt determinate de mărimea microcristalelor de halogenură de argint și de condițiile de prelucrare a emulsiei. Totalitatea granulelor de Ag formează imaginea fotografică negativă. Densitatea granulelor conține informații depre mărimea expunerii energetice (37). Pentru a determina densitatea granulelor se folosește proprietatea lor de a absorbi radiația optică. Astfel, dacă suportul emulsiei este transparent, se trece un fascicul de radiații printr-o regiune care nu a fost expusă la radiații și se măsoară fluxul lui, $\Delta\phi_0$, apoi se trece același fascicul printr-o regiune care a fost expusă la radiații și se măsoară fluxul $\Delta\phi_e$. Mărimea:

$$D = \log \frac{\Delta\phi_0}{\Delta\phi_e} \quad (38)$$

se numește densitate optică sau înnegrirea emulsiei. Mărimea:



se numește factorul de transmisie internă al emulsiei expuse la radiații. Ambele mărimi, D și τ , conțin informații despre densitatea granulelor de Ag și deci despre mărimea expunerii energetice. Cercetările efectuate au arătat că densitatea optică D depinde de logaritmul expunerii energetice pentru fascicule monocromatice așa cum se arată în graficul din figura (45). Acest grafic se numește curba caracteristică a emulsiei fotografice. Pe porțiunea liniară BC, numită domeniul expunerilor normale, se poate scrie relația:

$$D = \gamma (\log H - \log H_0) = \gamma \log \frac{H}{H_0} \quad (40)$$

Mărimea $\gamma = \tan \alpha$ este panta porțiunii liniare BC și se numește factorul de contrast al emulsiei fotografice. Din (40) și (38) rezultă că domeniul expunerilor normale poate fi folosit pentru a determina expuneri energetice relative.

D. Ochiul ca receptor de radiații optice.

Pentru radiațiile din domeniul vizibil, în calitate de receptor de radiații poate folosi și ochiul uman. Recepționarea vizuală a informației se face prin intermediul unor imagini reale produse de diverse dispozitive optice și de sistemul optic al ochiului pe retină. Retina este un receptor de radiații format dintr-un mozaic de celule fotosensibile (conuri și bastonașe). Imaginile vizuale se formează cu ajutorul sistemului nervos de prelucrare a informațiilor. Sistemul de recepție vizuală, ca orice sistem fizic sau biologic, are posibilități limitate de recepționare și prelucrare a informațiilor. Principalele limite ale sistemului de recepție vizuală sînt următoarele:

a) Senzațiile vizuale pot fi produse numai de radiații care au lungimile de undă cuprinse în domeniul vizibil (380-780 nm). Aceste limite sînt stabilite de Comisia Internațională de Iluminare (CIE) pe baza testării unui mare număr de observatori.

b) Sistemul de recepție vizuală nu poate stabili compoziția spectrală a radiațiilor optice. El este încă capabil să distingă un număr limitat de culori (radiații monocromatice).

c) Sistemul de recepție vizuală nu poate determina starea de polarizare și nici starea de coerență a radiațiilor optice.

d) Sistemul de recepție vizuală nu poate separa impulsuri de radiații (semnale) care acționează unul după altul pe retină la intervale de timp mai mici de 1/16 secunde (pentru anumiți observatori acest interval este de 1/20 secunde). Astfel, ochiul nu poate urmări, de pildă, pîlpîrile tuburilor fluorescente (cu descărcare electrică în gaz la frecvența $\vartheta = 50$ Hz) care se aprind și se sting de 100 de ori în fiecare secundă (de două ori în fiecare perioadă a c.a.).

e) Sistemul de recepție vizuală nu poate distinge detalii de formă de pe obiecte dacă aceste detalii se află în spațiul delimitat de un con care are vîrfurile în centrul pupilei ochiului și deschiderea unghiulară $d\Omega = 10^{-4}$ radiani. În aceste condiții, unghiul dintre razele care provin de la diferite puncte de pe obiect și pătrund în ochi este mai mic de 1' de arc iar imaginile punctelor sînt atât de apropiate încît se obține imagine de punct unic. Din această cauză, stelele au aparent aceleași dimensiuni (apar ca fiind aproximativ punctiforme). În construcția sistemelor optice care lucrează în combinație cu ochiul trebuie să se țină seama de aceste limite ale sistemului de recepție vizuală. Alte caracteristici ale ochiului vor fi prezentate în capitoul următor.

VIII. RADIOMETRIA SI FOTOMETRIA

§1. Radiometria. Măsurări radiometrice.

Radiometria este un domeniu al opticii în care sînt elaborate și utilizate metodele de determinare a mărimilor energetice prin care se exprimă transportul de energie radiantă. Principalele mărimi energetice sînt: densitatea de flux energetic spectral, fluxul energetic spectral și intensitatea energetică spectrală (Cap. II. §9). Pentru a măsura astfel de mărimi cu ajutorul unui receptor integral este necesar ca radiația să fie descompusă în componentele ei monocromatice. Prin receptor integral se înțelege un receptor care dă o singură indicație ΔJ dacă asupra elementului fotosensibil al lui acționează fluxul total, al tuturor componentelor monocromatice prezente în fasciculul de radiații. Un aparat care descompune radiațiile în componentele lor monocromatice și care poate separa pe rînd aceste componente se numește monocromator. Monocromatorul separă din fluxul radiației studiate, fluxul:

$$\Delta \phi_m(\lambda) = T(\lambda) \phi_e(\Delta\lambda) = T(\lambda) \phi_e(\lambda) \Delta\lambda \quad (1)$$

În (1) $\phi_e(\Delta\lambda)$ este fluxul energetic total al radiațiilor din domeniul spectral $\Delta\lambda$ care exprimă lărgimea benzii de transmisie a monocromatorului, $T(\lambda)$ este factorul spectral de transmisie al monocromatorului, $\phi_e(\lambda)$ - fluxul energetic spectral al radiației studiate.

Schema bloc a unei instalații spectrale pentru măsurarea fluxului spectral $\phi_e(\lambda)$ este dată în figura 46. În această schemă, S reprezintă sursa de radiații studiate, M monocromatorul, R receptorul de radiații, J aparatul indicator. Folosind (21) Cap. VII și (1) putem scrie:

$$\Delta J(\lambda) = S(\lambda) \Delta \phi_m(\lambda) = T(\lambda) S(\lambda) \phi_e(\lambda) \Delta\lambda \quad (2)$$

În conformitate cu (2), pentru a determina fluxul spectral $\phi_e(\lambda)$ trebuie să se măsoare $\Delta J(\lambda)$ și să fie cunoscute mărimile $T(\lambda)$, $S(\lambda)$, și $\Delta\lambda$. Acestea pot fi determinate cu ajutorul unei surse etalon S_e pentru care este cunoscut fluxul spectral $\phi_e^*(\lambda)$.

Radiația de la sursa S_e poate fi trimisă pe fanta de intrare a monocromatorului cu ajutorul unei prisme cu reflexie totală P care poate glisa în

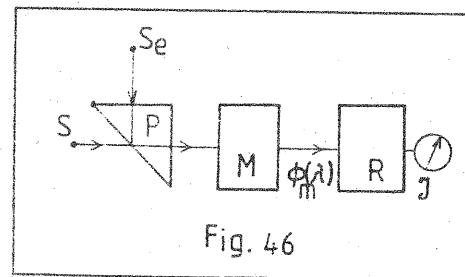


Fig. 46

dreptul fantei (Fig. 46). Pentru sursa etalon putem scrie (2) sub forma:

$$\Delta J^*(\lambda) = S(\lambda) \Delta \phi_m^*(\lambda) = T(\lambda) S(\lambda) \phi_e^*(\lambda) \Delta\lambda \quad (3)$$

Din (3) și (2) se obține.

$$\phi_e(\lambda) = \frac{\Delta J(\lambda)}{\Delta J^*(\lambda)} \phi_e^*(\lambda) \quad (4)$$

În calitate de sursă etalon se poate folosi un corp absolut negru sau un etalon secundar. Pentru sursa etalon corp negru, fluxul spectral $\phi_e^*(\lambda)$ poate fi exprimat în baza legii Lambert [(8) cap. VII] prin formula:

$$\phi_e^*(\lambda) = G \cdot M_e^*(\lambda) \Delta S^* \quad (5)$$

unde G este un factor care depinde de geometria fasciculului emis de corpul absolut negru, $M_e^*(\lambda)$ este emitanța spectrală a corpului absolut negru, care se poate calcula cu formula (9) cap. VII, iar ΔS^* este suprafața de emisie a acestuia. Înlocuind (5) în (4) se obține:

$$\phi_e(\lambda) = \frac{\Delta J(\lambda)}{\Delta J^*(\lambda)} G \cdot M_e^*(\lambda) \Delta S^* \quad (6)$$

În general, factorul G este foarte greu de determinat și de aceea măsurarea valorii absolute a fluxului spectral $\phi_e(\lambda)$ (ca și valorile absolute ale celorlalte mărimi energetice) este foarte dificilă.

Din fericire, în multe cazuri este suficient să se măsoare fluxurile spectrale relative

$$\phi_r(\lambda) = \frac{\phi_e(\lambda)}{\phi_e(\lambda_0)} \quad (7)$$

față de fluxul spectral $\phi_e(\lambda_0)$ corespunzător unei radiații de lungime de undă λ_0 dată. De regulă, pentru calculul mărimii (7) se alege cea lungime de undă λ_0 pentru care $\phi_e(\lambda)$ are valoare maximă $\phi_e(\lambda_0)$. Pentru lungimea de undă λ_0 formula (6) capătă forma:

$$\phi_r(\lambda_0) = \frac{\Delta J(\lambda_0)}{\Delta J^*(\lambda_0)} G \cdot M_e^*(\lambda_0) \Delta S^* \quad (8)$$

Înlocuind (6) și (8) în (7) rezultă:

$$\phi_r(\lambda) = \frac{\Delta J(\lambda)}{\Delta J(\lambda_0)} \frac{\Delta J^*(\lambda_0)}{\Delta J^*(\lambda)} \frac{M_e^*(\lambda)}{M_e^*(\lambda_0)} \quad (9)$$

Toate mărimile ΔJ din (9) se pot măsura cu ajutorul aparatului de măsură iar emitanțele M_e^* se pot calcula cu formula cunoscută [(9) cap. VII]. În felul acesta mărimea $\phi_r(\lambda)$ poate fi determinată fără prea mari dificultăți.

Dacă funcția $\phi_r(\lambda)$ (9) este determinată, cu ajutorul formulei (7) se poate determina și funcția $\phi_e(\lambda)$ dacă se măsoară valoarea fluxului spectral a sursei studiate $\phi_e(\lambda_0)$ pentru o singură componentă monocromatică (de lungime de undă λ_0).

§2. Fotometria. Mărimi și unități fotometrice (luminoase).

Pe lângă receptorii de radiații fizici (obiectivi) în calitate de receptori de radiații se folosește adesea ochiul uman. Senzațiile de lumină sînt determinate numai de o parte a energiei radiante emise sau reemise de către obiecte. Partea de energie radiantă care produce senzații vizuale (declanșează impulsuri nervoase în nervii optici) se numește energie luminoasă. Energia luminoasă se propagă cu viteza radiațiilor optice. Ținînd seama de natura psihofizică a energiei luminoase, pentru exprimarea cantitativă a proceselor de transport de energie luminoasă sînt definite mărimi specifice, analoge cu mărimile energetice cunoscute cum sînt: fluxul energetic $\phi_e(\lambda)$, intensitatea de radiație $I_e(\lambda)$, iluminarea energetică $E_e(\lambda)$ ș.a. (cap. II. §9). Toate mărimile definite prin intermediul energiei luminoase se numesc mărimi luminoase sau fotometrice. Ele se notează la fel cu mărimile energetice analoge dar cu indice L (sau fără indice). Mărimile luminoase sînt mărimi psihofizice (subiective) dar ele sînt determinate de o mărime fizică obiectivă și anume energia luminoasă Q. Dată fiind natura lor deosebită s-a impus necesitatea unei convenții internaționale asupra unei surse etalon de energie luminoasă, asupra unei mărimi fundamentale și asupra unei unități de măsură corespunzătoare în Sistemul Internațional de Unități (SI). Domeniul din optică în care sînt elaborate și utilizate metodele de măsurare a mărimilor luminoase se numește fotometrie.

În cele ce urmează vor fi definite principalele mărimi luminoase.

§2.1. Fluxul luminos, $\phi(\lambda)$. Experimentele efectuate cu ajutorul unui mare număr de observatori au arătat că ochiul uman poate avea senzație vizuală numai sub acțiunea radiațiilor cu lungimi de undă cuprinse aproximativ între 380 nm (violet) și 780 nm (roșu). Studiile efectuate arată că și în domeniul spectral îngust menționat mai sus, pentru același flux energetic $\phi_e(\lambda)$ care pătrunde în ochi, mărimea senzației vizuale depinde de lungimea de undă. Cu alte cuvinte, sensibilitatea ochiului utilizat în calitate de receptor de radiații, depinde de lungimea de undă. În aceste condiții, apare necesitatea de a defini o mărime, legată de fluxul energetic $\phi_e(\lambda)$ care pătrunde în ochi, dar care să exprime prin mărimea ei intensitatea senzației vizuale. Această mărime este fluxul luminos $\phi(\lambda)$ definit prin relația:

$$\phi(\lambda) = K(\lambda) \cdot \phi_e(\lambda) \quad (10)$$

în care $K(\lambda)$ este un factor de transformare a fluxului energetic în flux luminos. Factorul $K(\lambda)$ se numește echivalent fotometric al radiațiilor optice sau eficacitate luminoasă spectrală. Unitatea de măsură a fluxului luminos se numește lumen și are simbolul lm.

Măsurătorile arată că eficacitatea luminoasă $K(\lambda)$ variază cu lungimea de undă trecînd printr-un maxim pentru radiația de culoare verde-gălbui cu lungimea de undă $\lambda_0 = 555$ nm, din zona mijlocie a spectrului vizibil, și scade pînă la zero la cele două capete ale domeniului vizibil. Valoarea maximă a eficacității luminoase este:

$$K(\lambda_0) = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \quad (11)$$

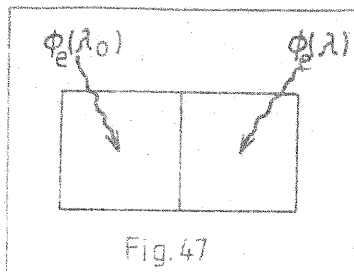
Pentru radiația cu lungime de undă λ_0 formula (10) poate fi scrisă sub forma:

$$\phi(\lambda_0) = K(\lambda_0) \cdot \phi_e(\lambda_0) \quad (12)$$

Din (12) și (10) rezultă că pentru a avea fluxuri luminoase $\phi(\lambda_0)$ și $\phi(\lambda)$ de aceeași valoare trebuie ca fluxurile energetice corespunzătoare să se afle în raportul:

$$\frac{\phi_e(\lambda_0)}{\phi_e(\lambda)} = \frac{K(\lambda)}{K(\lambda_0)} = V(\lambda) \quad (13)$$

Mărimea $V(\lambda)$ se numește sensibilitate spectrală relativă a ochiului. Ea exprimă sensibilitatea ochiului pentru radiații cu diferite lungimi de undă. Funcția $V(\lambda)$ are valoare maximă $V(\lambda_0) = 1$ pentru radiația cu lungimea de undă $\lambda_0 = 555$ nm și are valori subunitare pentru celelalte radiații din domeniul vizibil. Pentru radiațiile din afara domeniului spectral vizibil, care nu impresionează retina ochiului uman, avem $\phi(\lambda) = 0$, $K(\lambda) = 0$, $V(\lambda) = 0$. Pentru astfel de radiații fluxul luminos $\phi(\lambda)$ (10) este egal cu zero oricît de mare ar fi fluxul energetic $\phi_e(\lambda)$ care pătrunde în ochi. Sensibilitatea spectrală a ochiului uman se stabilește pe cale experimentală. Pentru aceasta se iluminează două suprafețe albe perfect difuzante, alăturate (Fig. 47) trimițînd pe una din ele fluxul de energie radiantă $\phi_e(\lambda_0)$ în lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda_0 = 555$ nm iar pe cealaltă fluxul de energie radiantă $\phi_e(\lambda)$ în lumină monocromatică cu lungimea de undă λ . Se variază fluxul de energie radiantă $\phi_e(\lambda)$ pînă cînd ochiul constată că cele două suprafețe sînt egal iluminate. Fluxurile $\phi_e(\lambda_0)$ și $\phi_e(\lambda)$ corespunzătoare egalității de iluminare se măsoară, în wați, cu ajutorul unor receptoare de radiații etalonate. Cu datele obținute, folosind relația (13), se calculează valoarea funcției $V(\lambda)$ pentru radiația cu lungimea de undă λ . Pentru a mări precizia măsurătorilor se folosește o metodă de măsură "în trepte" care constă în compararea succesivă a fluxurilor energetice $\phi_e(\lambda)$ și $\phi_e(\lambda \pm \Delta\lambda)$ pentru radiații cu lungimi de undă apropiate pentru care cele două suprafețe sînt egal iluminate. În felul acesta se folosește proprietatea ochiului de a putea aprecia cu mare precizie egalitatea de iluminare a celor două suprafețe alăturate atunci cînd acestea sînt iluminate cu lumină de aceeași culoare. În baza formulei (13) se obține:

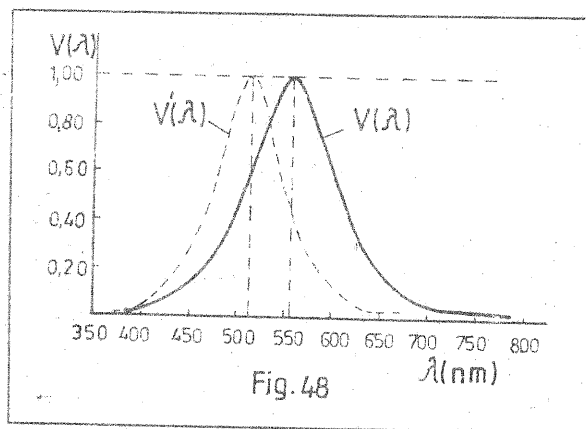


$$V(\lambda \pm \Delta\lambda) = V(\lambda) \frac{\phi_e(\lambda_0)}{\phi_e(\lambda \pm \Delta\lambda)} \quad (14)$$

Trecînd succesiv de la o zonă spectrală la alta vecină, cu formula (14) putem stabili valorile funcției $V(\lambda)$ pentru întreg spectrul vizibil. Măsurătorile au fost făcute între 380 nm și 780 nm la intervale $\Delta\lambda = 1 \text{ nm}$ de către un mare număr de observatori. Deoarece sensibilitatea ochiului prezintă

variații individuale foarte importante a fost calculată valoarea "medie" a sensibilității $V(\lambda)$ care corespunde așa numitului "observator normal". Au fost excluse din calcul valorile obținute de observatori cu defecte de vedere evidente. Variația sensibilității spectrale relative a ochiului cu lungimea de undă, stabilită așa cum s-a descris mai sus, este reprezentată în figura 48. Valorile funcției $V(\lambda)$ se găsesc tabelate. Cunoașterea valorilor funcției $V(\lambda)$ pentru diferite valori ale lungimii de undă este necesară pentru a putea exprima fluxul luminos $\phi(\lambda)$ corespunzător fluxului energetic $\phi_e(\lambda)$. Formula de calcul se obține înlocuind $K(\lambda)$ din (13) în (10).

$$\phi(\lambda) = K(\lambda_0) \cdot V(\lambda) \cdot \phi_e(\lambda) \quad (15)$$



De exemplu, pentru același flux energetic $\phi_e(\lambda) = 2 \text{ W}$, în cazul unui fascicul de radiații monocromatice cu $\lambda_0 = 555 \text{ nm}$ (verde-gălbui) pentru care $K(\lambda_0) = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$ se obține

$$\phi(\lambda_0) = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \cdot 2 \text{ W} = 1366 \text{ lm}$$

iar pentru un fascicul de radiații monocromatice cu $\lambda = 690 \text{ nm}$ (roșu), pentru care $V(\lambda) = 0,0082$ se obține un flux luminos

$$\phi(\lambda) = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \cdot 0,0082 \cdot 2 \text{ W} = 11,2 \text{ lm},$$

deci mult mai mic.

Curba $V(\lambda)$ (Fig.48) se obține pentru fluxuri luminoase destul de intense, cînd ochiul distinge bine culorile și percepe un mare număr de detalii. Această vedere se numește vedere diurnă și se realizează prin intermediul elementelor fotosensibile numite conuri care sînt dispuse în partea

centrală a retinei. Pentru fluxuri luminoase slabe, curba de sensibilitate spectrală $V(\lambda)$ (Fig.48) este puțin deplasată spre lungimi de undă mai mici. Această curbă se obține pentru așa numita vedere periferică (crepusculară) care se realizează prin intermediul elementelor fotosensibile numite bastonașe situate în zonele periferice ale retinei și care nu pot deosebi culorile. De regulă, ambele vederi funcționează simultan într-o măsură mai mare sau mai mică, dar în cazul fluxurilor luminoase foarte mici funcționează numai vederea crepusculară.

§2.2. Intensitatea luminoasă, $I(\lambda)$. Este mărimea fotometrică fundamentală în Sistemul Internațional de Unități (SI) și se definește prin relația:

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega} \quad (16)$$

În conformitate cu (16) intensitatea luminoasă a unei surse punctiforme pe o direcție de emisie dată este o mărime numeric egală cu raportul dintre mărimea fluxului luminos $d\phi$ prin orice secțiune a unghiului solid elementar $d\Omega$ luat în jurul direcției considerate și mărimea unghiului solid. Dacă sursa emite uniform în toate direcțiile, atunci fluxul luminos total este dat de formula:

$$\phi_{\text{tot}} = \int_0^{\phi_{\text{tot}}} d\phi = \int_0^{4\pi} I d\Omega = 4\pi I \quad (17)$$

Unitatea de măsură a intensității luminoase este candela (Cd).

Candela este unitatea fotometrică fundamentală în SI și a fost definită la a 16-a Conferință Generală de Măsură și Greutăți din 1979 în felul următor: "Candela este intensitatea luminoasă, pe o direcție dată, a unei surse care emite radiații monocromatice cu frecvența de $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ și a cărei intensitate energetică pe direcția dată este de $\frac{1}{683} \frac{\text{W}}{\text{sr}}$ ".

În baza formulei (16) putem defini acum și unitatea de măsură a fluxului luminos adică lumenul:

$$1 \text{ lm} = 1 \text{ Cd} \cdot 1 \text{ sr} \quad (18)$$

În conformitate cu (18), lumenul este fluxul luminos emis într-un unghi solid de un steradian de către o sursă punctiformă care emite în toate direcțiile cuprinse în acest unghi solid lumină cu intensitatea de o candela.

§2.3. Iluminarea luminoasă, $E(\lambda)$. Analog cu iluminarea energetică [(17) cap.VII] iluminarea luminoasă exprimă densitatea de flux luminos în punctele unei suprafețe iluminate:

$$E = \frac{d\phi}{d\Sigma} \quad (19)$$

Unitatea de iluminare este luxul (simbol lx). În conformitate cu (19) putem scrie:

$$1 \cdot lx = \frac{1 \cdot lm}{1 \cdot m^2} \quad (20)$$

Conform cu (20), luxul este iluminarea unei suprafețe cu aria de un metru pătrat pe care este repartizat uniform fluxul luminos de un lumen.

§2.4. Legea fotometrică a lui Lambert. Să considerăm o sursă punctiformă S (izotropă) de intensitate I care luminează o suprafață Σ (Fig.49). Pe un element de suprafață $d\Sigma$ ajung radiațiile care se propagă în interiorul unghiului solid:

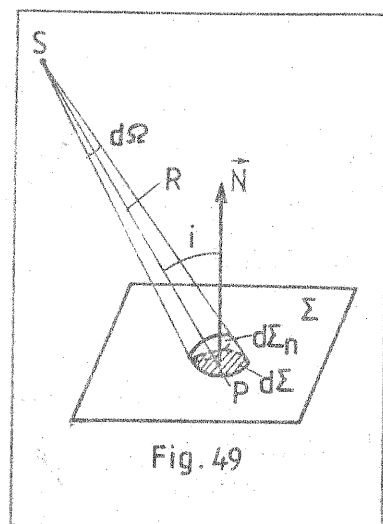


Fig. 49

$$d\Omega = \frac{d\Sigma \cos i}{R^2} \quad (21)$$

În (21) i este unghiul de incidență, format de raza mijlocie SP a fasciculului cu normala $\vec{N}$ la elementul de suprafață $d\Sigma$ iar R este distanța SP. Din (19), (16) și (21) rezultă că iluminarea în punctul P va fi:

$$E = \frac{d\phi}{d\Sigma} = \frac{I d\Omega}{d\Sigma} = \frac{I}{R^2} \cos i \quad (22)$$

Formula (22) este cunoscută sub denumirea de legea fotometrică a lui Lambert. Ea arată că iluminarea produsă de o sursă punctiformă în vecinătatea unui punct P de pe o suprafață este direct proporțională cu intensitatea luminoasă a sursei și cu cosinusul unghiului de incidență și invers proporțională cu pătratul distanței de la sursă la suprafața iluminată. La incidență normală ($i=0$) iluminarea va fi:

$$E_0 = \frac{I}{R^2} \quad (23)$$

Folosind (23) putem scrie (22) sub forma:

$$E = E_0 \cos i \quad (24)$$

Până aici ne-am referit în special la sursele luminoase punctiforme. Mărimile fotometrice care caracterizează sursele de arie finită se definesc în mod analog cu mărimile energetice corespunzătoare. Dintre aceste mărimi cele mai importante sînt următoarele:

§2.5. Luminanța luminoasă, L . Luminanța luminoasă a sursei (cu denumirea mai veche strălucire) reprezintă o măsură a intensității luminii emise (reemise) de un element de pe suprafața unei surse de arie finită pe o direcție dată. În conformitate cu legea lui Lambert [(4)

cap.VII] intensitatea luminoasă a unei surse de suprafață dS pe o direcție care formează unghiul α cu normala la suprafața dS poate fi exprimată prin formula:

$$dI = L \cdot dS \cos \alpha \quad (25)$$

Marimea:

$$L = \frac{dI}{dS \cos \alpha} \quad (26)$$

se numește luminanța (luminoasă) a sursei. În conformitate cu (26) luminanța luminoasă într-un punct P al suprafeței unei surse, pentru o direcție de emisie dată, este o mărime numeric egală cu raportul dintre intensitatea luminoasă a luminii emise pe direcția dată de elementul de suprafață dS care conține punctul P și aria proiecției elementului de suprafață dS pe un plan perpendicular la direcția considerată. Unitatea de măsură pentru luminanță este candela pe metru pătrat ($\frac{Cd}{m^2}$).

Eliminînd intensitatea luminoasă dI din (25) și (16) se obține:

$$L = \frac{dI}{dS \cos \alpha} = \frac{d}{dS} \left(\frac{d\phi}{d\Omega} \right) \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{d^2 \phi}{dS d\Omega \cos \alpha} \quad (27)$$

Formula (27) stabilește legătura dintre luminanța sursei și fluxul luminos emis (reemis) de elementul de suprafață dS în unghiul solid elementar $d\Omega$ considerat pe o direcție oarecare α față de normala la suprafața sursei.

Sursele de lumină pentru care luminanța luminoasă L are aceeași valoare în orice direcție de emisie (reemisie) adică:

$$L = \text{const.} \quad (28)$$

se numesc surse Lambert. Exemple de surse Lambert: suprafața corpului negru, suprafața Soarelui, suprafața Lunii etc.

§2.6. Emitanța luminoasă, M . Pentru a caracteriza suprafața unei surse în privința fluxului luminos total pe care îl emite se utilizează mărimea numită emitanță luminoasă sau luminozitate. Dacă elementul de suprafață dS al sursei emite (reemite) fluxul luminos total $d\phi$, mărimea

$$M = \frac{d\phi}{dS} \quad (29)$$

se numește emitanță luminoasă. Conform cu (29) emitanța luminoasă a unei surse într-un punct P este o mărime numeric egală cu raportul dintre fluxul luminos total emis (reemis) de elementul de suprafață dS luat în jurul punctului P și aria elementului de suprafață. Unitatea de măsură a emitanței luminoase este $\frac{lm}{m^2}$. Conform cu (29) lumenul pe metru pătrat este emitanța luminoasă

a unei surse de lumină care emite uniform fluxul luminos de un lumen de pe o suprafață cu arie de un metru pătrat.

Ca și în cazul mărimilor energetice [(8) Cap.VII] pentru surse Lambert între emitanța M și luminanța L există relația:

$$M = \pi L \quad (30)$$

§2.7. Randamentul luminos, η . O sursă de lumină pentru a emite un flux luminos ϕ consumă o putere P . Mărimea:

$$\eta = \frac{\phi}{P} \quad (31)$$

poartă numele de randamentul luminos al sursei și se exprimă în $\frac{\text{lm}}{\text{W}}$. Mărimea η depinde de tipul sursei care emite lumină. De exemplu, becurile electrice cu incandescență cu puteri de 25-1000 W au $\eta=7-18 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$ iar tuburile fluorescente $\eta \approx 50 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$.

IX OPTICA GEOMETRICĂ

§1. Noțiuni introductive.

Optica geometrică este o parte a opticii în care sînt studiate modificările de structură geometrică a fasciculelor de raze prin reflexie și refracție în diferite sisteme optice. Modificările produse în structura geometrică a fasciculelor de raze sînt studiate în baza unor legi bine verificate experimental cum sînt legile reflexiei și refracției sau alte legi mai generale (principii) care conțin legile reflexiei și refracției. Aceste legi asigură în calcule o precizie suficientă în toate cazurile în care dimensiunile deschiderilor sau obstacolelor aflate în calea fasciculelor de raze sînt mult mai mari decît lungimea de undă a radiațiilor optice (În aceste cazuri, lungimea de undă a radiațiilor poate fi în primă aproximație neglijată). Legile opticii geometrice stau la baza construirii și utilizării tuturor instrumentelor optice (aparatele fotografice, microscopul, lunetele, telescoapele, aparatele spectrale ș.a.).

Instrumentele optice reproduc forma obiectelor luminoase (sau luminate) cu ajutorul fasciculelor de raze omocentrice care au focarele în diverse puncte ale obiectelor. Forma unui obiect reprodusă cu un sistem optic se numește imaginea obiectului. Pentru ca imaginea să reprezinte cît mai fidel forma obiectului este necesar, în primul rînd, ca sistemul optic să formeze pentru fiecare punct obiect un punct imagine. Cu alte cuvinte, sistemul optic trebuie să fie capabil să transforme fiecare fascicul omocentric incident (care intră în sistem) într-un fascicul emergent (care iese din sistem) tot omocentric. Un sistem optic care transformă fiecare fascicul omocentric incident într-un fascicul emergent tot omocentric se numește sistem optic stigmatic. (Această denumire provine de la cuvîntul grecesc στυγμια care înseamnă punct). Focarul fasciculului incident se numește focar obiect sau punct obiect iar focarul fasciculului emergent se numește focar imagine sau punct imagine. Domeniul spațial în care sînt situate punctele obiect se numește spațiu obiect iar domeniul spațial în care sînt situate punctele imagine se numește spațiu imagine. În cazul sistemelor optice, în anumite condiții, se poate stabili o relație între coordonatele punctelor obiect și imagine. Perechea de puncte obiect și imagine ale căror coordonate sînt legate printr-o relație bine determinată se numește pereche de puncte conjugate. Suprafețele din spațiul obiect și din spațiul imagine care sînt formate din perechi de puncte conjugate se numesc suprafețe conjugate.

§2. Legile fundamentale ale opticii geometrice.

Exprimarea cantitativă a modificărilor în structura geometrică a fasciculelor de raze poate fi realizată folosind următoarele legi (principii):

§2.1. Legea propagării rectilinii. Poate fi enunțată astfel:

"În mediile omogene radiațiile optice se propagă în linie dreaptă". Ținând seama de această lege, o rază care trece printr-un punct fix $P_0(\vec{r}_0)$ și printr-un punct curent $P(\vec{r})$ (Fig.50) poate fi

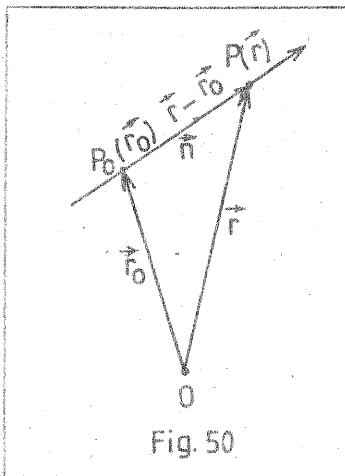


Fig. 50

exprimată prin relația vectorială:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{P_0P}{n} \vec{n} \quad (1)$$

în care P_0P este distanța dintre punctele P_0 și P măsurată pe rază iar $\vec{n}$ este un vector de lungime egală cu indicele de refracție n al substanței ($\frac{\vec{n}}{n}$ este un versor care determină direcția razei).

§2.2. Legile reflexiei și refracției În conformitate cu cele arătate anterior (cap.V. §1) legile reflexiei și refracției pot fi exprimate sub forma:

$$\vec{n}_2 - \vec{n}_1 = \Gamma \cdot \vec{N} \quad (2)$$

unde $\Gamma = \frac{\Gamma_t}{K_0}$ pentru refracție și $\Gamma = \frac{\Gamma_r}{K_0}$ pentru reflexie. În

cele ce urmează vom considera versorul $\vec{N}$ al normalei la suprafața de separație orientat spre interiorul substanței de indice de refracție n_2 . În aceste condiții înmulțind scalar (2) cu $\vec{N}$ se obține:

$$\Gamma = n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1 \quad (3)$$

pentru refracție și:

$$\Gamma = -2n_1 \cos i_1 \quad (4)$$

pentru reflexie deoarece radiația se întoarce în primul mediu și se poate considera (formal):

$$n_2 = -n_1 \quad (5)$$

§2.3. Principiul drumului invers. Este o consecință a legilor reflexiei și refracției și are următorul enunț: "dacă radiația optică se propagă de la un punct A la un punct B pe un drum, fiind trimisă în sens invers, din B spre A, radiația parcurge același drum". (trece prin aceeași succesiune de puncte).

§2.4. Principiul independenței razelor. Se enunță astfel:

"fasciculele de radiații optice care provin din puncte obiect diferite nu interacționează între ele" (sînt independente). Independența lor este determinată de faptul că ele sînt incoerente. De aceea dacă într-un punct oarecare P acționează simultan m astfel de fascicule, densitățile lor de flux se însumează:

$$\varphi(P) = \sum_{i=1}^m \varphi_i(P) \quad (6)$$

unde $\varphi_i(P)$ este densitatea de flux produsă în punctul P de fasciculul i . Există și alte forme, mai generale, de exprimare a legilor de bază ale opticii geometrice. În cele ce urmează vom prezenta două dintre acestea.

§2.5. Principiul lui Fermat. În mediile neomogene, în care indicele de refracție variază continuu de la un punct la altul, traiectoriile de transport ale energiei radiante (raze) sînt curbe (Fig.51). În acest caz legile simple ale reflexiei și refracției nu mai pot fi folosite pentru a determina razele de radiații optice (aceste legi își pierd sensul fizic). De aceea ele sînt înlocuite cu un principiu mai general al opticii geometrice numit principiul lui Fermat. Pentru a putea

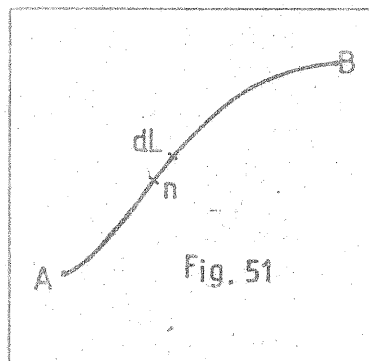


Fig. 51

formula acest principiu vom generaliza întîi noțiunea de drum optic în cazul mediilor neomogene. Pentru a exprima drumul optic între două puncte A și B în cazul unui mediu neomogen trebuie să divizăm raza AB în segmente dL atît de mici încît în lungul fiecărui segment să putem considera că indicele de refracție n este constant. În acest caz drumul optic elementar (dL)=ndL iar drumul optic total între A și B este dat de integrala:

$$(L)_{AB} = \int_A^B n dL \quad (7)$$

Folosind drumul optic (7) principiul lui Fermat poate fi formulat astfel: drumul real al radiației optice de la un punct A la un punct B este acela pentru care drumul optic între cele două puncte are o valoare extremă. Acest drum optic trebuie să fie deci sau minim sau maxim sau constant. Condiția de extremum a drumului optic cere ca variația integralei (7) să fie egală cu zero:

$$\delta \int_A^B n dL = 0 \quad (8)$$

Egalitatea (8) exprimă principiul lui Fermat în forma lui cea mai generală. Folosind relația $dL = \frac{c}{n} dt$, egalitățile (7) și (8) pot fi scrise sub forma:

$$(L_{AB}) = c \int_{t_A}^{t_B} dt = ct_{AB} \quad (9)$$

$$\delta \int_{t_A}^{t_B} dt = \delta t_{AB} = 0 \quad (10)$$

Formula (9) arată că drumul optic între două puncte A și B este egal cu produsul dintre viteza luminii în vid și timpul de propagare a luminii între cele două puncte. Conform cu (9) putem spune că drumurile optice egale au proprietatea că sînt parcurse de radiații în intervale de timp egale indiferent de mediul de propagare [pentru t dat, $(L_1) = n_1 L_1 = ct = \text{const.}$].

În conformitate cu (10), principiul lui Fermat poate fi formulat și sub forma: "drumul real pe care îl parcurge radiația optică între două puncte date este acela pentru care timpul de propagare are o valoare extremă". În cele mai multe cazuri de reflexie și refracție, drumul real de propagare a radiațiilor optice între două puncte date este acela pentru care drumul optic (timpul de propagare) are valoare minimă. De aceea principiul lui Fermat este cunoscut și sub denumirea de principiul drumului optic minim sau principiul drumului de cea mai scurtă durată.

Principiul lui Fermat conține legea propagării rectilinii a luminii în mediile omogene. Într-adevăr, în mediile omogene $n = \text{const.}$ și din (8) se obține:

$$\delta \int_A^B n dl = n \delta \int_A^B dl = \delta(L_{AB}) = 0 \quad (11)$$

Condiția (11) este îndeplinită dacă drumul geometric L_{AB} are o valoare extremă. Deoarece drumul cel mai scurt dintre două puncte este linia dreaptă, din (11) rezultă că în mediile omogene radiațiile optice se propagă în linie dreaptă.

În continuare vom demonstra că principiul lui Fermat conține legile refracției. Pentru aceasta

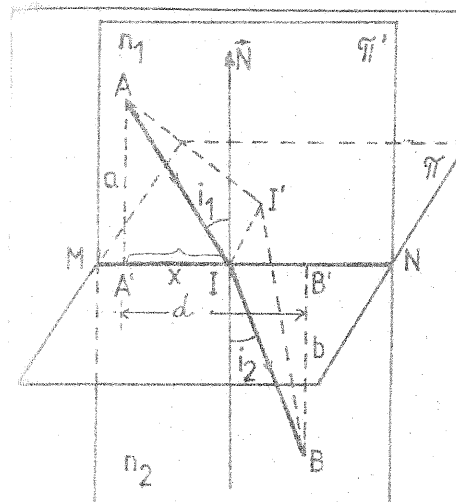


Fig. 52

să considerăm două medii transparente și omogene de indici de refracție n_1 și n_2 și suprafața de separație plană Π dintre aceste medii (Fig. 52). Considerăm un punct A în primul mediu și punctul B în al doilea mediu și un plan Π' care conține punctele A și B și este perpendicular pe suprafața de separație Π . Dreapta de intersecție a celor două plane este MN. Să admitem că o rază de lumină care trece prin punctul A trece și prin punctul B după ce se refractă într-un punct I' de pe suprafața de separație Π . Pentru această rază, drumul optic de la A la B este:

$$(AI'B) = n_1 AI' + n_2 I'B \quad (12)$$

Din figura (52) se observă că dacă punctul I' se deplasează pe direcția perpendiculară I'I la dreapta MN, drumurile AI' și I'B se micșorează amindouă fiind valori minime când punctul de incidență se află în punctul I de pe dreapta MN. În triunghiurile dreptunghice AII' și BII' segmentele AI' și I'B sînt ipotenuze iar AI și IB catete). Prin urmare, pentru a satisface principiul lui Fermat, raza incidentă, raza refractată și normala la suprafața de separație trebuie să se afle în același plan Π' (prima lege a refracției). Pentru a determina poziția corectă a punctului de incidență I pe dreapta MN astfel încît drumul optic (AIB) să aibă o valoare extremă (minimă), așa cum cere principiul lui Fermat, procedăm în felul următor: Coborîm perpendicularele AA' = a și BB' = b pe dreapta MN, notăm segmentele AI' = x și A'B' = d și exprimăm drumul optic sub forma:

$$(AIB) = n_1 AI + n_2 IB = n_1 \sqrt{a^2 + x^2} + n_2 \sqrt{b^2 + (d-x)^2} \quad (13)$$

Condiția de extremum a drumului optic (13) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{d(AIB)}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - n_2 \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = 0 \quad (14)$$

Notînd unghiul de incidență cu i_1 și unghiul de refracție cu i_2 și observînd din figura 52 că

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sin i_1 \quad \text{și} \quad \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = \sin i_2 \quad (15)$$

putem scrie relația (14) sub forma:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad (16)$$

Principiul lui Fermat conține deci și legea a doua a refracției. În mod asemănător se poate arăta că principiul lui Fermat conține și legile reflexiei (Punctele A și B se iau în același mediu de indice de refracție n_1).

Deoarece legile reflexiei și refracției sînt bine fundamentate teoretic și experimental, din principiul lui Fermat rezultă că între două puncte date lumina parcurge drumul pentru care drumul optic (și timpul de propagare) are valoarea minimă.

§2.6. Teorema Malus-Dupin. Un alt mod de a exprima principiile de bază ale opticii geometrice este teorema Malus-Dupin care poate fi formulată astfel: "un sistem de raze ortogonale pe o suprafață oarecare S, după un număr oarecare de reflexii și refracții pe o succesiune de suprafețe de separație între diferite medii, rămîne un sistem de raze ortogonale pe o suprafață S' determinată astfel încît drumurile optice în lungul fiecărei raze între suprafețele S și S' au aceeași valoare". Suprafețele S și S' fiind normale la direcțiile razelor în orice punct al lor sînt totodată și suprafețe de undă. Deaceea teorema Malus-Dupin poate fi formulată și astfel: "între două suprafețe de undă ale unui fascicul de raze drumurile optice în lungul fiecărei raze sînt egale între ele". Se poate demonstra că această teoremă este echivalentă cu principiul lui Fermat și deci conține legile reflexiei și refracției. (Razele de curbura ale suprafețelor S și S' pot fi considerate oricît de mici).

§3. Studiul sistemelor optice în aproximația Gauss.

Un sistem optic este format dintr-un număr determinat de substanțe separate prin suprafețe de separație date. Dacă centrele de curbura ale tuturor suprafețelor de separație se află pe aceeași dreaptă, sistemul se numește sistem optic centrat iar dreapta pe care se află toate centrele de curbura se numește axă optică a sistemului optic. Sistemele optice nu sînt, în general, stigmatice deoarece ele nu sînt capabile să transforme fasciculele de raze omocentrice incidente în fascicule de raze emergente care să fie tot omocentrice în orice condiții de incidență a razelor. Dacă la formarea imaginii participă numai raze care trec prin puncte aflate în vecinătatea axei optice, atunci sistemele optice sînt, în prima aproximație, stigmatice și formează imagini asemănătoare cu obiectele. Astfel de raze, care trec prin puncte apropiate de axa optică, se numesc raze paraxiale. Razele paraxiale pot fi paralele cu axa optică sau pot forma cu axa optică unghiuri σ

mici astfel încît în calcule să fie îndeplinite aproximațiile lui Gauss numite și aproximațiile razelor paraxiale în care sînt valabile relațiile:

$$\begin{aligned} \sin \sigma &= \sigma - \frac{\sigma^3}{3!} + \frac{\sigma^5}{5!} - \dots \approx \sigma \\ \cos \sigma &= 1 - \frac{\sigma^2}{2!} + \frac{\sigma^4}{4!} - \dots \approx 1 \\ \operatorname{tg} \sigma &= \sigma - \frac{\sigma^3}{3!} + \frac{2\sigma^5}{5!} - \dots \approx \sigma. \end{aligned} \quad (17)$$

(În aceste relații unghiurile se exprimă în radiani). Aproximațiile lui Gauss (17) sînt valabile pentru unghiuri $\sigma \leq 8^\circ$ (deschiderea unghiulară a fasciculelor $2\sigma \leq 16^\circ$).

Studiul sistemelor optice în aproximațiile lui Gauss prezintă o importanță deosebită în optica geometrică și de aceea în cele ce urmează vom utiliza, de regulă, aceste aproximații.

§3.1. Convenții de semn în optica geometrică. În cazul sistemelor optice stigmatice între coordonatele punctelor obiect și coordonatele punctelor imagine se pot stabili anumite relații. Pentru ca relațiile obținute să fie valabile în toate cazurile, oriunde ar fi situate punctele obiect și punctele imagine în raport cu sistemul optic, sînt necesare cîteva convenții de semn privind măsurarea distanțelor și a unghiurilor. În cele ce urmează vom folosi următoarele convenții:

1. În reprezentările schematice ale sistemelor optice vom admite că radiațiile se propagă de la stînga la dreapta (dacă nu se specifică altfel) și acest sens (de propagare a radiațiilor) îl vom considera ca sens pozitiv.

2. Pozițiile punctelor obiect și imagine vor fi date prin segmente de dreaptă care au originea în puncte fixe de pe suprafețele de separație sau de pe axa optică. Segmentele de dreaptă situate în lungul axei optice se consideră pozitive în sensul de propagare a radiațiilor (la dreapta originii) și negative în sens contrar (la stînga originii). Conform cu această convenție suprafețele sferice convexe (cu centrul de curbura situat la dreapta suprafeței) au razele de curbura pozitive ($R > 0$) iar suprafețele sferice concave (cu centrul de curbura la stînga suprafeței) au razele de curbura negative ($R < 0$). Segmentele de dreaptă situate perpendicular pe axa optică se măsoară de la axa optică și se consideră pozitive în sus și negative în jos.

3. Unghiurile formate de raze cu axa optică se măsoară de la axa optică și se consideră pozitive în sensul de rotație al acelor de ceasornic și negative în sens contrar. Această regulă este de fapt o consecință a convenției (2) privind semnul distanțelor.

4. Indicii de refracție ai substanțelor, suprafețele de separație și razele lor de curbura vor fi notate, de regulă, cu litere cu indici crescători în sensul de propagare a radiațiilor optice.

§3.2. Dioptrul sferic. Formule fundamentale.

Dioptrul este un sistem optic format din două substanțe transparente separate printr-o suprafață dată. După forma suprafeței de separație dioptrul poate fi plan (dacă suprafața de separație este plană), sferic, (dacă suprafața de separație este sferică) etc. Dioptrul sferic este elementul constructiv de bază al sistemelor optice și de aceea în cele ce urmează el va fi studiat mai detaliat.

Să considerăm un dioptru sferic format din substanțele cu indici de refracție n_1 și n_2 separate prin suprafața sferică Σ de rază R cu centrul în C (Fig.53). Axa de simetrie, care trece printr-un punct obiect și prin centrul de curbura C , se numește axa optică a dioptrului. Punctul de intersecție V al axei optice cu suprafața de separație se numește vîrf dioptrului. Orice plan care conține axa optică se numește plan meridian al dioptrului. În conformitate cu legile reflexiei și refracției, orice rază incidentă pe suprafața dioptrului în planul meridian rămîne și după reflexie sau refracție în acest plan și deci raza sau prelungirea ei va intersecta axa optică. Datorită simetriei axiale a sistemului, studiul acțiunii dioptrului asupra unui fascicul de raze se poate face considerînd numai razele din planul meridian. Pentru determinarea direcției razelor, considerăm în planul meridian un sistem de axe de coordonate (x, O, y) cu originea O în vîrf dioptrului, axa Ox în lungul axei optice și axa Oy perpendiculară la axa optică (Fig.53).

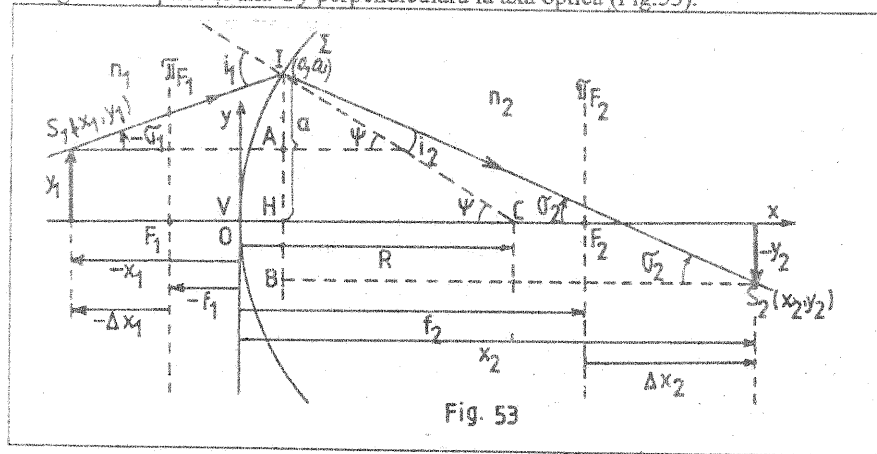


Fig. 53

Să considerăm un punct obiect $S_1(x_1, y_1)$ și o rază S_1I care trece prin punctul S_1 și printr-un punct oarecare I de pe suprafața de separație Σ și care, după refracție, trece (sau prelungirea ei trece) printr-un punct $S_2(x_2, y_2)$. Raza incidentă S_1I este determinată prin coordonatele punctului S_1 prin care trece și prin unghiul σ_1 pe care îl formează raza cu axa optică. Raza refractată IS_2

este determinată prin coordonatele punctului S_2 și prin unghiul σ_2 pe care raza (sau prelungirea ei) îl formează cu direcția axei optice. În conformitate cu convențiile de semn stabilite, în figura (53) mărimile x_1, σ_1 și y_2 au valori negative și ele se introduc în scheme și în calcule cu semnul minus iar mărimile y_1, x_2 și σ_2 sînt pozitive.

Pentru a stabili legătura între mărimile (x_1, y_1, σ_1) , care determină raza incidentă în punctul S_1 , și mărimile (x_2, y_2, σ_2) , care determină raza emergentă în punctul S_2 , vom utiliza relațiile existente în triunghiurile dreptunghice IAS_1 și IBS_2 obținute prin coborîrea perpendicularei IH pe direcția axei optice. Notăm $IH=a$, și ținem seama de faptul că în aproximația razelor paraxiale $VH \approx 0$. Din triunghiul IAS_1 rezultă că trecerea de la mărimile (x_1, y_1, σ_1) care determină raza incidentă în punctul S_1 , la mărimile $(0, a, \sigma_1)$ care determină aceeași rază în punctul $I(0, a)$ se face folosind transformările liniare de coordonate:

$$a = y_1 + x_1 \sigma_1 = y_1 + \frac{x_1}{n_1} (n_1 \sigma_1) \quad (18)$$

$$n_1 \sigma_1 = n_1 \sigma_1$$

Ultima egalitate din (18) exprimă faptul că direcția razei incidente în punctul I este aceeași ca și în S_1 . Transformările liniare (18) exprimă translația în lungul razei între punctele S_1 și I și pot fi exprimate prin relația matriceală:

$$\begin{pmatrix} a \\ n_1 \sigma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x_1}{n_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1 \sigma_1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Matricea:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x_1}{n_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

se numește matricea de translație în spațiul obiect.

Să notăm cu i_1 unghiul de incidență și cu i_2 unghiul de refracție (Fig.53). Schimbarea de direcție a razei prin refracție în punctul I poate fi exprimată cu legea refracției [(20)cap.V] care, în aproximația razelor paraxiale, poate fi scrisă sub forma:

$$n_1 i_1 = n_2 i_2 \quad (21)$$

În (21) conform figurii (53), avem:

$$i_1 = \psi - \sigma_1, \quad i_2 = \psi - \sigma_2, \quad \psi = \frac{a}{R} \quad (22)$$

Înlocuind (22) în (21) rezultă că raza refractată poate fi determinată prin transformările liniare de refracție:

$$\begin{aligned} a &= a \\ n_2 \sigma_2 &= a\varphi + n_1 \sigma_1 \end{aligned} \quad (23)$$

în care mărimea

$$\varphi = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (24)$$

se numește puterea dioptrului. Relația $a=a$ (23) exprimă faptul că raza refractată în $I(o,a)$ trece prin același punct $I(o,a)$ ca și raza incidentă. Transformările liniare (23) pot fi exprimate matriceal sub forma:

$$\begin{pmatrix} a \\ n_2 \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ n_1 \sigma_1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

Matricea:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi & 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

se numește matricea de refracție a dioptrului.

Din triunghiul dreptunghic IBS_2 rezultă că trecerea de la mărimile (o,a,σ_2) , care determină raza refractată în punctul I , la mărimile (x_2, y_2, σ_2) , care determină aceeași rază în punctul S_2 , poate fi exprimată prin transformările liniare de translație:

$$\begin{aligned} y_2 &= a - x_2 \sigma_2 = a - \frac{x_2}{n_2} (n_2 \sigma_2) \\ n_2 \sigma_2 &= n_2 \sigma_2 \end{aligned} \quad (27)$$

Ultima egalitate din (27) exprimă faptul că direcția razei refractate în punctul S_2 este aceeași ca și în punctul I . Transformările liniare de coordonate (27) pot fi exprimate matriceal sub forma:

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ n_2 \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x_2}{n_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ n_2 \sigma_2 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Matricea:

$$\tau_2 = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x_2}{n_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

se numește matricea de translație în spațiul imagine. Înlocuind relațiile (26) și (19) în (28) se obține:

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ n_2 \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x_2}{n_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{x_1}{n_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1 \sigma_1 \end{pmatrix} \quad (30)$$

Efectuând produsul matricelor unitare (de la dreapta spre stînga), relația (30) poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ n_2 \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1 \sigma_1 \end{pmatrix} \quad (31)$$

unde matricea:

$$D = \tau_2 R \tau_1 = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} \quad (32)$$

se numește matricea dioptrului și are elementele de matrice:

$$d_{11} = 1 - \varphi \frac{x_2}{n_2} \quad (33) \quad , \quad d_{12} = \frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2} - \varphi \frac{x_1 x_2}{n_1 n_2} \quad (34)$$

$$d_{21} = \varphi \quad (35) \quad , \quad d_{22} = 1 + \varphi \frac{x_1}{n_1} \quad (36)$$

Din (31) rezultă că transformările liniare care exprimă trecerea de la mărimile (x_1, y_1, σ_1) la mărimile (x_2, y_2, σ_2) pot fi scrise sub forma:

$$\begin{aligned} y_2 &= d_{11} y_1 + d_{12} (n_1 \sigma_1) \\ n_2 \sigma_2 &= d_{21} y_1 + d_{22} (n_1 \sigma_1) \end{aligned} \quad (37)$$

În (37) elementele de matrice d_{ij} sînt date de relațiile (33)-(36) în care φ este dat de (24). Deoarece matricea dioptrului (32) reprezintă un produs de matrici unitare (30), determinantul ei trebuie să fie egal cu unu, adică:

$$d_{11} d_{22} - d_{12} d_{21} = 1 \quad (38)$$

Egalitatea (38) poate fi verificată direct înlocuind elementele de matrice d_{ij} cu expresiile lor (33)-(36).

Formulele (37) și (38), conțin, toate informațiile privind formarea imaginilor în dioptrul sferic în aproximația razelor paraxiale.

Să analizăm în ce condiții dioptrul sferic transformă un fascicul omocentric incident într-un fascicul emergent tot omocentric. Pentru aceasta să admitem că punctul S_1 (Fig.53) este focarul fasciculului incident. Deoarece toate razele acestui fascicul trec prin punctul S_1 , toate vor fi determinate prin aceleași mărimi x_1 și y_1 . Mărimea care diferă de la o rază la alta a fasciculului incident este unghiul σ_1 . Dacă punctul S_2 (Fig.53) este focarul fasciculului emergent (real sau virtual) atunci toate razele acestui fascicul (sau prelungirile lor) trebuie să fie determinate de

aceleași mărimi x_2 și y_2 , oricare ar fi valoarea unghiului σ_1 . În conformitate cu (37) pentru ca mărimea y_2 să nu depindă de σ_1 , adică de direcția razelor incidente, deoarece d_{12} (34) nu depinde de σ_1 , este suficient să fie îndeplinită egalitatea $d_{12}=0$. Condiția $d_{12}=0$ se numește condiția de stigmatism și în conformitate cu (34) și (24) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (39)$$

Ecuatia (39) este cunoscută sub denumirea de ecuația punctelor conjugate sau prima formulă fundamentală a dioptrului sferic. Ea arată că poziția punctului imagine (x_2) este determinată de poziția punctului obiect (x_1). Din (39) rezultă că dacă punctul obiect $S_1(x_1)$ se deplasează în lungul axei optice într-un sens, punctul imagine $S_2(x_2)$ se deplasează în același sens. Din (39) rezultă deasemenea că unui plan Π_1 perpendicular pe axa optică în spațiul obiect ($x_1=\text{const.}$) îi corespunde în spațiul imagine un plan Π_2 care este deasemenea perpendicular la axa optică ($x_2=\text{const.}$). Planele Π_1 și Π_2 ale căror coordonate x_1 și x_2 satisfac formula dioptrului (39) se numesc plane conjugate.

În cazul dioptrului, și în general al sistemelor optice, există o pereche de plane conjugate caracteristice, situate la distanțe fixe față de dioptru sau de sistemul optic. Astfel, planul obiect situat la infinit

$$x_1 = -\infty, \quad (40)$$

În conformitate cu (39), este conjugat punct cu punct cu planul Π_{F_2} situat față de vârful dioptrului la distanța $VF_2 = x_{F_2} = f_2$ dată de formula:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 R} \quad (41)$$

Planul Π_{F_2} perpendicular pe axa optică (Fig.53) conjugat punct cu punct cu planul obiect de la infinit se numește plan focal imagine. Punctul F_2 de intersecție al planului focal imagine cu axa optică se numește focar principal imagine al dioptrului. Distanța f_2 de la vârful dioptrului la focarul principal imagine F_2 se numește distanță focală imagine (Fig.53).

În mod analog, din (39) rezultă că dacă planul obiect se află, față de vârful dioptrului, la distanța $VF_1 = x_{F_1} = f_1$ dată de formula:

$$\frac{1}{f_1} = -\frac{n_2 - n_1}{n_1 R} \quad (42)$$

atunci planul imagine este situat la infinit ($x_2 = \infty$). Planul Π_{F_1} perpendicular pe axa optică conjugat punct cu punct cu planul imagine de la infinit se numește plan focal obiect. Punctul F_1

de intersecție al planului focal obiect cu axa optică se numește focar principal obiect al dioptrului. Distanța f_1 de la vârful dioptrului la focarul principal obiect F_1 se numește distanță focală obiect a dioptrului (Fig.53). Din (41) și (42) rezultă că distanțele focale f_1 și f_2 au semne opuse și că între ele există relațiile:

$$f_1 + f_2 = R \quad (43)$$

$$\frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_2}{n_1} \quad (44)$$

Relația (43) poate fi scrisă și sub forma:

$$f_2 - R = -f_1 \text{ sau } CF_2 = -VF_1 \quad (45)$$

Egalitatea (45) arată că distanța de la centrul de curbura la focarul imagine este egală și de semn opus cu distanța de la vârful dioptrului la focarul obiect. De exemplu, în cazul reprezentat în figura (53) ($n_2 > n_1$) F_2 este situat la dreapta lui C la aceeași distanță la care este situat F_1 în stînga lui V.

Utilizînd distanțele focale f_1 (42) și f_2 (41) formula dioptrului (39) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} = 1 \quad (46)$$

Dacă în locul distanțelor x_1 și x_2 măsurate de la vârful dioptrului pînă la obiect și imagine folosim distanțele Δx_1 și Δx_2 măsurate de la cele două focare (Fig.53) avem:

$$x_1 = f_1 + \Delta x_1, \quad x_2 = f_2 + \Delta x_2 \quad (47)$$

iar formula dioptrului (46) poate fi scrisă sub forma dată de Newton:

$$\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 = f_1 f_2 \quad (48)$$

În condiția de stigmatism ($d_{12}=0$) dacă notăm $M = \frac{y_2}{y_1}$ și folosim relațiile (37), (38), (24), (33),

(36) și (39) rezultă:

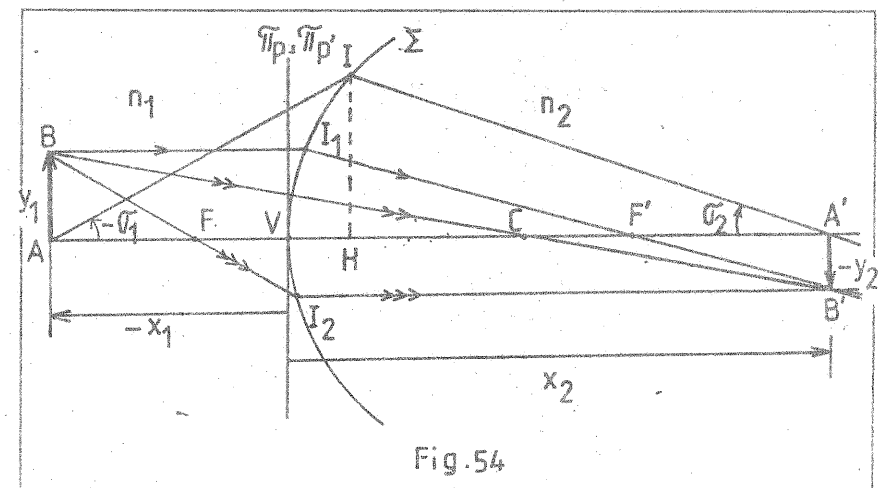
$$M = \frac{y_2}{y_1} = d_{11} = \frac{1}{d_{22}} = \frac{x_2}{x_1} \frac{n_1}{n_2} \quad (49)$$

Mărimea M (49) egală cu raportul dintre distanța y_2 a unui punct imagine față de axa optică și distanța y_1 a punctului obiect față de aceeași axă se numește mărire liniară transversală. Ea servește pentru caracterizarea acțiunii sistemului optic asupra fasciculului de radiații și poate fi calculată cu formula (49). Formula măririi liniare (49) este cea de a doua formulă fundamentală a dioptrului sferic. Ea arată că mărimea liniară transversală depinde de distanțele x_1 și x_2 ale punctelor conjugate față de vârful dioptrului și de indicii de refracție n_1 și n_2 . Cele două formule fundamentale (39) și (49) exprimă toate caracteristicile imaginii formate de dioptru. În

conformitate cu legea refracției, dacă centrul de curbura C se află în mediul cu indice de refracție mai mare (Fig. 53) avem $f_2 > 0$, $f_1 < 0$ iar dioptrul transformă un fascicul incident de raze paralele într-un fascicul omocentric convergent și se numește dioptru convergent. Dacă centrul de curbura C se află în mediul cu indice de refracție mai mic avem $f_2 < 0$, $f_1 > 0$ iar dioptrul transformă un fascicul incident de raze paralele într-un fascicul omocentric divergent și se numește dioptru divergent.

§3.3. Formarea imaginii unui obiect liniar în dioptrul sferic. Condiția Lagrange-Helmholtz.

În conformitate cu formula dioptrului (39), în aproximația razelor paraxiale, pentru un obiect liniar de dimensiuni mici situat perpendicular pe axa optică ($x_1 = \text{const}$) se obține o imagine liniară perpendiculară pe axa optică ($x_2 = \text{const}$). Să considerăm un dioptru sferic cu centrul de curbura în punctul C , focarul obiect F și focarul imagine F' reprezentat în figura 54 într-un plan meridian. În acest plan considerăm un obiect liniar AB de dimensiuni mici situat perpendicular pe axa optică. Deoarece obiectul și imaginea sînt liniare, pentru a construi imaginea obiectului este suficient să construim imaginile punctelor extreme A și B ale obiectului și apoi să unim punctele imagine printr-un segment de dreaptă. Modul de construcție a imaginii, în conformitate cu legile refracției și cu definițiile focarelor, este prezentat în figura 54. Imaginea punctului A de pe axa optică se află tot pe axa optică deoarece raza AC fiind pe direcția normalei la suprafața de separație trece nedeviată și trebuie să treacă și prin punctul imagine al punctului A . Pentru a construi imaginea punctului B , situat în afara axei optice, putem folosi oricare două din cele trei raze care pornesc din B pentru care cunoaștem direcțiile razelor refractate. La intersecția celor două raze (sau a prelungirilor lor) se obține imaginea B' a punctului B . Coborînd perpendiculara din B' pe axa optică obținem imaginea $A'B'$ a obiectului AB . În aproximația razelor paraxiale,



orice rază care pornește din punctul A și se refractă pe suprafața dioptrului trece (sau prelungirea ei trece) prin punctul imagine A' chiar dacă punctul de incidență se află pe marginea porțiunii

active a dioptrului. Să considerăm o rază oarecare AI (Fig.54) care pornește din punctul A de pe axa optică și care după ce se refractă în punctul I de pe suprafața activă a dioptrului trece prin punctul imagine A'. Coborînd perpendiculara IH pe direcția axei optice și notînd unghiurile sub care se vede secțiunea activă a dioptrului din A cu σ_1 și din A' cu σ_2 în conformitate cu regulile de semn adoptate putem scrie egalitățile:

$$HI = x_1 \operatorname{tg} \sigma_1 = x_2 \operatorname{tg} \sigma_2 \quad (50)$$

Din (50) și (49) se obține egalitatea:

$$n_1 y_1 \operatorname{tg} \sigma_1 = n_2 y_2 \operatorname{tg} \sigma_2 \quad (51)$$

Ecuția (51) reprezintă condiția de formare a imaginii stigmatice a unui obiect liniar în aproximația razelor paraxiale. Ecuția (51) poartă numele de condiția Lagrange-Helmholtz și ne spune că dacă se lucrează cu fascicule de raze paraxiale produsul de forma $n y \tan \sigma$ în orice mediu este un invariant al dioptrului.

§3.4 Dioptrul plan. Formarea imaginilor.

Pentru dioptrul plan

$$R = \infty \quad (52)$$

În condiția (52) din (39) și (49) se obțin formulele:

$$x_2 = x_1 \frac{n_2}{n_1}, \quad M = \frac{y_2}{y_1} = 1 \quad (53)$$

Formulele (53) determină complet condițiile de formare a imaginilor în dioptrul plan în aproximația Gauss. Conform cu (53) imaginile unui obiect real în dioptrul plan sînt virtuale (x_1 și x_2 au același semn deci obiectul și imaginea se găsesc de aceeași parte a suprafeței dioptrului), drepte și egale cu obiectul ($M=1$).

§3.5. Oglinzi sferice și oglinzi plane. Formarea imaginilor. Suprafața netedă a unui corp care reflectă lumina se numește oglină. După forma suprafeței de reflexie oglinzile pot fi plane, sferice, parabolice etc. Formulele stabilite în aproximațiile Gauss pentru dioptrul sferic sînt valabile și în cazul oglinzilor, dacă ținem seama de faptul că în condiția

$$n_2 = -n_1 \quad (54)$$

din legile refracției [(2) cu Γ dat de (3)] se obțin legile reflexiei [(2) cu Γ dat de (4)]. În acest caz, elementul de matrice al matricei de refracție (24) este înlocuit cu elementul de matrice al matricei de reflexie:

$$\varphi_c = -\frac{2n_1}{R} \quad (55)$$

iar formulele fundamentale (39) și (49) pentru oglinzile sferice capătă forma:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R} \quad (56)$$

$$M = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{x_2}{x_1} \quad (57)$$

Formulele (56) și (57) determină complet perechile de puncte conjugate (formarea imaginii) în oglinzile sferice în aproximația Gauss. Formula (56) arată că odată cu deplasarea punctului obiect de-a lungul axei optice punctul imagine se deplasează în sens contrar. Cînd punctul obiect este îndepărtat pe axa optică la infinit ($x_1 = -\infty$) pe oglindă ajunge un fascicul de raze paralele iar punctul imagine se obține într-un punct F situat pe axa optică a oglinzii la distanța:

$$VF = f = \frac{R}{2} \quad (58)$$

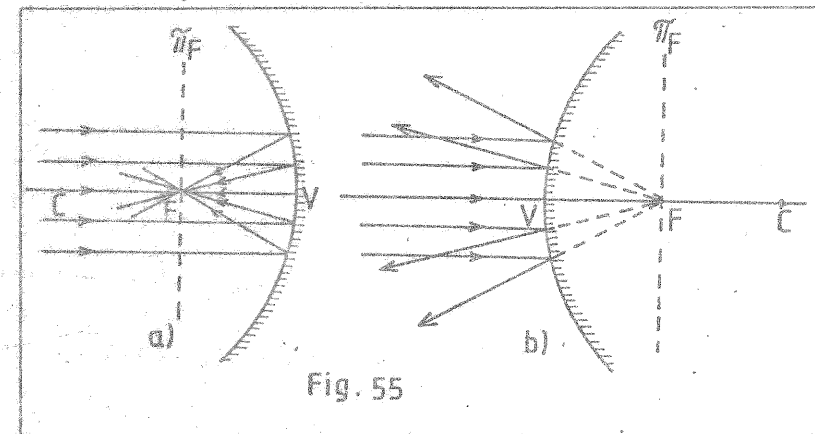


Fig. 55

Punctul F de pe axa optică principală conjugat cu punctul obiect de la infinit se numește focarul principal al oglinzii (Fig.55). Distanța f (58) de la vârful oglinzii la focarul principal F se numește distanță focală a oglinzii. Formulele (55), (56) și (57) pot fi scrise în funcție de f (58) sub forma:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f}, \quad \varphi_0 = -\frac{n_1}{f} \quad (59)$$

$$M = \frac{y_2}{y_1} = \frac{f - x_2}{f} = \frac{f}{f - x_1}$$

Focarul oglinzii concave este real (Fig.55 a) iar focarul oglinzilor convexe este virtual (Fig.55 b). În ambele cazuri focarul este situat la jumătatea distanței dintre C și V (58).

Planul imagine Π_F perpendicular pe axa optică conjugat punct cu punct cu planul obiect de la infinit se numește plan focal al oglinzii. Intersecția planului focal cu axa optică este focarul principal al oglinzii. Fiecărui fascicul incident de raze paralele care formează un unghi oarecare α cu direcția axei optice îi corespunde în planul focal un focar secundar F_α care are o poziție bine determinată prin relația:

$$FF_\alpha = \frac{R}{2} \operatorname{tg} \alpha \quad (60)$$

În conformitate cu legile reflexiei rezultă că fiecărui punct obiect situat în planul focal îi corespunde un fascicul de raze paralele înclinat cu un unghi α față de axa optică determinat de aceeași relație (60) (Fig.56).

Imaginea unui obiect într-o oglindă sferică poate fi determinată și prin construcție grafică. Pentru a construi imaginea unui punct este suficient să se determine direcțiile a două raze reflectate care aparțin fascicului de raze cu focarul în punctul respectiv. La intersecția celor două raze (sau a prelungirii lor) se găsește imaginea punctului obiect. În figura 56 este prezentat modul de construcție a imaginii S' a unui obiect S situat pe axa optică principală a unei oglinzi sferice concave (Fig.56 a) și convexe (Fig.56 b).

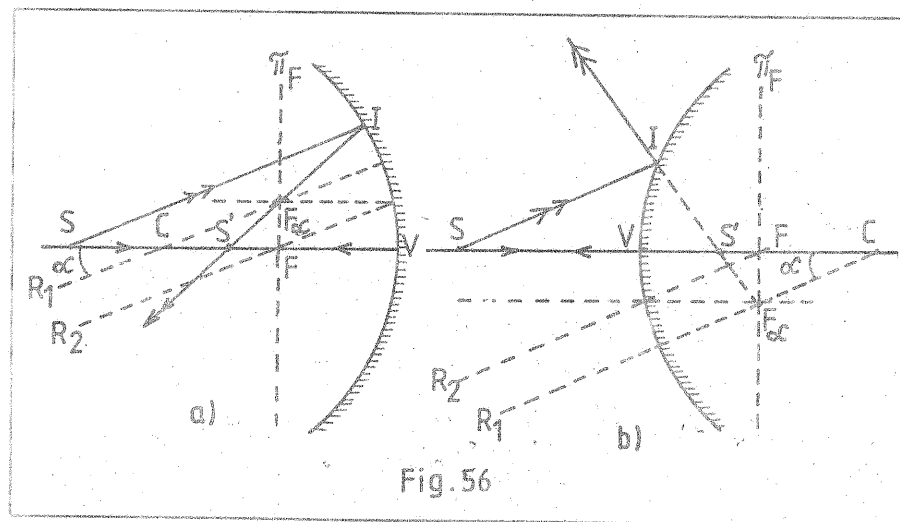


Fig.56

Pentru construcție se folosește raza ajutoare SV care se reflectă pe aceeași direcție și o rază oarecare SI. Pentru a afla focarul secundar F_α prin care trece raza reflectată (sau prelungirea ei) se poate folosi una din razele ajutoare paralele cu SI și anume raza R_1 care trece prin C sau raza R_2 pe direcția lui F. Raza R_1 se reflectă pe aceeași direcție și determină focarul secundar F_α iar raza R_2 se reflectă paralel cu axa optică și determină același focar secundar F_α . Punctul de incidență I împreună cu F_α determină direcția razei reflectate iar punctul de intersecție a direcției razei reflectate cu axa optică determină punctul imagine S' al punctului S. Precizăm faptul că razele R_1 și R_2 nu sînt raze care provin de la S ci niște raze ajutoare a căror direcție după reflexie o putem determina. Razele ajutoare sînt reprezentate prin linii întrerupte ca și prelungirea razei reflectate.

Pentru oglinzi plane

$$R = \infty \quad (61)$$

ținînd seama de (61), din (56) și (57) rezultă:

$$x_2 = -x_1 \quad (62)$$

$$M = 1 \quad (63)$$

Relația (62) arată că în cazul oglinzii plane punctele conjugate sînt situate pe aceeași normală la planul oglinzii, de o parte și de alta, la distanțe egale (imaginea este simetrică cu obiectul față de planul oglinzii). Egalitatea (63) arată că mărimea imaginii unui obiect în oglinda plană este egală cu obiectul și dreaptă.

§3.6. Sisteme optice centrate. Formarea imaginilor. Formule fundamentale.

Un sistem optic format din dioptri sau dioptri și oglinzi ale căror suprafețe de separație au toate centrele de curbură pe aceeași dreaptă se numește sistem optic centrat. Dreapta pe care sînt situate centrele de curbură ale suprafețelor de separație ale unui sistem optic centrat se numește axa optică principală. Suprafețele de separație plane pot fi considerate ca suprafețe sferice cu centrele de curbură pe axa optică la infinit și deci sînt perpendiculare pe axa optică.

Să considerăm un sistem optic centrat format din m medii optice de indici de refracție $n=n_1, n_2, n_3, \dots, n_m=n'$ delimitate de $m-1=q$ suprafețe de separație Σ_i cu centrele de curbură C_i și vîrfurile $V_i (i=1, 2, \dots, q)$ (Fig.57).

Să considerăm o rază care trece prin punctul $S(x,y)$, parcurge întreg sistemul optic și apoi raza (sau prelungirea ei) trece prin punctul $S'(x',y')$ (Fig.57). În conformitate cu cele prezentate la studiul dioptrului (§3.2), trecerea de la mărimile (x,y,σ) , care determină raza incidentă în punctul S , la mărimile (x',y',σ') , care determină raza emergentă (sau prelungirea ei) în punctul S' se face printr-o transformare liniară de coordonate în care intervin elementele de matrice ale matricelor de translație și refracție (reflexie) corespunzătoare trecerii razelor prin sistem. Analog cu matricea dioptrului (32), matricea sistemului poate fi determinată din produsul matricelor de

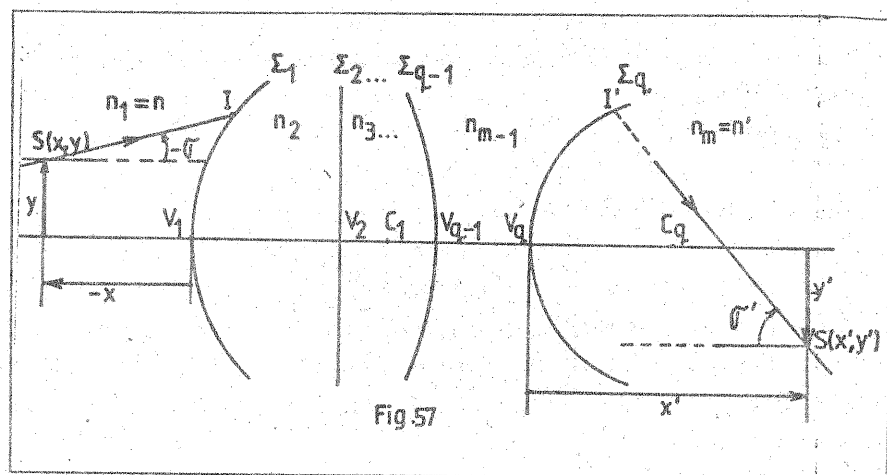


Fig 57

translație și de refracție (reflexie) corespunzătoare trecerii razelor prin sistem:

$$S = \tau_m \bar{R}_q \tau_q \bar{R}_{q-1} \dots \bar{R}_2 \tau_2 \bar{R}_1 \tau_1 \quad (64)$$

Matricea S (64) se numește matricea sistemului optic centrat și poate fi scrisă sub forma:

$$S = \tau_m R_S \tau_1 \quad (65)$$

unde:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & n \end{pmatrix} \quad (66)$$

este matricea de translație în spațiul obiect [v.(20)],

$$\tau_m = \begin{pmatrix} 1 & -x' \\ 0 & n' \end{pmatrix} \quad (67)$$

este matricea de translație în spațiul imagine [v.(29)] iar

$$R_S = \bar{R}_q \tau_q \bar{R}_{q-1} \dots \bar{R}_2 \tau_2 \bar{R}_1 \quad (68)$$

este matricea de refracție a sistemului optic centrat. În (68), matricele de refracție ale dioptrilor de raze de curbura R_i sînt de forma [v.(26)]:

$$\bar{R}_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_i & 1 \end{pmatrix} \quad (69)$$

în care elementele de matrice φ_i (puterile dioptrilor) sînt de forma [v.(24)]:

$$\varphi_i = \frac{n_{i+1} - n_i}{R_i} \quad (70)$$

unde:

$$i=1, 2, \dots, q, \quad n_1=n, \quad n_m=n' \quad (71)$$

În cazul reflexiei pe o oglindă cu raza de curbura R_i făcînd înlocuirea $n_{i+1} = -n_i$ [v.(54)] din (70)

și (59) se obține:

$$\varphi_{0i} = -\frac{2n_i}{R_i} = -\frac{n_i}{f_{0i}} \quad (72)$$

unde f_{0i} este distanța focală a oglinzii i . Din (72) și (69) rezultă că matricele de reflexie (în oglindă) sînt de forma:

$$\bar{R}_{0i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_{0i} & 1 \end{pmatrix} \quad (73)$$

În (68), matricele de translație între vîrfurile suprafețelor de separație succesive (spre spațiul imagine) pe distanța

$$\bar{V}_i \bar{V}_{i+1} = d_i \quad ; \quad (i=1, 2, \dots, q-1) \quad (74)$$

în mediul cu indice de refracție n_i sînt de forma [v.(29)]:

$$\tau_i = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{d_i}{n_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (75)$$

Folosind matricele de translație τ_1 (66), τ_m (67), τ_i (75) și de refracție $\bar{R}_i$ (69) putem scrie matricea de refracție $\bar{R}_i$ (68) a sistemului sub forma:

$$R_S = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \quad ; \quad R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21} = 1 \quad (76)$$

în care R_{ij} sînt elementele de matrice ale matricei de refracție (68). Valorile acestor elemente de matrice pot fi calculate făcînd produsul matricelor (68), pentru orice sistem optic dat, identificînd elementele de matrice R_{ij} cu elementele matricei produs.

Folosind matricele τ_1 (66), τ_m (67) și R_S (76), matricea sistemului (65) poate fi scrisă sub forma

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x}{n'} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{x}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \quad (77)$$

în care elementele de matrice S_{ij} sînt date de relațiile:

$$\begin{aligned} S_{11} &= R_{11} - R_{21} \frac{x}{n'} & S_{12} &= R_{12} + R_{11} \frac{x}{n} - R_{22} \frac{x}{n'} - R_{21} \frac{xx'}{nn'} \\ S_{21} &= R_{21} & S_{22} &= R_{22} + R_{21} \frac{x}{n} \end{aligned} \quad (78)$$

Analog cu (31), folosind (77) pentru sistemul optic putem scrie legătura dintre mărimile (n, y, σ) și (n', y', σ') sub forma:

$$\begin{pmatrix} y' \\ n'\sigma' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n\sigma \end{pmatrix} \quad (79)$$

Din (79) rezultă:

$$\begin{aligned} y' &= S_{11}y + S_{12}(n\sigma) \\ n'\sigma' &= S_{21}y + S_{22}(n\sigma) \end{aligned} \quad (80)$$

În (80), analog cu (38), avem:

$$S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 1 \quad (81)$$

Ecuția (81) poate fi verificată prin înlocuirea elementelor de matrice S_{ij} din (78) și (76). Deoarece elementul de matrice S_{11} (78) din (80) nu depinde de unghiul σ [v. (76) și (68)] condiția ca sistemul optic centrat să transforme un fascicul omocentric incident cu focarul în S (Fig. 57) într-un fascicul emergent tot omocentric cu focarul în S' (y' să nu depindă de σ) poate fi scrisă sub forma:

$$S_{12} = 0 \quad (82)$$

În care S_{12} este dat de (78). În condiția de stigmatism (82) folosind (81) putem scrie (80) [analog cu (49)] sub forma:

$$M = \frac{y'}{y} = S_{11} = \frac{1}{S_{22}} = \text{const.} \quad (83)$$

unde S_{11} și S_{22} sînt date de (78). Mărimea M (83) egală cu raportul dintre distanța y' a unui punct imagine față de axa optică și distanța y a punctului obiect față de aceeași axă se numește mărime liniară transversală. Ea servește pentru caracterizarea acțiunii sistemului optic asupra fasciculelor de radiații și poate fi calculată cu formula (83). Folosind (83) putem scrie a doua relație din (80) sub forma:

$$n'\sigma' = S_{21}y + \frac{1}{M}(n\sigma) \quad (84)$$

Pentru puncte de pe axa optică ($y=0$) putem scrie ecuația (84) sub forma:

$$M_U = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{1}{M} \frac{n}{n'} \quad (85)$$

Mărimea M_U definită prin raportul dintre unghiul σ' format de direcția razei emergente cu axa optică și unghiul σ format de direcția razei incidente cu aceeași axă se numește mărime unghiulară. Această mărime servește deasemenea pentru caracterizarea sistemului optic centrat în privința acțiunii lui asupra fasciculelor de raze. Din (85) și (83) rezultă:

$$y'n'\sigma' = y n \sigma \quad (86)$$

Relația (86) arată că pentru sisteme optice centrate, în aproximația razelor paraxiale, produsele de forma $(yn\sigma)$ în spațiul obiect și în spațiul imagine au aceeași valoare. Cu alte cuvinte, condiția Lagrange-Helmholtz (51) de formare a imaginilor stabilită pentru dioptrul sferic se păstrează și pentru sisteme optice centrate (în aproximația razelor paraxiale $\tan \sigma \approx \sigma$).

Folosind (78) putem scrie ecuația punctelor conjugate (82) și formula mării liniare transversale (83) sub forma:

$$R_{12} + R_{11} \frac{x}{n} - R_{22} \frac{x}{n'} - R_{21} \frac{xx'}{nn'} = 0 \text{ sau, pentru } x \neq 0 \text{ și } x' \neq 0, \quad (87)$$

$$M = \frac{y'}{y} = R_{11} - R_{21} \frac{x'}{n'} \quad ; \quad \frac{1}{M} = R_{22} + R_{21} \frac{x}{n} \quad (88)$$

Relațiile (87) și (88) stabilesc legătura între coordonatele (x, y) ale punctului obiect S și coordonatele (x', y') ale punctului imagine S' . Ele determină complet condițiile de formare a imaginilor în sistemul optic centrat prin intermediul elementelor de matrice ale matricei de refracție (reflexie) a sistemului și se numesc formulele fundamentale ale sistemului optic centrat. Formulele (87) și (88) arată că, în aproximația razelor paraxiale, la fiecare punct obiect $S(x, y)$ dintr-un plan Π perpendicular pe axa optică principală ($x = \text{const.}$) îi corespunde un punct imagine $S'(x', y')$ (cu $y' = My$) într-un plan Π' perpendicular pe axa optică principală ($x' = \text{const.}$)

§3.7. Elementele cardinale ale sistemelor optice centrate.

Pentru sisteme optice centrate pot fi definite următoarele elemente caracteristice numite elemente cardinale ale sistemului optic centrat (Fig. 58).

a) Plane principale. Puncte principale. Planele Π_P și $\Pi_{P'}$ conjugate punct cu punct pentru care

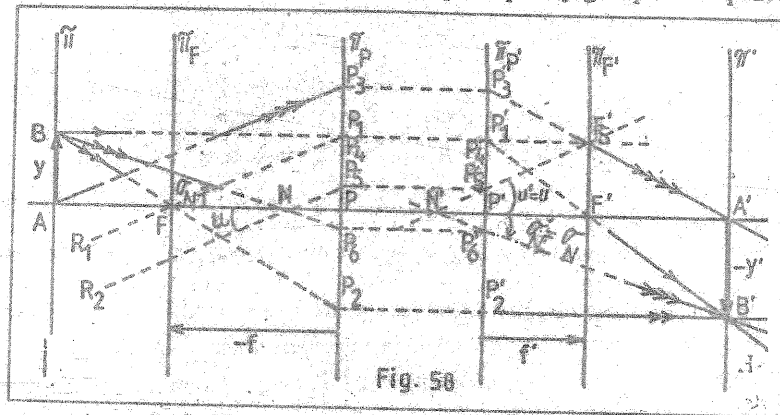


Fig. 58

mărirea liniară transversală M este egală cu unitatea se numesc plane principale ale sistemului optic centrat. În conformitate cu (88), pentru planele principale avem:

$$M_P = \frac{y_{P'}}{y_P} = 1 \quad (89)$$

Punctele de intersecție P și P' ale planelor principale cu axa optică principală se numesc puncte principale ale sistemului optic centrat. Ținând seama de (89) și (88) rezultă că pozițiile planelor principale sînt date de formulele:

$$x_P = -\frac{n(R_2 - 1)}{R_{21}}; \quad x_{P'} = \frac{n'(R_1 - 1)}{R_{21}} \quad (90)$$

Din definiția planelor principale rezultă că acestea au proprietatea că o rază incidentă (sau prelungirea ei) care intersectează planul principal obiect într-un punct $P_1(y_P)$, în spațiul imagine raza (sau prelungirea ei) intersectează planul principal imagine într-un punct $P'_1(y_{P'})$ situat în același plan meridian, de aceeași parte a axei optice și la aceeași distanță de axa optică principală a sistemului optic centrat ca și punctul obiect P_1 [v. (89) din care rezultă $y_{P'} = y_P$].

b) Plane focale. Focare principale. Distanțe focale. Planele conjugate punct cu punct cu planele de la infinit perpendiculare pe axa optică se numesc plane focale.

Planul focal obiect este determinat în condiția:

$$x = -\infty \quad (91)$$

și în conformitate cu (87) are poziția dată de formula:

$$V_1 F = x_F = -\frac{nR_{22}}{R_{21}} \quad (92)$$

Punctul F de intersecție a planului obiect cu axa optică principală se numește focar principal obiect al sistemului optic centrat. Distanța $PF=f$ de la planul principal obiect la planul focal obiect se numește distanță focală obiect a sistemului optic și în conformitate cu (92) și (90) este dată de formula:

$$f = x_F - x_P = -\frac{n}{R_{21}} \quad (93)$$

Planul focal imagine este determinat în condiția:

$$x = \infty \quad (94)$$

și în conformitate cu (87) are poziția dată de formula:

$$V_0 F' = x_{F'} = \frac{n'R_{11}}{R_{21}} \quad (95)$$

Punctul F' de intersecție a planului focal imagine cu axa optică principală se numește focar principal imagine al sistemului optic centrat. Distanța de la planul principal imagine la planul focal imagine se numește distanță focală imagine a sistemului optic centrat și în conformitate cu (95) și (90) este dată de formula:

$$f' = x_{F'} - x_{P'} = \frac{n'}{R_{21}} \quad (96)$$

Din (96) și (93) rezultă:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \quad (97)$$

În conformitate cu (97) sistemele optice centrate în care $n'=n$ au distanța focală imagine egală și de semn opus cu distanța focală obiect ($f'=-f$).

După distanțele focale, sistemele optice pot fi convergente dacă $f'>0$, $f<0$ [Fig. (58)], divergente dacă $f'<0$, $f>0$ și afocale (telescopice) dacă $f'=-f=\infty$.

c) Puncte nodale. Punctele conjugate N și N' situate pe axa optică principală pentru care mărirea unghiulară este egală cu unitatea

$$M_U = \frac{\sigma_{N'}}{\sigma_N} = 1 \quad (98)$$

se numesc puncte nodale ale sistemului optic centrat. Din (98) și (85) rezultă că pentru punctele situate în planele conjugate care trec prin punctele nodale avem:

$$M_N = \frac{n}{n'} \quad (99)$$

Înlocuind (99) în (88) rezultă că punctele nodale obiect (N) și imagine (N') au poziții determinate prin relațiile:

$$x_N = -\frac{nR_{22} - n'}{R_{21}} \quad (100); \quad x_{N'} = \frac{n'R_{11} - n}{R_{21}} \quad (101)$$

Pentru cazurile în care $n'=n$, din (85) rezultă:

$$M_U = \frac{1}{M} = \frac{1}{S_{11}} = S_{22} \quad (102)$$

iar din (100), (101) și (90) rezultă:

$$x_P = x_N; \quad x_{P'} = x_{N'} \quad (103)$$

Punctele nodale au proprietatea remarcabilă că o rază incidentă care trece (sau a cărei prelungire trece) prin punctul nodal obiect N și formează cu axa optică un unghi σ_N (Fig. 58), raza emergentă (sau prelungirea ei) trece prin punctul nodal imagine N' și formează cu axa optică același unghi ($\sigma_{N'} = \sigma_N$). Cu alte cuvinte, o rază care trece prin punctul nodal obiect nu-și schimbă direcția la trecerea prin sistem. [În cazul dioptrului (și a oglinzilor sferice), din (26) rezultă $R_{11}=1$, $R_{12}=0$, $R_{21}=0$, $R_{22}=1$ iar din (90), (100), (101) rezultă că planele principale Π_P și $\Pi_{P'}$ sînt tangente la suprafața dioptrului în vârful lui iar punctele nodale N și N' coincid cu centrul de curbură C: $x_P = x_{P'} = 0$, $x_N = x_{N'} = R$].

Planele principale Π_P și $\Pi_{P'}$, punctele principale P și P', planele focale Π_F și $\Pi_{F'}$, focarele F și F' și punctele nodale N și N' sînt cunoscute sub denumirea de elementele cardinale ale sistemului optic centrat.

§3.8. Construcția imaginilor în sisteme optice centrate folosind elementele cardinale. Deseori în practică este nevoie să se construiască imaginea unui obiect într-un sistem optic. Construcția imaginii se poate face simplu dacă sînt cunoscute pozițiile elementelor cardinale ale sistemului optic centrat. Modul de construcție a imaginii unui obiect liniar AB situat perpendicular pe axa optică a sistemului optic centrat este reprezentat schematic în figura 58. În conformitate cu ecuația punctelor conjugate (87) pentru un plan obiect Π perpendicular pe axa optică ($x=\text{const.}$) se obține un plan imagine Π' perpendicular pe axa optică ($x'=\text{const.}$). Imaginea punctului A situat pe axa optică va fi situată tot pe axa optică deoarece raza incidentă care are direcția axei optice nu-și schimbă direcția de propagare (trece prin punctele nodale N și N'). Rezultă că pentru a construi imaginea obiectului AB este suficient să construim imaginea punctului B situat în afara

axei optice și din punctul imagine obținut să coborîm o perpendiculară pe axa optică. Pentru realizarea construcției se folosesc două raze care pornesc din punctul obiect și pentru care pot fi construite cu ușurință razele corespondente în spațiul imagine. Aceste raze pot fi:

1. O rază paralelă cu axa optică principală. Această rază (sau prelungirea ei) intersectează planul principal obiect în punctul P_1 (Fig. 58) după care raza (sau prelungirea ei) în spațiul imagine, trebuie să treacă prin punctul P'_1 din planul principal imagine (care, conform cu (89), se află la distanța $PP'_1 = PP_1$ de axa optică principală) și prin focarul imagine F'.

2. O rază care trece prin focarul obiect F. Această rază (sau prelungirea ei) intersectează planul principal obiect în punctul R_2 . În spațiul imagine ea trebuie să fie paralelă cu axa optică principală și să treacă prin punctul P'_2 din planul principal imagine la distanța $PP'_2 = PP_2$ de axa optică principală.

3. În unele cazuri se poate folosi și raza BN care trece prin punctul nodal obiect N. Această rază (sau prelungirea ei) intersectează planele Π și Π' la distanța $PP'_6 = PP_6$ după care trece prin punctul nodal imagine N' și formează cu axa optică un unghi $\sigma_{N'} = \sigma_N$ (Fig. 58).

Intersecția a două din cele trei raze emergente (sau a prelungirilor lor) determină punctul B' care este imaginea punctului B. Ducînd o perpendiculară din B' pe axa optică principală obținem imaginea A'B' a obiectului AB.

Construcția imaginii unui punct obiect A situat pe axa optică principală a sistemului optic centrat (Fig. 58) poate fi realizată cu ajutorul a două raze care pornesc din A: una pe direcția axei optice, care trece nedeviată și o rază oarecare AP_3 care intersectează planul principal obiect într-un punct P_3 . Raza corespunzătoare în spațiul imagine (sau prelungirea ei) trebuie să treacă prin punctul P'_3 situat în planul principal imagine la distanța $PP'_3 = PP_3$. Pentru a determina încă un punct, care împreună cu punctul P'_3 să determine raza în spațiul imagine, poate fi utilizată una din razele ajutătoare R_1 sau R_2 (care nu provin de la punctul obiect) dar care sînt paralele cu raza incidentă AP_3 și care trec; una prin focarul F (raza FP_4) și alta prin punctul nodal obiect (raza NP_5). Raza FP_4 , care intersectează planul principal obiect în punctul P_4 , în spațiul imagine trece prin punctul P'_4 situat în planul principal imagine la distanța $PP'_4 = PP_4$ și este paralelă cu axa optică principală. Ea intersectează planul focal imagine în punctul F'_5 . Acest punct este focarul secundar imagine pentru fasciculul incident de raze care are direcția razei AP_3 . De aceea prin acest punct trebuie să treacă și raza emergentă corespunzătoare razei AP_3 . La intersecția razei $P'_3F'_5$ cu raza incidentă pe direcția axei optice se află punctul A' care este imaginea punctului A. Aceeași imagine se obține și cu raza NP_5 care trece prin punctul nodal obiect N, intersectează

planul principal obiect în P_5 , planul principal imagine în P'_5 la distanța $PP'_5 = PP_5$ și părăsește sistemul optic pe direcția P'_5N' (paralelă cu NP_5) determinînd același focar secundar F'_S și deci aceeași direcție $P'_3F'_S$ a razei emergente și același punct imagine A' a punctului A .

§3.9. Lentile. Formule fundamentale. Elemente cardinale.

Un sistem optic centrat format din doi dioptri se numește lentilă. În figura 59 este reprezentată schematic o lentilă. Distanța $V_1V_2=d$ dintre vîrfurile celor doi dioptri se numește grosimea lentilei. Lentila fiind un sistem optic centrat, format din doi dioptri, toate formulele deduse în paragraful precedent pentru sistemele optice centrate sînt valabile și pentru lentile. În acest caz, în conformitate cu (68), matricea de refracție a lentilei poate fi scrisă sub forma:

$$R_L = \bar{R}_2 \tau \bar{R}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \quad (104)$$

în care $\bar{R}_1$ este matricea de refracție în primul dioptru de rază de curbură R_1 , τ matricea de translație între vîrfurile celor doi dioptri, $\bar{R}_2$ matricea de refracție în cel de al doilea dioptru de rază de curbură R_2 iar

$$\varphi_1 = \frac{n_2 - n}{R_1} ; \quad \varphi_2 = \frac{n' - n_2}{R_2} \quad (105)$$

$$d = V_1V_2$$

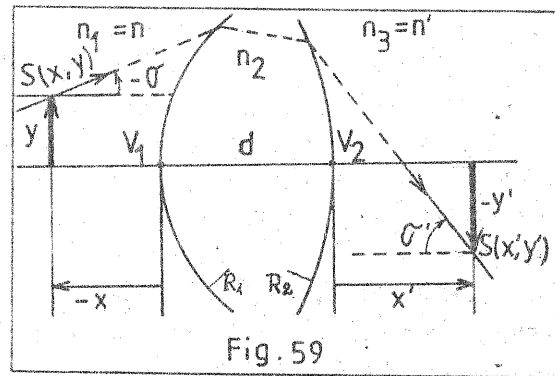


Fig. 59

Făcînd produsul matricelor (104) și identificînd elementele de matrice R_{ij} din (104) cu elementele matricei produs se pot obține relațiile:

$$R_{11} = 1 - \varphi_1 \frac{d}{n_2} = 1 - \frac{n_2 - n}{n_2} \frac{d}{R_1}$$

$$R_{12} = -\frac{d}{n_2}$$

$$R_{21} = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 \frac{d}{n_2} = \frac{n_2 - n}{R_1} + \frac{n' - n_2}{R_2} - \frac{n_2 - n}{R_1} \frac{n' - n_2}{R_2} \frac{d}{n_2} \quad (106)$$

$$R_{22} = 1 - \varphi_2 \frac{d}{n_2} = 1 - \frac{n' - n_2}{n_2} \frac{d}{R_2}$$

După cum rezultă din (106), elementele de matrice ale matricei de refracție a lentilei sînt determinate de indicii de refracție ai substanțelor care formează sistemul (lentila), de grosimea lentilei și de razele de curbură ale suprafețelor de separație. Dacă aceste mărimi sînt date, elementele de matrice (106) pot fi calculate numeric. Pentru aceasta, toate distanțele din (106) se exprimă în aceleași unități (de ex. în cm) cu semnul care rezultă din regulile de semn stabilite (§3.1.). Din (77) rezultă că matricea lentilei poate fi scrisă sub forma:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{x}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \quad (107)$$

în care, analog cu (78), avem:

$$L_{11} = R_{11} - R_{21} \frac{x}{n} ; \quad L_{12} = R_{12} + R_{11} \frac{x}{n} - R_{22} \frac{x}{n} - R_{21} \frac{xx'}{nn'}$$

$$L_{21} = R_{21} ; \quad L_{22} = R_{22} + R_{21} \frac{x}{n} \quad (108)$$

Legătura dintre mărimile (x, y, σ) , care determină razele incidente care trec prin punctul obiect $S(x, y)$ (Fig. 59), și mărimile (x', y', σ') , care determină razele emergente (sau prelungirile lor) în punctul $S'(x', y')$, ținînd seama de (79), poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{pmatrix} y' \\ n'\sigma' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n\sigma \end{pmatrix} \quad (109)$$

Din (109) rezultă relațiile:

$$y' = L_{11}y + L_{12}(n\sigma)$$

$$n'\sigma' = L_{21}y + L_{22}(n\sigma) \quad (110)$$

în care, conform cu (81) avem:

$$L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21} = 1 \quad (111)$$

Folosind elementele de matrice R_{ij} (106) și formulele (87) și (88) putem calcula toate caracteristicile imaginii formate de lentilă. Putem calcula deasemenea pozițiile elementelor cardinale x_p și x'_p (90), x_N și x'_N (101), x_F și x'_F (92), (95)] precum și distanțele focale f și f' [(93), (96)]. Toate acestea pot fi obținute și direct din formulele (104)-(111) scrise pentru lentile, în condiția de stigmatism $L_{12}=0$, procedînd ca în cazul teoriei generale a sistemelor optice (§3.6).

Lentile subțiri. Un sistem optic centrat format din doi dioptri cu vîrfurile apropiate astfel încît, în prima aproximație,

$$V_1 V_2 = d \approx 0 \quad (112)$$

se numește lentilă subțire.

Lentila subțire fiind un sistem optic centrat, toate formulele stabilite pentru sisteme optice centrate și, în particular pentru lentile groase, sînt valabile și pentru lentile subțiri dacă luăm $d=0$. Astfel, în conformitate cu (104), matricea de refracție a unei lentile subțiri poate fi exprimată sub forma:

$$R_L = \bar{R}_2 \tau \bar{R}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_L & 1 \end{pmatrix} \quad (113)$$

în care, conform cu (105), avem:

$$\varphi_L = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{n_2 - n}{R_1} + \frac{n' - n_2}{R_2} \quad (114)$$

Pentru lentile subțiri ($d=0$), din (106) [sau (113)] rezultă că elementele de matrice ale matricei de refracție sînt:

$$R_{11} = 1, \quad R_{12} = 0, \quad R_{21} = \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_L, \quad R_{22} = 1 \quad (115)$$

în care φ_L este dat de (114).

Folosind (115) toate formulele obținute pentru sistemele optice centrate (în particular pentru lentile groase) pot fi scrise pentru lentile subțiri după cum urmează:

a) pozițiile planelor principale (90):

$$x_p = x'_p = 0 \quad (116)$$

b) pozițiile punctelor nodale (100), (101):

$$x_N = -x'_N = -\frac{n - n'}{\varphi_L} \quad (117)$$

c) distanțele focale [(93), (96)]:

$$x_F = f = -\frac{n}{\varphi_L}; \quad x'_F = f' = \frac{n'}{\varphi_L} \quad (118)$$

d) ecuația punctelor conjugate (condiția de stigmatism) (87):

$$\frac{n'}{x'} - \frac{n}{x} = \frac{n_2 - n}{R_1} + \frac{n' - n_2}{R_2} \quad (119)$$

e) mărirea liniară transversală (88):

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{n x'}{n' x} \quad (120)$$

Formulele (116), (117) și (118) determină elementele cardinale ale lentilelor subțiri. Formulele (119) și (120) determină complet condițiile de formare a imaginilor în lentile subțiri în aproximația razelor paraxiale.

În cazurile în care de ambele părți ale lentilei se află același mediu ($n'=n$) formulele (114-120) devin mai simple, după cum urmează:

$$\alpha) \quad \varphi_L = (n_2 - n) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (121)$$

$$\beta) \quad x_p = x'_p = 0, \quad x_N = x'_N = 0 \quad (122)$$

$$\gamma) \quad \frac{1}{f} = -\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - n}{n} \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (123)$$

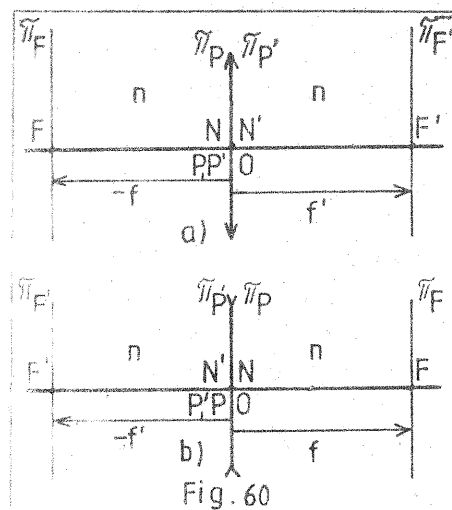
$$\delta) \quad \frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f} \quad (124)$$

$$\epsilon) \quad M = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \quad (125)$$

Folosind (121) și (123) rezultă că matricea de refracție a lentilei subțiri (113) (în cazurile $n'=n$) poate fi scrisă sub forma:

$$R_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (126)$$

Din (122) rezultă că în cazurile $n'=n$, punctele nodale coincid cu punctele principale care coincid, în primă aproximație, cu vîrfurile suprafețelor de separație ale lentilei. În aceste condiții lentilele subțiri pot fi reprezentate schematic ca în figura 60 prin planele lor principale Π_p și $\Pi_{p'}$ (122). Punctul comun O , în care sînt situate punctele principale P și P' și punctele nodale N și N' se numește centru optic al lentilei.



Din (123) rezultă că în condiția $n'=n$ cele două focare: F (focarul obiect) și F' (focarul imagine) sînt situate de o parte și de alta a lentilei la distanțe egale (Fig.60). Lentilele sînt de două feluri: convergente cu $f'>0$, $f<0$ (Fig.60 a) și divergente cu $f'<0$, $f>0$, (Fig.60 b). În figura 60 Π_F și $\Pi_{F'}$ sînt planele focale ale lentilei. Elementele cardinale ale lentilei se definesc la fel ca în cazul sistemelor optice centrate (§3.6). Focarele lentilelor convergente sînt reale iar focarele lentilelor divergente sînt virtuale. Mărima:

$$C = \frac{1}{f'} = \left(\frac{n_2}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (127)$$

se numește convergența lentilei și se măsoară în

dioptri. Dioptria este convergența unei lentile cu distanța focală de un metru. Din definiție, rezultă că lentilele convergente au convergența pozitivă iar lentilele divergente au convergența negativă.

După cum rezultă din (127), convergența unei lentile este determinată de produsul celor doi factori care apar în formulă: unul determinat de indicele de refracție relativ $\frac{n_2}{n}$ al materialului lentilei față de mediul în care lentila este situată și altul determinat de razele de curbura ale lentilei.

Dacă $n_2 > n$ (ex. lentile de sticlă situate în aer), atunci lentilele pentru care $\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) > 0$ au $C = \frac{1}{f'} > 0$ și sînt convergente. Din considerente geometrice simple rezultă că în acest caz lentilele convergente sînt mai groase la mijloc decît la margini și pot avea secțiuni ca cele prezentate în figura 61 (a,b,c). Lentilele convergente pot fi biconvexe (a), plan-convexe (b) și concav-convexe (menisc convergent) (c). În condiția $n_2 < n$, lentilele pentru care $\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) < 0$ au $C = \frac{1}{f'} < 0$ și sînt divergente. Aceste lentile sînt mai subțiri la mijloc decît la margini și pot avea secțiuni ca cele prezentate în figura 61 (d,e,f).

Lentilele divergente pot fi biconcave (d), plan-concave (e) și convex-concave (menisc divergent) (f).

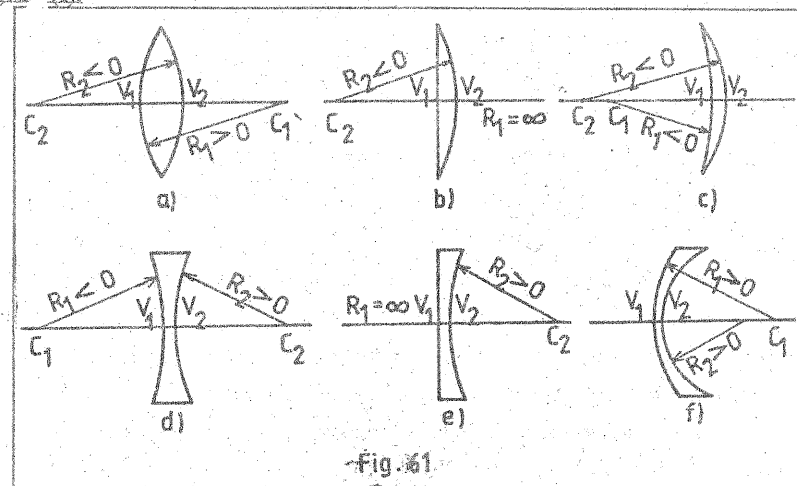


Fig. 61

Dacă substanța din care este realizată lentila are indicele de refracție mai mic decît al mediului exterior ei ($n_2 < n$) atunci lentilele reprezentate în figura 61 (a,b,c) sînt divergente iar lentilele din figura 61 (d,e,f) sînt convergente.

§3.10. Construcția imaginilor în lentile subțiri.

Deseori este util să realizăm construcția grafică a imaginii unor obiecte. Pentru realizarea construcțiilor grafice sînt utilizate acele raze ale fasciculului de raze care provin de la punctul obiect sau acele raze ajutătoare (fictive) pentru care este ușor să se determine razele refractate folosind proprietățile elementelor cardinale ale lentilei. În cazul lentilelor subțiri (Fig.60), conform cu (116), planele principale Π_P și $\Pi_{P'}$, coincid unul cu altul și sînt perpendiculare pe axa optică principală în centrul optic O al lentilei. În cazurile în care deoparte și de alta a lentilei se află același mediu ($n'=n$) conform cu (122) punctele principale P și P' și punctele nodale N și N' sînt situate și ele în centrul optic O (Fig.60). În acest caz, în conformitate cu cele arătate la construcția imaginilor în sisteme optice centrate (§3.8), există trei tipuri de raze (reale sau fictive) pentru care direcțiile razelor refractate pot fi determinate cu ușurință atît în cazul lentilelor convergente (Fig.62 a) cît și în cazul lentilelor divergente (Fig.62 b).

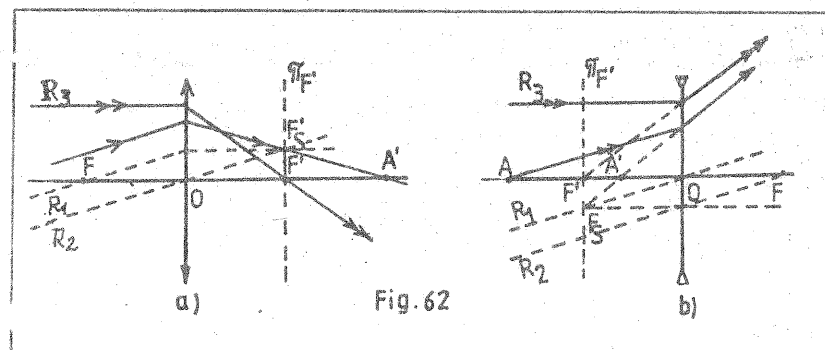


Fig. 62

1. O rază care trece prin centrul optic O (punctele nodale N, N') și formează cu axa optică un unghi oarecare σ_N trece prin lentila nedeviată (ex. raza R_1).
2. O rază care trece prin focarul principal obiect F (sau a cărei prelungire trece prin F) în spațiul imagine este paralelă cu axa optică principală (ex. raza R_2).
3. O rază paralelă cu axa optică principală după refracție trece (sau prelungirea ei trece) prin focarul principal imagine F' (ex. raza R_3).

Pentru a construi imaginea unui punct obiect sînt suficiente oricare două din cele trei raze menționate mai sus. În figura 62 este prezentat modul de construcție al imaginii unui punct obiect A situat pe axa optică principală a unei lentile convergente (a) și divergente (b). În cazul lentilelor convergente, în funcție de poziția obiectului (real) imaginea poate fi reală (Fig. 62 a) sau virtuală iar în cazul lentilelor divergente imaginea este totdeauna virtuală (nu poate fi obținută pe un ecran) oriunde ar fi situat obiectul (real) față de lentilă (Fig. 62 b).

§3.11. Sisteme optice centrate formate din două lentile subțiri. Formarea imaginilor.

Să considerăm un sistem optic centrat format din două lentile subțiri de indici de refracție n_1 și n_2 și de raze de curbură (R_1, R_2) și, respectiv, (R_3, R_4) situate într-un mediu de indice de refracție n la distanța $O_1O_2=d$ una de alta (Fig. 63). În figura 63 lentilele sînt reprezentate prin planele lor principale Π_{L_1} și Π_{L_2} . Ținînd seama de faptul că sistemul conține patru dioptri grupați în două perechi, care constituie cele două lentile, putem scrie matricea de refracție a sistemului sub forma:

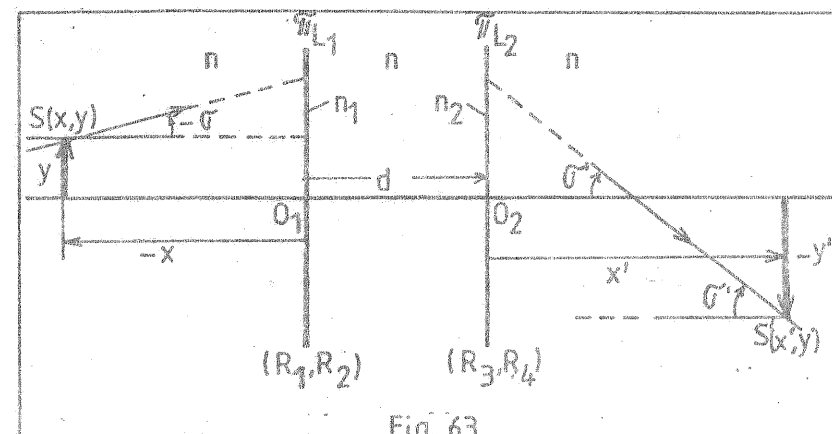


Fig. 63

$$R_s = \begin{pmatrix} \frac{1}{f_2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{f_1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \quad (128)$$

în care:

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n_1}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right); \quad \frac{1}{f_2} = \left(\frac{n_2}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \right) \quad (129)$$

sînt, respectiv, convergentele celor două lentile. În produsul de matrici (128) de la dreapta la stînga (în ordine) avem: matricea de refracție a primei lentile (L_1), matricea de translație între cele două lentile (pe distanța d în mediul cu indice de refracție n) și matricea de refracție a celei de a doua lentile (L_2). Efectuînd produsul matricelor (128) rezultă că elementele de matrice ale matricei de refracție a sistemului sînt date de relațiile:

$$R_{11} = 1 - \frac{d}{f_1}; \quad R_{12} = -\frac{d}{n}; \quad R_{21} = n \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \right) = -n \frac{\Delta_{12}}{f_1 f_2}; \quad R_{22} = 1 - \frac{d}{f_2} \quad (130)$$

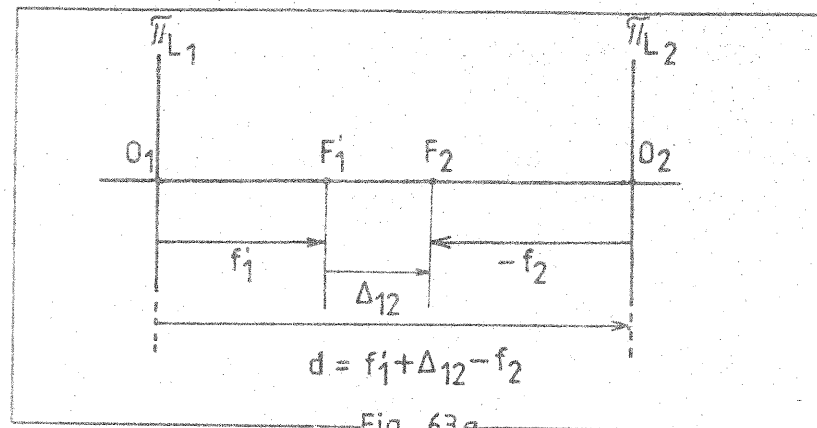


Fig. 63 a

În (130) mărimea:

$$\Delta_{12} = d - f_1 + f_2 = d - f_1 - f_2' \quad (131)$$

este distanța dintre focarul imagine F_1' al primei lentile și focarul obiect F_2 al lentilei a doua și se numește **interval optic** al sistemului optic centrat (Fig. 63 a).

Folosind (130) putem scrie matricea sistemului optic centrat sub forma:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \quad (132)$$

unde matricele care apar sub formă de produs au semnificațiile cunoscute (cea din dreapta este matricea de translație în spațiul obiect cea din mijloc matricea de refracție a sistemului iar cea din stînga matricea de translație în spațiul imagine).

Efectuînd produsul matricelor (132) rezultă că elementele de matrice ale matricei sistemului sînt:

$$\begin{aligned} S_{11} &= R_{11} - R_{21} \frac{x}{n} & S_{12} &= R_{11} \frac{x}{n} + R_{12} - R_{21} \frac{xx}{n^2} - R_{22} \frac{x}{n} \\ S_{21} &= R_{21} & S_{22} &= R_{21} \frac{x}{n} + R_{22} \end{aligned} \quad (133)$$

În conformitate cu (81) elementele de matrice (133) satisfac egalitatea:

$$S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 1 \quad (134)$$

Din teoria generală a sistemelor optice centrate [formula (79)] rezultă că transformările liniare care stabilesc legătura între mărimile (x, y, σ) , care determină razele incidente în punctul S,

(Fig. 63), și mărimile (x', y', σ') , care determină razele emergente (sau prelungirile lor) în punctul S' pot fi scrise sub forma:

$$\begin{pmatrix} y' \\ n\sigma' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n\sigma \end{pmatrix} \quad (135)$$

Din (135) rezultă:

$$\begin{aligned} y' &= S_{11}y + S_{12}(n\sigma) \\ (n\sigma') &= S_{21}y + S_{22}(n\sigma) \end{aligned} \quad (136)$$

Folosind formulele (136) [în care elementele de matrice S_{ij} (133) satisfac ecuația (134) iar elementele de matrice R_{ij} sînt date de (130)], putem determina complet condițiile de formare a imaginilor în sistemul optic centrat (ecuația punctelor conjugate și formula măririi liniare transversale) în aproximația razelor paraxiale precum și elementele cardinale și distanțele focale ale sistemului optic centrat. Astfel, condiția de stigmatism $S_{12}=0$ poate fi scrisă sub forma:

$$\left(1 - \frac{d}{f_1}\right) \frac{1}{x'} - \left(1 - \frac{d}{f_2}\right) \frac{1}{x} - \frac{d}{xx'} + \frac{\Delta_{12}}{f_1 f_2} = 0 \quad (137)$$

iar formula măririi liniare poate fi scrisă sub forma:

$$M = \frac{y'}{y} = S_{11} = \frac{1}{S_{22}} = \frac{f_2(f_1 - d) + \Delta_{12}x'}{f_1 f_2} = \frac{f_1 f_2'}{f_1(f_2 - d) - \Delta_{12}x} \quad (138)$$

Din (137) rezultă că pozițiile planelor focale $\Pi_F(x'=\infty)$ și $\Pi_F(x=-\infty)$ și ale focarelor principale P și F' ale sistemului pot fi calculate cu formulele:

$$O_1 F = x_F = -\frac{f_1'(d - f_2)}{\Delta_{12}} \quad ; \quad O_2 F' = x_{F'} = \frac{f_2(d - f_1)}{\Delta_{12}} \quad (139)$$

Din (138) în condiția $M=1$ rezultă că pozițiile planelor principale Π_P și Π'_P și ale punctelor principale P și P' sînt date de formulele:

$$O_1 P = x_P = -\frac{df_1}{\Delta_{12}} \quad ; \quad O_2 P' = x_{P'} = \frac{df_2}{\Delta_{12}} \quad (140)$$

Din (136), în condiția $y=0$, ținînd seama de (138) avem:

$$M_U = \frac{\sigma}{\sigma'} = S_{22} = \frac{1}{M} \quad (141)$$

În condiția $M_U=1$, din (141) rezultă $M_N=1$ iar din (138) și (140) rezultă că punctele nodale coincid cu punctele principale corespunzătoare:

$$x_N = x_P \quad ; \quad x_{N'} = x_{P'} \quad (142)$$

Acest rezultat a fost stabilit și în teoria generală a sistemelor optice centrate în cazul $n'=n$ [v.(103)].

Din (139) și (140) rezultă că distanțele focale ale sistemului pot fi calculate cu formulele:

$$PF = f = x_F - x_P = \frac{f_1' f_2'}{\Delta_{12}} \quad ; \quad P'F' = f' = x_P' - x_F' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta_{12}} \quad (143)$$

Folosind (131), formulele (143) pot fi scrise sub forma:

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (144)$$

sau sub forma:

$$C = C_1 + C_2 - dC_1 C_2 \quad (145)$$

unde $C = \frac{1}{f}$ este convergența sistemului optic iar C_1 și C_2 convergențele celor două lentile.

Formula (145) arată că convergența sistemului optic centrat format din două lentile subțiri este determinată de convergențele lentilelor componente și de distanța d dintre ele.

Dacă sistemul este format din două lentile subțiri lipite una de alta ($d=0$), din (145) rezultă:

$$C = C_1 + C_2 \quad (146)$$

Relația (146) arată că sistemul optic format din două lentile subțiri lipite este echivalent cu o lentilă subțire care are convergența egală cu suma convergențelor celor două lentile. Dacă la sistemul format din cele două lentile, echivalente cu o lentilă de convergență $C=C_1+C_2$, se asociază încă o lentilă subțire cu convergența C_3 , din (146) rezultă că convergența sistemului format din trei lentile subțiri lipite este:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \quad (147)$$

Raționind în același mod, prin inducție, rezultă că convergența unui sistem optic centrat format din m lentile subțiri lipite de convergențe $C_1, C_2, \dots, C_m$ este dată de suma algebrică a convergențelor:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_m \quad (148)$$

În (148) valorile numerice ale convergențelor lentilelor divergente se iau cu semnul minus. Dacă radițiile care străbat sistemul optic format din lentile subțiri lipite se reflectă de o oglindă acolată (lipită) la sistem, radițiile străbat sistemul în ambele sensuri. În acest caz, în (148) convergența fiecărei lentile intervine de două ori iar a oglinzii o singură dată. Facem precizarea că, datorită utilizării convenției de semn, toate relațiile care intervin în calcul se scriu exact la fel pentru ambele sensuri de propagare sensul pozitiv fiind sensul de propagare a radițiilor

optice. Originea de măsurare a distanțelor în spațiul imagine, în lungul axei optice, este vârful ultimei suprafețe de separație străbătută de radițiile optice.

§3.12 Sisteme telescopice formate din două lentile subțiri.

Sistemele optice pentru care $f' = -f = \infty$ se numesc telescopice (afocale). Pentru astfel de sisteme din (144) și (131) rezultă:

$$O_1 O_2 = d = f_1' + f_2' \quad , \quad \Delta_{12} = 0 \quad (149)$$

iar relațiile (130) pot fi scrise sub forma:

$$R_{11} = -\frac{f_2'}{f_1} \quad , \quad R_{12} = -\frac{f_1' + f_2'}{n} \quad , \quad R_{21} = 0 \quad , \quad R_{22} = -\frac{f_1'}{f_2} \quad (150)$$

Din (149) rezultă că sistemele afocale sînt acelea pentru care focarul imagine al primei lentile coincide cu focarul obiect al lentilei a doua. În figura 64 este prezentat schematic un sistem

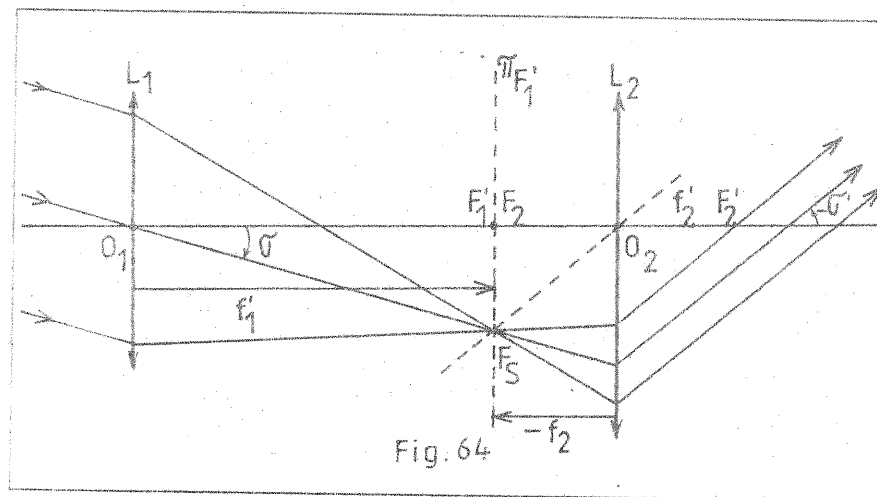


Fig. 64

telescopic format din două lentile subțiri convergente. Deoarece $\Delta_{12}=0$, din ecuația punctelor conjugate (137) rezultă că pentru un plan obiect situat la infinit ($x=-\infty$) corespunde un plan imagine situat tot la infinit ($x'=\infty$). Rezultă că sistemul telescopic transformă un fascicul de raze paralele tot într-un fascicul de raze paralele (Fig.64). Ținând seama de (150), din (141) și (138) se obține:

$$M_U = \frac{\sigma}{\sigma} = -\frac{f_1}{f_2} \quad (151)$$

Formula (151) arată că sistemul telescopic schimbă unghiul de înclinare a fasciculelor de raze paralele față de axa optică principală. Pentru puncte obiect situate la infinit, sau în planul focal obiect al unei lentile convergente, sistemul telescopic formează imagini reale în planul focal imagine Π_{F_2} al lentilei L_2 (ex. punctul F_2 din Fig.64). Din figura 64 rezultă:

$$F_2 F_1 = -f_1' \sigma = f_2' \sigma \quad (152)$$

Un observator care privește prin lentila L_2 poate observa imaginile formate în planul Π_{F_1} . Dacă în planul Π_{F_1} se montează un reticul din fire subțiri ortogonale, cu centrul în F_2 , sistemul optic poate fi orientat cu axa optică pe direcția unui fascicul de raze paralele (pe direcția unui obiect îndepărtat). Pentru aceasta se orientează sistemul optic pînă cînd focarul F_2 al fasciculului (imaginea unui punct obiect) coincide cu intersecția crucii reticulare care marchează punctul F_2 . Sistemul telescopic este folosit adesea pentru determinarea unei direcții și pentru observarea unor obiecte îndepărtate. Acest sistem este cunoscut sub denumirea de lunetă. Lentila L_1 (situată spre obiect) a lunetei se numește obiectiv iar lentila L_2 (situată spre ochi) se numește ocular. Pentru ca mărirea unghiulară M_U (151) să fie mare trebuie ca $f_1' \gg f_2'$.

§3.13 Rolul diaframelor într-un sistem optic centrat.

După cum s-a arătat (§3.6) un sistem optic centrat transformă fasciculele de raze omocentrice tot în fascicule omocentrice dacă acestea sînt paraxiale. Pentru că la formarea imaginilor să participe numai fascicule paraxiale, în sistemele optice sînt introduse ecrane cu orificii circulare centrate pe axa optică. Aceste ecrane, care delimitează fasciculele de radiații ce trec prin sistem, se numesc diafragme. Uneori rolul de diafragme îl au chiar monturile lentilelor sau alte componente care alcătuiesc sistemul optic. Dintre toate diafragmele, una limitează cel mai mult fasciculul incident care provine dintr-un punct de pe axa optică a sistemului. Această diafragmă se numește diafragmă de apertură (Da). Un rol important îl are și diafragma care limitează spațiul obiect, în care pot fi situate punctele obiect pentru care sistemul optic poate forma imagini. Această diafragmă se numește diafragmă de cîmp (Dc). În raport cu o diafragmă aflată în interiorul sistemului optic, sistemul optic poate fi împărțit în două și anume: în sistemul parțial anterior diafragmei (SPA) și sistemul parțial posterior diafragmei (SPP). În figura 65 este reprezentat schematic sistemul optic, prin planele principale Π_1, Π_1' ale SPA și Π_2, Π_2' ale SPP , precum și diafragmele Da și Dc , și imaginile lor în SPA și SPP . Imaginea P_{in} a diafragmei de apertură formată de SPA se numește pupila de intrare. Imaginea P_{ie} a diafragmei de apertură formată de SPP se numește pupila de ieșire. În figura 65 sînt reprezentate razele care trec prin

punctul obiect P și prin puncte de la marginile pupilei de intrare P_{in} , ale diafragmei de apertură Da și ale pupilei de ieșire P_{ie} . Pentru un punct obiect P , valoarea maximă σ_M a unghiului pe care îl formează o rază a fasciculului cu axa optică principală este determinat de raza r_a a diafragmei de apertură sau de raza r_a' a pupilei de intrare. Unghiul σ_M se numește unghi de apertură iar mărirea:

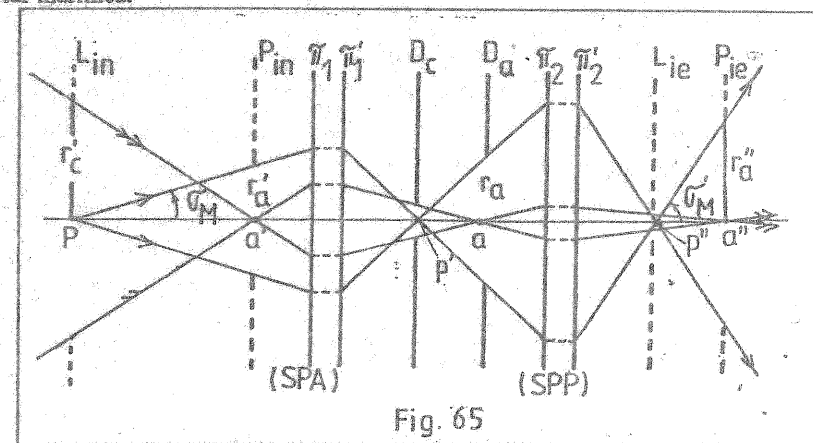


Fig. 65

$$A = n \sin \sigma_M \quad (153)$$

în care n este indicele de refracție al mediului în care se propagă radiațiile, se numește apertură numerică a fasciculului. Dacă fasciculele sînt paraxiale, din figura 65 rezultă:

$$\sigma_M = \frac{r_a}{Pa'} \quad (154)$$

unde Pa' este distanța de la planul obiect la pupila de intrare. Pentru același fascicul, unghiul de apertură în spațiul imagine este:

$$\sigma_M' = \frac{r_a''}{P''a''} \quad (155)$$

unde r_a'' este raza pupilei de ieșire iar $P''a''$ este distanța de la planul imagine la pupila de ieșire. Dacă un sistem optic centrat are mai multe diafragme (incluzînd și monturile lentilelor) se determină razele imaginilor lor în SPA și se calculează σ_M din (154). Diafragma de apertură este aceea pentru care σ_M are valoarea cea mai mică.

Imaginea L_{in} a diafragmei de cîmp Dc formată de SPA se numește lucarnă (fereastră) de intrare iar imaginea L_{ie} a ei, formată de SPP , lucarnă de ieșire. Spațiul în care pot fi situate punctele obiect pentru ca sistemul optic să poată forma imaginile lor se numește cîmp obiect.

Diafragma D_c se numește diafragma de câmp pentru că ea delimitează acest spațiu. Aceeași delimitare o produce și lucarna de intrare L_{in} , ca și cum diafragma D_c ar fi transportată în poziția în care se găsește imaginea ei L_{in} (Fig.65). Dacă punctul obiect P este situat în planul lucarnei de intrare (ca în Fig.65), imaginea lui P' dată de SPA se va forma în planul diafragmei de câmp iar imaginea finală P'' în planul lucarnei de ieșire. Dacă punctul P se află la distanța r mai mare decât raza r_c a lucarnei de intrare atunci imaginea lui se formează pe ecranul diafragmei de câmp D_c care reține radiațiile și sistemul nu formează imaginea finală. Distanța maximă r_M față de axa optică la care poate fi situat punctul obiect pentru care sistemul optic formează imaginea finală se numește câmp liniar transversal. Pentru puncte obiect situate în planul lucarnei de intrare, câmpul liniar transversal este dat de raza r_c a lucarnei de intrare. Câmpul în acest caz este net delimitat (de circumferința lucarnei de intrare) și apare iluminat uniform. Pentru puncte obiect situate în afara planului lucarnei de intrare (de ex. mai departe de sistemul optic) la marginea câmpului, o parte din fasciculul care trece prin diafragma de câmp este delimitat de diafragma de apertură. Acest proces se numește vignetare și are ca efect obținerea unui câmp vizual care nu este bine delimitat deoarece prezintă spre margini o porțiune mai slab iluminată.

§3.14. Defectele sistemelor optice centrate.

O condiție necesară pentru ca un sistem optic să poată forma imagini clare ale unor obiecte este ca el să transforme fasciculele omocentrice tot în fascicule omocentrice. Această condiție nu este suficientă. Pentru ca sistemul să formeze o imagine cât mai asemănătoare cu obiectul este deasemenea necesar ca pentru obiecte plane, ortogonale la axa optică principală, sistemul să formeze imagini plane ortogonale la axa optică principală iar pentru segmente de dreaptă dintr-un astfel de plan obiect să formeze imagini rectilinii, în planul imagine, astfel încât pentru fiecare pereche de puncte conjugate să fie îndeplinită condiția:

$$M = \frac{r}{r'} = \text{const.} \quad (156)$$

unde r este distanța de la punctul obiect la axa optică principală iar r' distanța de la punctul imagine pînă la aceeași axă.

Dacă sistemul optic nu îndeplinește această condiție el nu reproduce corect forma obiectelor și se consideră ca sistemul optic are defecte. Defectele sistemelor optice se numesc aberații optice. Aberațiile optice sînt de două tipuri: geometrice și cromatice.

A) Aberațiile geometrice se datorează formei geometrice a suprafețelor de separație a componentelor sistemelor optice în care radiațiile suferă fenomenul de refracție. Ele apar și

atunci cînd radiația folosită este monocromatică și se manifestă prin deformarea în diferite moduri a imaginii față de obiect. Există următoarele categorii de aberații geometrice (ele vor fi studiate detaliat în cadrul laboratorului):

a) aberația de sfericitate, apare în cazul în care fasciculul incident este un fascicul larg de raze (a cărui axă de simetrie coincide cu axa optică a sistemului) datorită faptului că razele mai depărtate de axa optică sînt mai puternic deviate spre axa optică decît razele paraxiale.

b) coma, apare în cazul unui fascicul incident larg de raze a cărui axă de simetrie este înclinată față de axa optică a sistemului optic (Imaginea unui punct apare de forma unei virgule sau a unei comete cu coadă).

c) astigmatismul, apare în cazul unui fascicul îngust de raze înclinat față de axa optică a sistemului. În acest caz imaginea unui punct apare sub forma a două segmente de dreaptă reciproc ortogonale și situate la distanțe diferite față de sistemul optic.

d) curbura câmpului, este un efect al astigmatismului care face ca pentru o suprafață obiect plană să se obțină o suprafață imagine curbă (convexă sau concavă) cu axa de revoluție pe axa optică a sistemului optic centrat.

e) distorsiunea imaginii. Este un defect produs de prezența unor diafragme în sistemul optic care fac ca pentru obiecte de forma unor segmente de dreaptă sistemul să formeze imagini liniare curbe. Pentru diminuarea aberației de sfericitate, a comei și a astigmatismului în sistemele optice se folosesc diafragme (§3.13) care limitează secțiunea fasciculului de radiații care trece prin sistem și contribuie la formarea imaginii. Orice diafragmă introdusă în sistem produce însă un alt defect numit distorsiunea imaginii. Să analizăm cum se produce distorsiunea în cazul simplu în care sistemul optic este format dintr-o lentilă convergentă L și o diafragmă circulară pe axa optică principală. Vom considera întîi cazul cînd diafragma este situată înaintea lentilei (Fig.66). Ca obiect se folosește o rețea pătratică din sîrmă sau desenată (cu tuș) pe o placă de material transparent R (Fig.66). Rețeaua se așează perpendicular pe axa optică principală astfel încît axa optică trece prin centrul de simetrie S . În schema optică din figura 66 este reprezentată numai partea de sus ABC a rețelei R . Datorită aberației de sfericitate, lentila formează imaginea diafragmei D cu fascicule de raze paraxiale în poziția D' iar cu fascicule puternic înclinate față de axa optică în poziția D'' . În conformitate cu ecuația punctelor conjugate (124), obiectul ABC fiind situat față de lentilă la distanță mai mare

decît diafragma, imaginea $A'B'C'$ se formează mai aproape de lentilă decît imaginile diafragmei. Din figura 66 rezultă că pentru punctele obiect situate mai departe de axa optică, mărirea liniară transversală este mai mică decît pentru punctele obiect situate mai aproape de axa optică

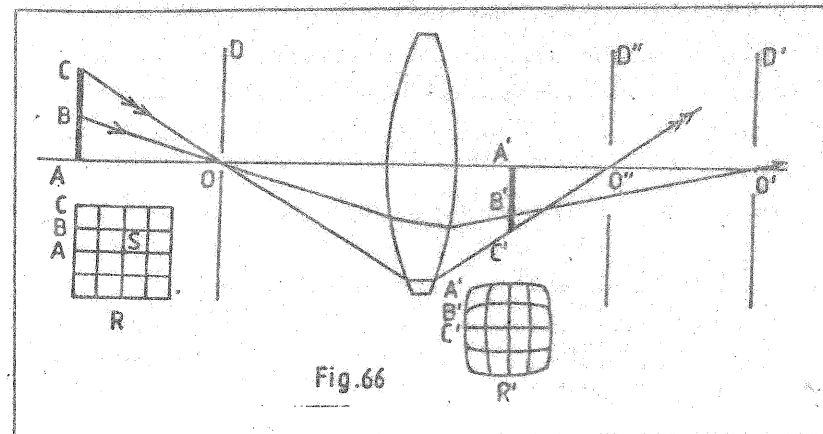


Fig. 66

(ex. $\frac{B'C'}{BC} < \frac{A'B'}{AB}$). Ca urmare, pentru un obiect de forma unui pătrat se obține o imagine deformată (la colțuri) așa cum se vede în figura 66. Această imagine sugerează profilul unui butoiș și se numește distorsiune în butoiș.

Să analizăm cum se formează imaginea dacă diafragma este situată după lentilă (Fig. 67). În acest caz lentila formează imaginea diafragmei cu fascicule paraxiale în poziția D' iar cu fascicule neparaxiale (puternic înclinate față de axa optică) în poziția D'' . Deoarece imaginea obiectului trebuie să se formeze după diafragma D , rezultă că obiectul ABC trebuie situat mai aproape de lentilă decît imaginile diafragmei. Razele care

pornesc din B și C și au direcțiile $O'B$ și $O''C$ trebuie să treacă prin centrul O al diafragmei și au direcțiile OB' și respectiv OC' . Imaginea obiectului ABC este $A'B'C'$ (Fig. 67). Din figura 67 rezultă că în acest caz mărirea liniară transversală este mai mare pentru porțiunile marginale ale imaginii decît pentru cele centrale ($\frac{B'C'}{BC} > \frac{A'B'}{AB}$). Ca urmare, pentru un obiect de forma unui

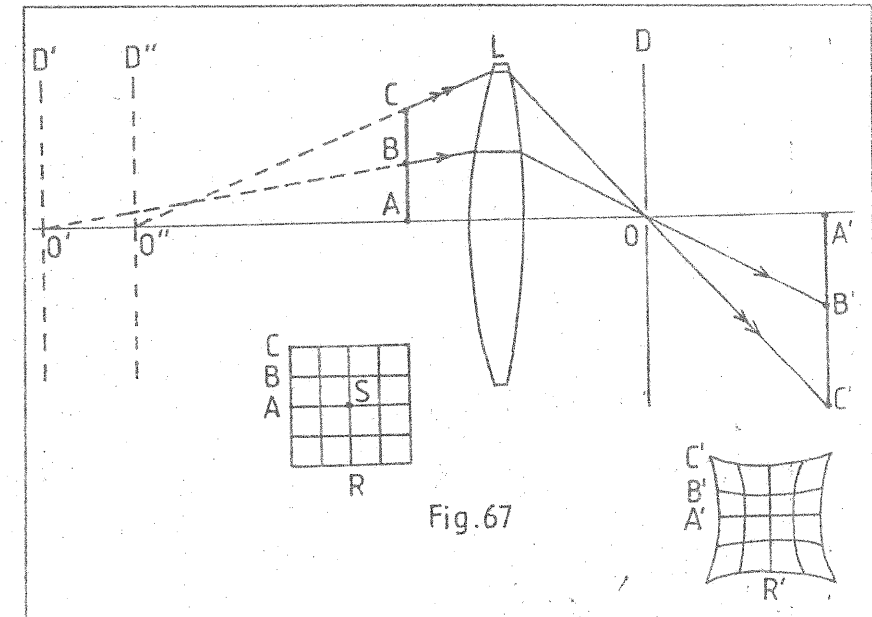


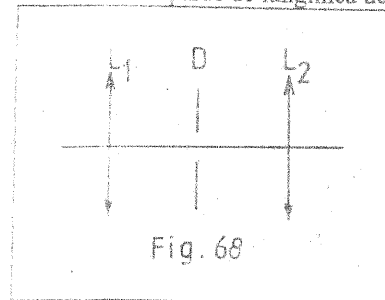
Fig. 67

pătrat situat perpendicular pe axa optică principală a lentilei se obține o imagine cu colțurile alungite sugerînd forma unei pernîțe (Fig. 67). Acest defect poartă denumirea de distorsiune în pernîță.

Distorsiunea imaginii se poate diminua cu un sistem optic format din două lentile convergente identice L_1 și L_2 și o diafragmă D situată simetric între ele (Fig. 68). Lentila L_1 avînd diafragma după ea produce distorsiune în pernîță iar lentila L_2 cu diafragma înaintea produce o distorsiune în butoiș astfel încît cele două distorsiuni se compensează una pe alta. Un sistem optic ca cel prezentat în figura 68 poartă denumirea de dublet simetric și se folosește ca obiectiv în aparatele de proiecție.

B) Aberația cromatică se produce datorită variației indicilor de refracție ai componentelor sistemului optic cu lungimea de undă a radiației, adică datorită fenomenului de dispersie.

Datorită dispersiei, sistemul optic formează pentru un obiect, în general, tot atâtea imagini cu mărirea liniară $M(88)$ diferite câte componente monocromatice conține radiația care participă la formarea imaginilor. Ca urmare, pentru obiectele care emit (reemit) lumina albă imaginile au marginile colorate. Aberrația cromatică se manifestă numai în sistemele optice în care radiațiile se refractă. În cazul reflexiei pe oglinzi, aberația cromatică nu se produce deoarece direcția razelor reflectate nu depinde de lungimea de undă a radiației.



În practică se pune problema realizării unui sistem de lentile echivalente cu o singură lentilă care să nu producă dispersia radiației, adică fără aberații cromatice. Un astfel de sistem se numește sistem de lentile acromatizat. În cele ce urmează vom analiza modalitățile de diminuare sau de eliminare a aberației cromatice a unui sistem optic format din două lentile subțiri.

§3.15. Acromatizarea sistemelor optice.

În conformitate cu formula convergenței (127), o lentilă are totdeauna aberație cromatică deoarece distanța focală (convergența) depinde de lungimea de undă prin intermediul indicilor de refracție. Cu toate acestea, în anumite condiții, cu ajutorul a două sau trei lentile subțiri, se pot realiza sisteme în care aberația cromatică este mult micșorată sau eliminată.

În cazul unui sistem format din două lentile subțiri alăturate, situate în aer ($n=1$), în conformitate cu (146) și (127) putem scrie convergența sistemului sub forma:

$$C = C_1 + C_2 = (n_1 - 1)A + (n_2 - 1)B \quad (157)$$

în care n_1 și n_2 sînt indicii de refracție ai substanțelor din care sînt construite cele două lentile iar A și B sînt constante determinate de razele de curbură ale lentilelor. Pentru ca sistemul să fie lipsit de aberație cromatică, convergența sistemului trebuie să nu depindă de lungimea de undă a radiației adică să fie îndeplinită egalitatea:

$$\Delta C = A\Delta n_1 + B\Delta n_2 = 0 \quad (158)$$

în care Δn_1 și Δn_2 sînt variațiile indicilor de refracție n_1 și n_2 pentru o variație $\Delta\lambda$ a lungimii de undă a radiației. Folosind (157) condiția (158) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{\Delta n_1}{n_1 - 1} C_1 + \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} C_2 = 0 \quad (159)$$

Deoarece pentru substanțe diferite n_1 și n_2 variază cu lungimea de undă în mod diferit (Cap. IV. §3), condiția (159) nu poate fi satisfăcută pentru orice valoare a lungimii de undă. Ea poate fi îndeplinită pentru două radiații a căror lungimi de undă diferă cu o valoare $\Delta\lambda$ determinată. Dacă alegem lungimile de undă (din domeniul vizibil) astfel încît:

$$\Delta n_1 = n_{1F} - n_{1C}, \quad n_1 = n_{1D}, \quad \Delta n_2 = n_{2F} - n_{2C}, \quad n_2 = n_{2D} \quad (160)$$

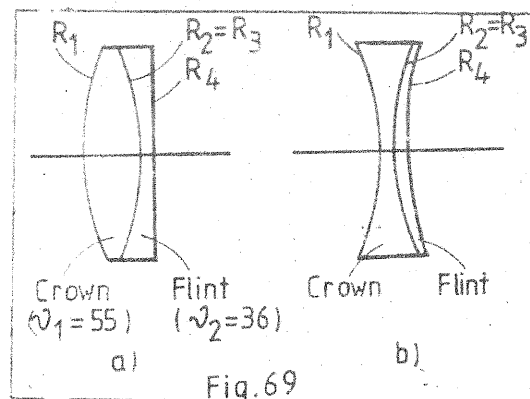
folosind numărul lui Abbé [(34) cap. IV] putem scrie (159) sub forma:

$$\frac{C_1}{\vartheta_1} + \frac{C_2}{\vartheta_2} = 0 \quad (161)$$

Din (161) și (157) se poate obține:

$$C_1 = -\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} C, \quad C_2 = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_2 - \vartheta_1} C \quad (162)$$

Formulele (162) arată că pentru a corecta un sistem de două lentile subțiri alăturate în privința aberației cromatice pentru două lungimi de undă, (F și C , Tabelul II), trebuie ca una din lentile să fie convergentă iar cealaltă divergentă. Deoarece sistemul trebuie să fie sau convergent sau divergent ($C_1 \neq C_2$) din (161) rezultă $\vartheta_1 \neq \vartheta_2$ adică cele două lentile trebuie să fie construite din sticlă optică cu calități de dispersie diferite. Dacă sistemul trebuie să fie convergent ($C > 0$) atunci se poate lua $C_1 > 0$ și $C_2 < 0$ cu $C_1 > |C_2|$ și, conform cu (161), $\vartheta_1 > \vartheta_2$. Pentru lentila convergentă putem utiliza sticlă crown ($\vartheta_1 = 55$) iar pentru lentila divergentă, sticlă flint ($\vartheta_2 = 36$). Pentru a micșora pierderile de lumină prin reflexie, lentilele se construiesc astfel încît razele de curbură ale suprafețelor alăturate să fie egale una cu alta ($R_2 = R_3$). Celelalte două raze de curbură sînt calculate astfel încît odată cu reducerea aberațiilor cromatice să se reducă și aberațiile de sfericitate [$R_4 \in (-6R_1$ și $\infty)$ funcție de valorile n_1 și n_2]. Se obține astfel un sistem acromatizat de forma indicată în figura 69 a. Pentru a construi un sistem acromatizat divergent trebuie să combinăm o lentilă divergentă de crown cu convergentă mai mare (în valoare absolută) cu o lentilă convergentă de flint cu convergența mai mică conform cu formulele (162). Se obține astfel un sistem acromatizat divergent de forma celui reprezentat în figura 69 b. Sistemul corectat pentru două lungimi de undă se numește acromat. Se pot construi sisteme formate din trei lentile subțiri alăturate la care aberația cromatică este eliminată pentru trei lungimi de undă. Ele se numesc apocromate. Astfel de sisteme sînt utilizate, de exemplu, ca obiective în aparatele fotografice de bună calitate. Un sistem care este acromatizat pentru doi sau trei lungimi de undă este aproximativ acromatizat pentru toate lungimile de undă din domeniul spectral în care sînt situate acestea.



Sistemele optice centrate formate din două lentile subțiri distantate una față de alta pot fi realizate astfel încât convergența lor să nu depindă de lungimea de undă. Dacă lentilele sînt situate la distanța d una de alta, în conformitate cu (145), condiția ca sistemul să fie acromatic poate fi scrisă sub forma:

$$\Delta C = \frac{\Delta n_1}{n_1 - 1} C_1 + \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} C_2 - d C_1 C_2 \left(\frac{\Delta n_1}{n_1 - 1} + \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} \right) = 0 \quad (163)$$

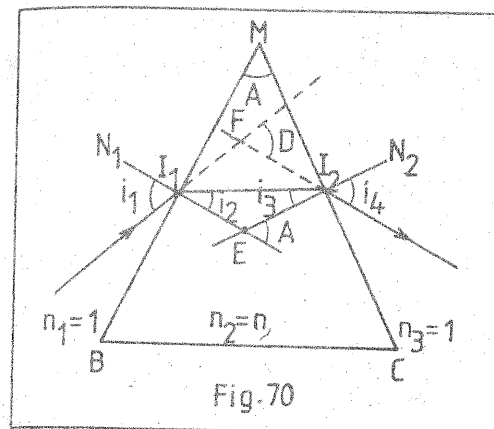
Condiția (163) poate fi îndeplinită pentru toate lungimile de undă dacă lentilele sînt din aceeași substanță. În acest caz, $\frac{\Delta n_1}{n_1 - 1} = \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1}$ și din (163) se obține:

$$d = \frac{C_1 + C_2}{2 C_1 C_2} = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (164)$$

Formula (164) arată că putem realiza un sistem optic cu convergența independentă de lungimea de undă ($\Delta C = 0$) folosind două lentile subțiri realizate din același sort de sticlă pe care le așezăm una față de alta, pe aceeași axă optică, la o distanță egală cu semisuma distanțelor lor focale. Astfel de sisteme se folosesc, de pildă, la construcția ocularului pentru microscop și lunete.

§3.16. Prisma optică

Prisma optică este un sistem format din doi dioptri plani, care formează între suprafețele lor de separație un unghi diedru diferit de zero (Fig. 70). Unghiul diedru A format de suprafețele de



separație MB și MC se numește unghi de refracție al prisme. Dreapta de intersecție a suprafețelor de separație M se numește muchia prisme. Suprafața BC care limitează prisma pe direcția ortogonală la muchie se numește baza prisme. Prisma nu este un sistem optic centrat. Ea nu transformă, în general, un fascicul omocentric incident într-un fascicul refractat tot omocentric decât atunci cînd aproximațiile Gauss sînt îndeplinite pentru ambii dioptri plani care formează prisma. Din această cauză prisma este folosită aproape

exclusiv în fascicule de raze paralele. În acest caz prisma transformă fasciculele incidente de raze paralele în fascicule refractate tot de raze paralele și, ca urmare, nu schimbă structura geometrică a fasciculelor de raze paralele. În figura 70, fasciculul de raze paralele monocromatic este reprezentat printr-o singură rază. Considerăm că prisma este situată în aer ($n_1 = n_3 = 1$) și are indicele de refracție $n_2 = n$. Datorită refracției pe suprafețele MB și MC prisma schimbă direcția de propagare a radiației. Unghiul D format între direcția fasciculului incident și direcția fasciculului emergent se numește unghi de deviație. Din triunghiurile I_1EI_2 și I_1FI_2 pot fi obținute relațiile:

$$\begin{aligned} A &= i_2 + i_3 \\ D &= i_1 - i_2 + i_3 - i_4 = i_1 + i_4 - A \end{aligned} \quad (165)$$

Folosind legile refracției putem scrie:

$$\begin{aligned} \sin i_1 &= n \sin i_2 \\ \sin i_4 &= n \sin i_3 \end{aligned} \quad (166)$$

Din (166) se poate obține egalitatea

$$\sin i_1 + \sin i_4 = n(\sin i_2 + \sin i_3) \quad (167)$$

care poate fi scrisă sub forma:

$$\sin \frac{i_1 + i_4}{2} \cos \frac{i_1 - i_4}{2} = n \sin \frac{i_2 + i_3}{2} \cos \frac{i_2 - i_3}{2} \quad (168)$$

Folosind (165) putem scrie (168) sub forma:

$$\sin \frac{A+D}{2} = n \cdot \sin \frac{A \cos \frac{i_2-i_3}{2}}{\cos \frac{i_1-i_4}{2}} \quad (169)$$

Din (169), (166) și (165) rezultă că unghiul de deviație este funcție de unghiul de incidență i_1 al fascicului. Funcția

$$F(i_1) = \frac{\cos \frac{i_2-i_3}{2}}{\cos \frac{i_1-i_4}{2}} \quad (170)$$

are valoarea minimă $F(i_1)_m = 1$ când

$$i_4 = i_1 = i_{1m}, \quad i_3 = i_2 = i_{2m} \quad (171)$$

În condițiile de deviație minimă (171), din (165) și (169) rezultă:

$$i_{1m} = \frac{A+D_m}{2}; \quad i_{2m} = \frac{A}{2}; \quad n = \frac{\sin \frac{A+D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \quad (172)$$

unde D_m este valoare unghiului de deviație minimă. Ultima relație din (172) permite determinarea indicelui de refracție al prisme pentru radiații monocromatice dacă se măsoară unghiurile A și D_m cu ajutorul unui goniometru. În conformitate cu (171) la minim de deviație fasciculul emergent este simetric cu fasciculul incident față de planul bisector al unghiului A (Fig. 70).

Pentru unghiuri A și D_m mici, când sînt valabile aproximațiile:

$$\sin \frac{A+D_m}{2} \approx \frac{A+D_m}{2}; \quad \sin \frac{A}{2} \approx \frac{A}{2} \quad (173)$$

din (172) se obține:

$$D_m = (n-1)A \quad (174)$$

a) Condiția de emergență. Pentru ca fasciculul de radiații să poată trece prin prisma (fără a suferi reflexie totală pe fața MC) trebuie să avem $i_3 \leq l$ unde l este valoarea unghiului limită care se obține din (166) pentru $i_4 = \frac{\pi}{2}$. Pe de altă parte, din (166) $i_3 \leq l$ deoarece valoarea maximă a lui i_1 este $\frac{\pi}{2}$. Ținînd seama de aceste condiții, din (165) rezultă că pentru ca fasciculul emergent să existe, unghiul prisme nu trebuie să depășească valoarea:

$$A \leq l \quad (175)$$

Condiția (175) poartă numele de condiția de emergență a prisme. De exemplu, pentru o prismă de sticlă cu $n=1,52$ situată în aer ($n=1$), $l=41^\circ$ iar $A \leq 82^\circ$.

b) Dispersia prisme optice. Din (172) rezultă că unghiul de deviație minimă este funcție de lungimea de undă prin intermediul indicelui de refracție. Derivînd relația (172) în raport cu λ se obține:

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{\frac{1}{2} \cos \frac{A+D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \frac{dD_m}{d\lambda} \quad (176)$$

Folosind (172) și (166) putem scrie (176) sub forma:

$$\frac{dD}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - \bar{n}^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \quad (177)$$

unde $\bar{n}$ este valoarea medie a indicelui de refracție al prisme pentru radiațiile cu lungimile de undă cuprinse între λ și $\lambda + d\lambda$. Mărimea $\frac{dD}{d\lambda}$ (177) se numește dispersia unghiulară a prisme și este numeric egală cu variația unghiului de deviație care corespunde unei variații a lungimii de undă de la valoarea λ la $\lambda + d\lambda$ calculată pentru unitate de interval de lungime de undă ($1 \text{ \AA}$). Dispersia unghiulară a prisme este funcție de lungimea de undă a radiației prin intermediul mărimilor $\bar{n}$ și $\frac{dn}{d\lambda}$. Formula (177) exprimă dispersia unghiulară pentru fascicule de radiații care trec prin prismă în condiții apropiate de condițiile de minim de deviație (171).

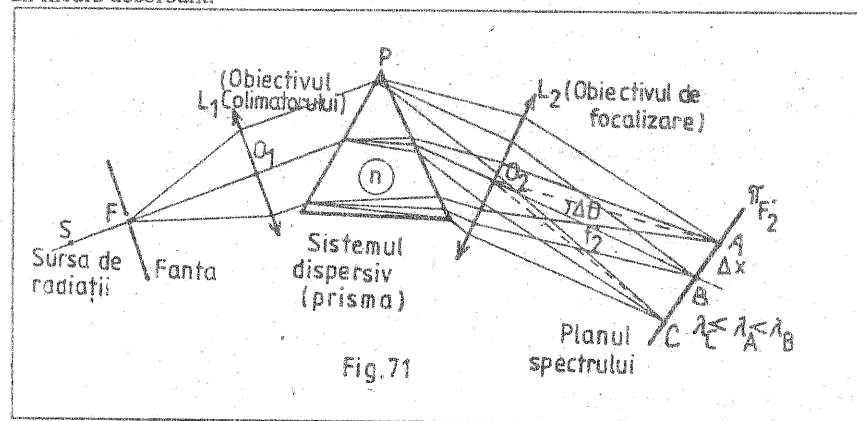
§3.17. Aparat spectroscopice cu prismă.

În conformitate cu cele arătate mai sus, prisma poate fi folosită pentru a descompune o radiație în componentele ei monocromatice (în baza fenomenului de dispersie). Dispozitivul capabil de a descompune radiațiile în componentele lor monocromatice se numește dispozitiv dispersiv. Prisma, utilizată în calitate de dispozitiv dispersiv, se așază într-un sistem optic format dintr-un colimator și un obiectiv de focalizare așa cum este reprezentat schematic în figura 71. Colimatorul este un sistem optic format dintr-o lentilă convergentă L_1 și o fantă dreptunghiulară F situată în planul focal al lentilei L_1 . Fanta colimatorului este o deschidere dreptunghiulară cu înălțimea de ordinul centimetrului și lățimea variabilă de la 0 la 1-2 mm. Fanta este iluminată cu o sursă de radiații optice S care poate fi, de exemplu, o sursă cu descărcare electrică în regim

de arc sau de scînteie între doi electrozi. Prisma P este situată în calea fasciculului de raze paralele care provin de la colimator astfel încît muchia ei să fie paralelă cu lungimea fantei F a colimatorului. Datorită faptului că unghiul de deviație depinde de lungimea de undă și faptului că prisma nu schimbă structura geometrică a fasciculelor de raze paralele, în planul focal imagine Π_{F_2} al lentilei obiectiv L_2 se formează tot atîtea imagini ale fantei F cîte componente

monocromatice conține radiația care iluminează fanta colimatorului. În figura 71 sînt reprezentate imaginile A, B, C ale fantei F pentru radiațiile cu lungimile de undă $\lambda_C < \lambda_A < \lambda_B$. Un astfel de sistem optic se numește aparat spectral cu prismă. Dată fiind forma liniară a fantei și a imaginilor ei din planul focal Π_{F_2} aceste imagini au primit denumirea de linii spectrale.

Totalitatea liniilor spectrale formează spectrul radiației optice. Spectrul poate fi de emisie, cînd radiația provine direct de la sursa de radiații, sau de absorbție, cînd radiația de la sursă trece printr-un mediu absorbant.



În conformitate cu figura 71, distanța dintre două linii spectrale A și B poate fi exprimată, în prima aproximație, prin formula:

$$AB = \Delta x = f'_2 \cdot \Delta D = f'_2 \frac{dD}{d\lambda} \Delta \lambda \quad (178)$$

Dacă scriem Δx sub forma:

$$\Delta x = \frac{dx}{d\lambda} \Delta \lambda = \frac{dx}{d\lambda} (\lambda_B - \lambda_A) \quad (179)$$

prin identificarea radiațiilor (178) și (179) și folosirea relației (177) se obține:

$$\frac{dx}{d\lambda} = f'_2 \frac{dD}{d\lambda} = f'_2 \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \quad (180)$$

Mărimea $\frac{dx}{d\lambda}$ (180) se numește dispersie liniară a aparatului spectral cu prismă și este o mărime numeric egală cu distanța dintre două linii spectrale de lungimi de undă λ și $\lambda + d\lambda$ calculată pentru un interval de lungimi de undă egal cu unitatea. Formula (180) arată că dispersia liniară este determinată de produsul dintre dispersia unghiulară a prisme și distanța focală a obiectivului. Dispersia liniară (180) este funcție de λ prin intermediul mărimilor f'_2 , n și $\frac{dn}{d\lambda}$.

Formula (179) poate fi folosită pentru a determina lungimile de undă ale unor radiații monocromatice dacă se cunoaște $\frac{dx}{d\lambda}$ (180) și se măsoară distanța Δx în planul spectrului dintre

o linie spectrală de lungime de undă λ_A cunoscută și linia spectrală pentru care trebuie determinată lungimea de undă (λ_B).

După modul de recepție și măsurare a spectrului, aparatele spectrale se clasifică astfel:

a) **Spectroscopae.** Dacă aparatul spectral este prevăzut cu un ocular și observarea spectrului se face vizual el se numește spectroscop. În acest caz obiectivul L_2 împreună cu ocularul (nereprezentat în Fig. 71) formează o lunetă.

b) **Spectrometre.** Aparatele spectrale prevăzute cu dispozitive care permit schimbarea unghiului de incidență, prin rotirea sistemului dispersiv, și măsurarea lungimilor de undă ale liniilor spectrale se numesc spectrometre.

c) **Spectrofotometre.** Aparatele spectrale prevăzute cu dispozitive de măsurare a lungimilor de undă și a intensității liniilor sau benzilor spectrale prin metode fotoelectrice se numesc spectrofotometre.

d) **Spectrografe.** Aparatele spectrale în care înregistrarea spectrelor se face pe cale fotografică se numesc spectrografe. În acest caz, în calitate de receptor de radiații se folosește o placă fotografică situată în planul focal imagine Π_{F_2} (Fig. 71). Lentila L_2 joacă rol de obiectiv de

aparat fotografic.

e) **Monocromatoare.** Monocromatoarele sînt aparate spectrale prevăzute cu o fantă de ieșire în planul focal imagine Π_{F_2} (Fig. 71) în așa fel încît prin rotirea sistemului dispersiv să permită

tesnea din aparat a radiațiilor monocromatice corespunzătoare unui domeniu îngust de lungimi de unda

X. INTERFERENȚA RADIATIILOR OPTICE

§1. Noțiuni introductive

Experiența arată că în domeniul spațial în care acționează simultan două sau mai multe fascicule de radiații, în anumite condiții, se obțin distribuții de densități de flux (intensități) caracterizate prin maxime și minime succesive. Deoarece aceste distribuții nu se obțin când fiecare fascicul acționează separat trebuie să admitem că ele se datorează interacțiunii dintre fasciculele de radiații. Fenomenul de interacțiune dintre două sau mai multe fascicule de radiații care acționează simultan în același domeniu spațial se numește interferența radiațiilor optice. Domeniul spațial în care se produce interferența se numește cîmp de interferență. Distribuțiile de densități de flux din cîmpul de interferență pe o suprafață dată se numesc franje de interferență. Franjele de interferență pot fi exprimate ca fiind locurile geometrice ale punctelor $P(\vec{R})$ din cîmpul de interferență pentru care densitatea de flux spectral $\varphi(\lambda, \vec{R})$ este constantă:

$$\varphi(\lambda, \vec{R}) = \text{const.} \quad (1)$$

Pentru caracterizarea locală a franjelor de interferență în vecinătatea unui punct $P(\vec{R})$ din cîmpul de interferență se folosesc următoarele mărimi:

a) Interfranja $i(\vec{R})$. Interfranja $i(\vec{R})$ este distanța măsurată pe o suprafață dată între două maxime sau două minime vecine situate cât mai aproape de punctul $P(\vec{R})$ din cîmpul de interferență.

b) Vizibilitatea $V(\vec{R})$. Vizibilitatea franjelor de interferență $V(\vec{R})$ în vecinătatea punctului $P(\vec{R})$ poate fi exprimată prin formula:

$$V(\vec{R}) = \frac{\varphi_M - \varphi_m}{\varphi_M + \varphi_m} \quad (2)$$

unde φ_M este densitatea de flux în maximum de densitate de flux iar φ_m densitatea de flux în minimum de densitate de flux situate cât mai aproape de punctul $P(\vec{R})$. Vizibilitatea $V=0$ se obține în punctele pentru care $\varphi_M = \varphi_m$ și indică lipsa franjelor de interferență (cîmp uniform iluminat). Vizibilitatea $V=1$ se obține în punctele pentru care $\varphi_m = 0$ și reprezintă valoarea maximă a vizibilității.

Dacă într-un cîmp de interferență acționează simultan N fascicule de radiații optice care produc intensitățile de cîmp electric $\vec{E}_i(\vec{R}, t)$, $(i=1, 2, 3, \dots, N)$ intensitatea cîmpului electric total în punctul $P(\vec{R})$ este:

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i(\vec{R}, t) \quad (3)$$

Folosind (3) densitatea de flux în $P(\vec{R})$ poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{R}) &= \frac{1}{c\mu_0} \langle \vec{E}^2(\vec{R}, t) \rangle = \chi \left(\left\langle \left(\sum_{i=1}^N \vec{E}_i \right) \left(\sum_{j=1}^N \vec{E}_j \right) \right\rangle \right) = \chi \sum_{i=1}^N \langle E_i^2 \rangle + \\ &+ \chi \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \langle \vec{E}_i \cdot \vec{E}_j \rangle = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\vec{R}) + \chi \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \langle \vec{E}_i \cdot \vec{E}_j \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

În formula (4) $\varphi_i(\vec{R})$ reprezintă densitatea de flux produsă în $P(\vec{R})$ de fasciculul i ($i=1, 2, \dots, N$) în lipsa celorlalte $N-1$ fascicule. Dacă radiațiile dintr-un fascicul sînt necoerente cu radiațiile din toate celelalte $N-1$ fascicule, atunci:

$$\langle \vec{E}_i \cdot \vec{E}_j \rangle = \langle \vec{E}_i \rangle \langle \vec{E}_j \rangle = 0 \quad (5)$$

și din (4) rezultă:

$$\varphi(\vec{R}) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\vec{R}) \quad (6)$$

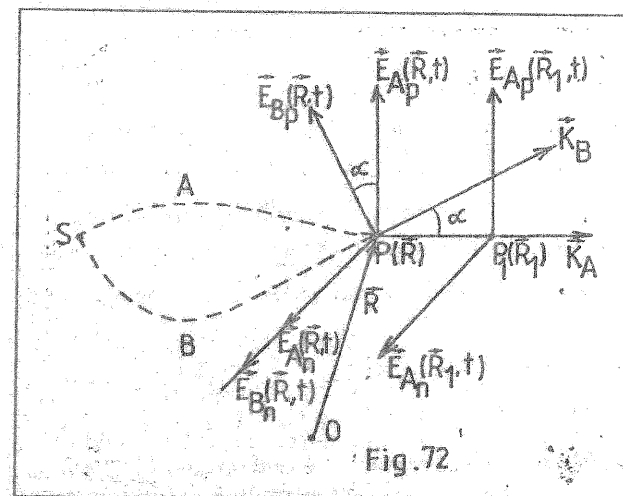
Formula (6) arată că, pentru fascicule de radiații necoerente, densitatea de flux totală în $P(\vec{R})$ este egală cu suma densităților de flux corespunzătoare fiecărui fascicul. Formula (6) exprimă astfel principiul independenței de acțiune a fasciculelor de radiații necoerente [cap.IX. §2.4]. Dacă fasciculele de radiații sînt coerente, din (4) rezultă că distribuțiile de densități de flux în câmpul de interferență sînt determinate, pe lângă mărimile $\varphi_i(\vec{R})$, și de funcțiile de coerență:

$$\Gamma_{ij}(\vec{R}) = \langle \vec{E}_i(\vec{R}, t) \vec{E}_j(\vec{R}, t) \rangle \quad (7)$$

În conformitate cu condiția generală de coerență [(93)cap.III], radiațiile coerente, capabile să interfere, sînt radiațiile emise în aceleași procese elementare care au loc într-o sursă de radiații (adică radiațiile emise din același punct al sursei). Fasciculele de radiații coerente pot fi obținute prin divizarea unui fascicul de radiații care provine de la o singură sursă în două sau mai multe fascicule care se intersectează (suprapun) după ce parcurg drumuri optice diferite (în intervale de timp diferite). Dispozitivele optice utilizate pentru obținerea fasciculelor de radiații coerente, se numesc dispozitive de interferență. Principalele dispozitive de interferență vor fi prezentate după ce vom prezenta noțiunile și relațiile de bază din teoria generală a interferenței.

§2. Interferența a două fascicule de radiații optice generate de o sursă punctiformă.

Să admitem că radiațiile optice generate într-o sursă punctiformă S pot ajunge în punctul $P(\vec{R})$ din câmpul de interferență pe două căi : SAP și SBP (Fig.72). Să notăm cu $\vec{K}_A$ și $\vec{K}_B$ vectorii de undă ai intensităților de câmp electric $\vec{E}_A(\vec{R}, t)$ și $\vec{E}_B(\vec{R}, t)$ care acționează în punctul $P(\vec{R})$ la



momentul t . Aceste intensități de câmp pot fi reprezentate prin cîte două componente reciproc ortogonale din care una situată în planul determinat de vectorii de undă $\vec{K}_A$ și $\vec{K}_B$ iar cealaltă normală la acest plan (Fig.72). Cele două componente sînt marcate, respectiv, cu indicii p (paralel) și n (normal). Undele electromagnetice fiind transversale, componentele $\vec{E}_{Ap}$ și $\vec{E}_{Bp}$ formează între ele același unghi α ca și vectorii de

undă $\vec{K}_A$ și $\vec{K}_B$. Intensitatea câmpului electric rezultat în $P(\vec{R})$ poate fi exprimată sub forma :

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \vec{E}_A(\vec{R}, t) + \vec{E}_B(\vec{R}, t) \quad (7')$$

În conformitate cu (4), (7) și (7'), densitatea de flux în $P(\vec{R})$ poate fi exprimată prin relația:

$$\varphi(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2\chi\Gamma_{AB}(\vec{R}) \quad (8)$$

în care :

$$\Gamma_{AB}(\vec{R}) = \langle \vec{E}_A(\vec{R}, t) \cdot \vec{E}_B(\vec{R}, t) \rangle = \langle [\vec{E}_{Ap}(\vec{R}, t) + \vec{E}_{An}(\vec{R}, t)] \cdot [\vec{E}_{Bp}(\vec{R}, t) + \vec{E}_{Bn}(\vec{R}, t)] \rangle \quad (9)$$

este funcția de coerență a intensităților de câmp $\vec{E}_A(\vec{R}, t)$ și $\vec{E}_B(\vec{R}, t)$. Dacă radiațiile sînt nepolarizate, în conformitate cu [II(79)], densitățile de flux corespunzătoare intensităților de câmp electric care acționează în $P(\vec{R})$ sînt date de relațiile:

$$\varphi_{Ap} = \varphi_{An} = \frac{\varphi_A}{2}, \quad \varphi_{Bp} = \varphi_{Bn} = \frac{\varphi_B}{2} \quad (10)$$

Dacă drumurile SAP și SBP sînt parcurse în intervale de timp diferite, radiațiile emise simultan în S vor ajunge la un moment oarecare în puncte diferite. Să admitem că drumul SBP este parcurs în intervalul de timp t_B iar drumul SAP în intervalul de timp $t_A = t_B - \Delta t$ (mai scurt cu Δt). În aceste condiții, la momentul t cînd $\vec{E}_B$ acționează în $P(\vec{R})$, $\vec{E}_A$ acționează într-un punct $P_1(\vec{R}_1)$ (Fig.72). Intensitățile de cîmp care ajung la momentul t în $P(\vec{R})$ și în $P_1(\vec{R}_1)$ fiind generate simultan în S (în aceleași procese de emisie) sînt total coerente și putem scrie:

$$\begin{aligned} E_{Bp}(\vec{R}, t) &= C_1 E_{Ap}(\vec{R}_1, t); E_{Bn}(\vec{R}, t) = C_2 E_{An}(\vec{R}_1, t), \\ \varphi_{Bp}(\vec{R}) &= C_1^2 \varphi_{Ap}(\vec{R}_1); \varphi_{Bn}(\vec{R}) = C_2^2 \varphi_{An}(\vec{R}_1) \end{aligned} \quad (11)$$

În (11) C_1 și C_2 sînt constante prin intermediul cărora se exprimă coerența intensităților de cîmp electric. Pe de altă parte, intensitățile de cîmp $\vec{E}_{Ap}(\vec{R}_1, t)$ și $\vec{E}_{An}(\vec{R}_1, t)$, care acționează în $P_1(\vec{R}_1)$ la momentul t , acționează în $P(\vec{R})$ la un moment anterior $t - \Delta t$, unde $\Delta t = t_B - t_A$ este intervalul de timp necesar pentru ca radiațiile să se propage din $P(\vec{R})$ în $P_1(\vec{R}_1)$. Aceste intensități de cîmp fiind emise simultan în S sînt total coerente (ele exprimă de fapt același cîmp la momente de timp diferite) și putem scrie:

$$\begin{aligned} E_{Ap}(\vec{R}_1, t) &= C_3 E_{Ap}(\vec{R}, t - \Delta t); E_{An}(\vec{R}_1, t) = C_4 E_{An}(\vec{R}, t - \Delta t), \\ \varphi_{Ap}(\vec{R}_1) &= C_3^2 \varphi_{Ap}(\vec{R}); \varphi_{An}(\vec{R}_1) = C_4^2 \varphi_{An}(\vec{R}) \end{aligned} \quad (12)$$

În (12) C_3 și C_4 sînt constante prin intermediul cărora se exprimă coerența intensităților de cîmp electric. Pentru exprimarea densităților de flux (12) s-a admis că acestea sînt independente de timp (procese de emisie sînt staționare). Folosind (12) și (11) funcția de coerență (9) poate fi scrisă sub forma:

$$\Gamma_{AB}(\vec{R}) = \sqrt{\frac{\varphi_{Bn}(\vec{R})}{\varphi_{An}(\vec{R})}} \langle E_{An}(\vec{R}, t) \cdot E_{An}(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle + \sqrt{\frac{\varphi_{Bp}(\vec{R})}{\varphi_{Ap}(\vec{R})}} \langle E_{Ap}(\vec{R}, t) \cdot E_{Ap}(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle \cos \alpha \quad (13)$$

Funcțiile

$\Gamma_{An}(\vec{R}, \Delta t) = \langle E_{An}(\vec{R}, t) \cdot E_{An}(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle$ și $\Gamma_{Ap}(\vec{R}, \Delta t) = \langle E_{Ap}(\vec{R}, t) \cdot E_{Ap}(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle$ din (13) se numesc funcții de coerență temporală pentru componentele intensităților de cîmp electric la momentele t și $t - \Delta t$. Valorile acestor funcții sînt determinate de compoziția spectrală a radiațiilor. Deoarece compoziția spectrală a componentelor paralele și normale este aceeași, putem scrie egalitatea:

$$\Gamma_{Ap}(\vec{R}, \Delta t) = \langle E_{Ap}(\vec{R}, t) \cdot E_{Ap}(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle = \langle E_{An}(\vec{R}, t) \cdot E_{An}(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle = \frac{1}{2} \Gamma_{AA}(\vec{R}, \Delta t) \quad (14)$$

în care:

$$\Gamma_{AA}(\vec{R}, \Delta t) = \langle \vec{E}_A(\vec{R}, t) \cdot \vec{E}_A(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle \quad (15)$$

Funcția (15) exprimă coerența intensităților de cîmp electric care acționează în același punct $P(\vec{R})$ (de pe raza SAP) succesiv, după intervalul de timp Δt și se numește funcția de coerență temporală a intensităților de cîmp electric. Folosind funcția (14) și (10) (pentru radiații nepolarizate) putem scrie funcția de coerență (13) sub forma:

$$\Gamma_{AB}(\vec{R}) = \sqrt{\frac{\varphi_B(\vec{R})}{\varphi_A(\vec{R})}} \cdot \Gamma_{AA}(\vec{R}, \Delta t) \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (16)$$

Înlocuind (16) în (8) se obține:

$$\varphi(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2\chi \sqrt{\frac{\varphi_B(\vec{R})}{\varphi_A(\vec{R})}} \cdot \Gamma_{AA}(\vec{R}, \Delta t) \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (17)$$

Formula (17) arată că măsurind densitățile de flux $\varphi(\vec{R})$, $\varphi_A(\vec{R})$ și $\varphi_B(\vec{R})$ în cîmpul de interferență în condiția $\cos^2 \frac{\alpha}{2} \approx 1$ ($\alpha \approx 0$) pot fi determinate valorile funcției de coerență temporală $\Gamma_{AA}(\vec{R}, \Delta t)$ (15) pentru diferite valori Δt . În conformitate cu (17), pentru radiații staționare, $[\varphi_A(\vec{R}) = \text{const. și } \varphi_B(\vec{R}) = \text{const.}]$ rezultă că suprafețe de densitate de flux constantă din cîmpul de interferență se obțin în condiția:

$$\Delta t = \text{const.} \quad (18)$$

Să admitem că pe drumul SAP (Fig.72) radiația optică străbate drumurile geometrice ΔL_i , ($i=1, 2, \dots, N$), cu vitezele $v_i = \frac{c}{n_i}$ unde n_i este indicele de refracție al mediului i . În aceste condiții,

timpul necesar pentru ca radiația să ajungă din S în P pe drumul SAP este:

$$t_A = \sum_{i=1}^N t_i = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta L_i}{v_i} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^N n_i \Delta L_i = \frac{(SAP)}{c} \quad (19)$$

unde (SAP) este drumul optic de la S la P. Analog se găsește că timpul de propagare pe drumul SBP este:

$$t_B = \frac{(SBP)}{c} \quad (20)$$

unde (SBP) este drumul optic corespunzător drumului geometric SBP. Din (19) și (20) rezultă:

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{(SBP) - (SAP)}{c} = \frac{\Delta_{AB}}{c} \quad (21)$$

unde Δ_{AB} este diferența de drum optic dintre drumurile (SAP) și (SBP) (Fig. 72). ținând seama de (21) și (18) rezultă că suprafețele de densitate de flux constantă din câmpul de interferență sînt locuri geometrice ale punctelor $P(\vec{R})$ pentru care diferența de drum optic de la sursa S este constantă:

$$\Delta_{AB} = (SBP) - (SAP) = \text{const.} \quad (22)$$

§3. Interferența a două fascicule de radiații optice armonice generate de o sursă punctiformă.

Să admitem că radiația emisă de sursa S (Fig. 72) este armonică astfel încît intensitatea cîmpului electric în cîmpul de interferență poate fi exprimată prin funcții de forma:

$$E(\vec{R}, t) = \vec{E}_0(\vec{R}) \cos(\omega t - \vec{K}\vec{R} + \psi_0) \quad (23)$$

în care amplitudinea $\vec{E}_0(\vec{R})$ este independentă de timp. În acest caz, folosind funcția (23) scrisă pentru t și pentru $t - \Delta t$, putem scrie funcția de coerență temporală (15) sub forma:

$$\begin{aligned} \Gamma(\vec{R}, \Delta t) &= \langle \vec{E}_A(\vec{R}, t) \vec{E}_A(\vec{R}, t - \Delta t) \rangle = \\ &= E_{0A}^2(\vec{R}) \langle \cos(\omega t - \vec{K}\vec{R} + \psi_0) \cdot \cos[\omega(t - \Delta t) - \vec{K}\vec{R} + \psi_0] \rangle = \\ &= \frac{E_{0A}^2(\vec{R})}{2} \left\{ \langle \cos[2(\omega t - \vec{K}\vec{R} + \psi_0) - \omega \Delta t] \rangle + \cos \omega \Delta t \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

Deoarece valoarea medie a termenului dependent de t din (24) este egală cu zero iar

$$\frac{E_{0A}^2(\vec{R})}{2} = \frac{\varphi_A(\vec{R})}{\chi} \quad (25)$$

putem scrie (24) sub forma:

$$\Gamma_{AA}(\vec{R}, \Delta t) = \frac{\varphi_A(\vec{R})}{\chi} \cos \omega \Delta t \quad (26)$$

Folosind (26) putem scrie densitatea de flux (17), pentru unde armonice, sub forma:

$$\varphi(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\varphi_B(\vec{R})} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos \omega \Delta t \quad (27)$$

α) Suprafețele de densitate de flux constantă. Dacă în cîmpul de interferență avem în prima aproximație $\varphi_A(\vec{R}) = \text{const.}$ și $\varphi_B(\vec{R}) = \text{const.}$, în conformitate cu (27), (21) și (22), rezultă că suprafețele de densitate de flux constantă

$$\varphi(\vec{R}) = \text{const.} \quad (28)$$

se obține în condițiile (echivalente):

$$\omega \Delta t = \omega \frac{\Delta_{AB}}{c} = K_0 \Delta_{AB} = \Delta \psi = \text{const.} \quad (29)$$

în care $\Delta \psi$ este diferența de fază corespunzătoare diferenței de drum optic Δ_{AB} (21). Din ultimele trei relații (29), (28) și (27) rezultă că densitatea de flux maximă are valoarea

$$\varphi_M(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\varphi_B(\vec{R})} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (30)$$

și se obține în punctele pentru care este îndeplinită condiția de maxim:

$$\Delta\Psi = 2m\pi \text{ sau } \Delta_{AB} = 2m\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (31)$$

iar densitatea de flux minimă are valoarea

$$\varphi_m(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) - 2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\varphi_B(\vec{R})} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (32)$$

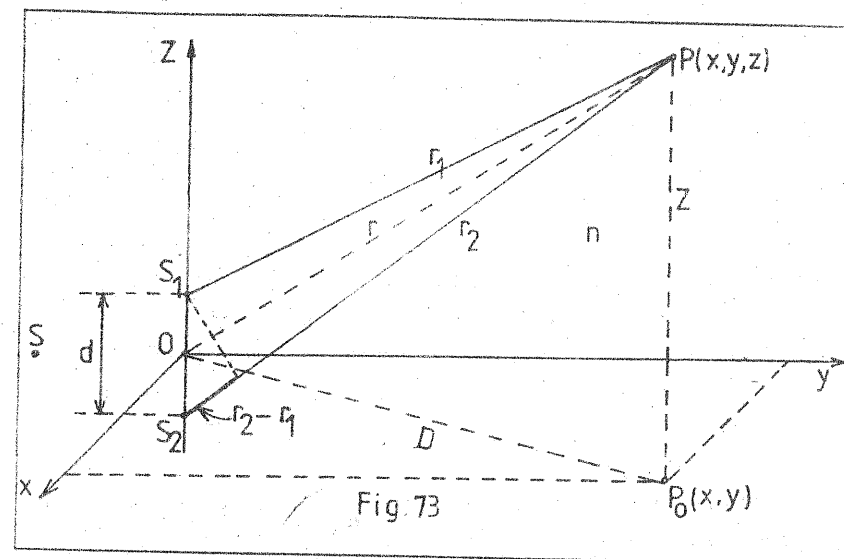
și se obține în punctele pentru care este îndeplinită condiția de minim:

$$\Delta\Psi = (2m+1)\pi \text{ sau } \Delta_{AB} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (33)$$

Relațiile (31) și (33) sînt cunoscute sub denumirea de condițiile de maxim și minim de interferență. Înainte de a prezenta diferite scheme concrete de dispozitive de interferență utilizate în practică vom stabili unele rezultate general valabile pentru toate dispozitivele de interferență cu două fascicule.

β) Forma franjelor de interferență. Să admitem că pentru obținerea fasciculelor de radiații coerente, capabile să interfere, se folosește un dispozitiv optic care divizează fasciculul de radiații emis de sursa punctiformă S în două fascicule omocentrice care au focarele în S_1 și S_2 (Fig. 73). Focarele celor două fascicule joacă rolul de surse coerente. În funcție de dispozitivul de interferență folosit cele două focare pot fi sau două porțiuni diferite ale aceluiași front de undă, sau sursa punctiformă și imaginea ei într-o oglindă plană sau două imagini reale sau virtuale ale aceleiași surse S.

Să considerăm un sistem de axe de coordonate triortogonale (x,y,z) cu originea 0 la jumătatea distanței S_1S_2 astfel încît focarele S_1 și S_2 să fie situate simetric față de planul xoy (Fig. 73).



Dacă notăm $S_1S_2=d$, coordonatele focarelor vor fi $S_1(0,0,\frac{d}{2})$ și $S_2(0,0,-\frac{d}{2})$. Să considerăm un punct oarecare $P(x,y,z)$ din câmpul de interferență și să notăm:

$$S_1P=r_1, \quad S_2P=r_2, \quad OP=r, \quad OP_0=D \quad (34)$$

unde $P_0(x,y)$ este proiecția punctului $P(x,y,z)$ pe planul xoy (Fig. 73). Dacă pentru punctele S_1 și S_2 diferența de fază inițială este egală cu 0 ($\Delta\psi_0 = \psi_{02} - \psi_{01} = 0$), condițiile de maxim (31) și de minim (33) pot fi scrise sub forma:

$$\Delta_{12} = n(r_2 - r_1) = p\frac{\lambda_0}{2} \quad (35)$$

unde n este indicele de refracție al substanței în care se află câmpul de interferență iar p este un număr întreg: par ($p=2m$) pentru maxime și impar ($p=2m+1$) pentru minime ($m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$).

Din figura 73 rezultă:

$$r^2 = D^2 + Z^2; \quad r_1^2 = D^2 + \left(Z - \frac{D}{2}\right)^2; \quad r_2^2 = D^2 + \left(Z + \frac{D}{2}\right)^2; \quad D^2 = x^2 + y^2 \quad (36)$$

La distanțe mari față de S_1S_2 , unde avem

$$r_1 + r_2 \approx 2r, \quad (37)$$

din (36) și (35) se poate obține:

$$r_2 - r_1 = \frac{2Zd}{r_1 + r_2} \approx \frac{Zd}{r} = \frac{Zd}{\sqrt{D^2 + Z^2}} = p \frac{\lambda_0}{2n} \quad (38)$$

Din (38) rezultă că, în condițiile (37), forma suprafețelor de densitate de flux constantă este determinată de ecuațiile:

$$Z = \text{const.} \quad (39)$$

$$D^2 = x^2 + y^2 = \text{const.} \quad (40)$$

Deoarece (39) reprezintă plane paralele cu planul xOy iar (40) reprezintă cilindri de rază D cu generatoarele paralele cu axa OZ, rezultă că curbele de densitate de flux constantă obținute prin intersecțiile acestor suprafețe, adică franjele de interferență, sînt cercuri de rază D cu centrele pe axa OZ.

În cazurile în care

$$D \gg Z, \quad (41)$$

din (38) (neglijînd Z^2 față de D^2) se obține, în primă aproximație, că coordonatele Z_p ale franjelor luminoase sau întunecate de ordinul p sînt date de relația:

$$Z_p = p \cdot \frac{D}{d} \cdot \frac{\lambda_0}{2n} \quad (42)$$

în care $p=2m$ pentru maxime și $p=2m+1$ pentru minime. Formula (42) arată că în condiția (41) franjele de interferență sînt, în prima aproximație, segmente de dreaptă $Z_p = \text{const.}$ paralele cu planul xOy (Z_p este independent de x și y). Astfel de franje se observă în vecinătatea planului de simetrie xOy (Fig.73) la distanță mare de S_1 și S_2 . Din (42) rezultă că coordonatele franjelor luminoase de ordinul $p(p=2m)$ sînt date de formula:

$$Z_{2m}^{\text{max}} = 2m \frac{D}{d} \frac{\lambda_0}{2n} = m \frac{D}{d} \frac{\lambda_0}{n}, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (43)$$

iar coordonatele franjelor întunecate de ordinul $p(p=2m+1)$ sînt date de formula:

$$Z_{2m+1}^{\text{min}} = (2m+1) \frac{D}{d} \frac{\lambda_0}{2n}, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (44)$$

Din (43) și (35) rezultă că franja centrală ($m=0$) se obține în planul xOy unde $r_1 = r_2$ ($\Delta_{12} = 0$) și este luminoasă. Din (43) și (44) rezultă că pe o suprafață cilindrică $D = \text{const.}$, distanța dintre două maxime succesive sau dintre două minime succesive, adică interfranja, este dată de formula:

$$i = \Delta Z = \frac{D \lambda_0}{d n} \quad (45)$$

Dacă fasciculele de radiații care interferă sînt de raze paralele (S_1 și S_2 situate la infinit) și formează între ele un unghi mic α , formula interfranjei (45) poate fi scrisă sub forma:

$$i = \frac{D \lambda_0}{d n} = \frac{\lambda_0}{\alpha n} \quad (45')$$

În acest caz, interfranja este constantă în tot câmpul de interferență, indiferent de valoarea distanței D ($\alpha \approx \frac{d}{D} = \text{const.}$).

În cazurile în care

$$Z \gg D, \quad (46)$$

dezvoltînd radicalul din (38) în serie de puteri, după puterile raportului $\left(\frac{D}{Z}\right)^2$, obținem în primă aproximație:

$$r_2 - r_1 = \frac{d}{\sqrt{1 + \frac{D^2}{Z^2}}} \approx d \left(1 - \frac{D^2}{2Z^2}\right) = p \frac{\lambda_0}{2n} \quad (47)$$

Din (47) rezultă că, în condiția (46), franjele de interferență pe un plan $Z = \text{const.}$ (paralel cu xOy) sînt, în primă aproximație cercuri de rază:

$$D_p = Z \sqrt{2 - \frac{p \lambda_0}{nd}} \quad (48)$$

unde $p=2m$ pentru maxime și $p=(2m+1)$ pentru minime. Astfel de franje (circulare) se observă pe un plan $Z = \text{const.}$ în jurul axei OZ la distanță mare față de S_1 și S_2 .

γ) Vizibilitatea franjelor. Din (2), (30) și (32) rezultă:

$$V(\vec{R}) = \frac{2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\varphi_B(\vec{R})}}{\varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R})} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (49)$$

Din (49), în condițiile

$$\varphi_A(\vec{R}) = \varphi_B(\vec{R}) ; \quad \cos^2 \frac{\alpha}{2} \approx 1, \quad (50)$$

se obține:

$$V(\vec{R}) \approx 1 \quad (51)$$

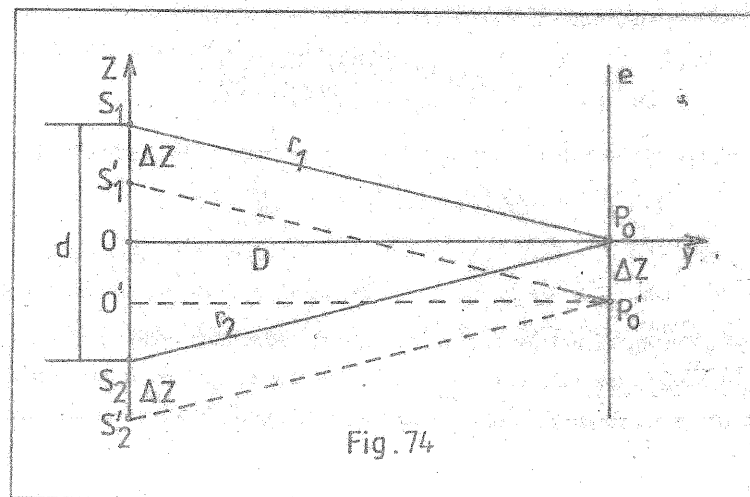
Din (49) rezultă că în cazul undelor armonice, dacă sînt îndeplinite condițiile (50), vizibilitatea franjelor de interferență are valoarea maximă $V=1$ în tot câmpul de interferență. De aceea condițiile (50) se numesc condiții optime de observare a franjelor. În aceste condiții, densitatea de

flux în minimele de interferență (32) este egală cu 0, iar în maxime (30) $\varphi_M(\vec{R}) = 4\varphi_A(\vec{R})$. Din (50) rezultă că pentru a obține franje cu vizibilitatea maximă trebuie să divizăm fasciculul de radiații care provine de la sursa S astfel încât în câmpul de interferență să acționeze două fascicule de radiații coerente de densități de flux egale și care se propagă aproximativ pe aceeași direcție ($\alpha \approx 0$).

§4. Influența dimensiunilor sursei de radiații asupra vizibilității franjelor de interferență.

Dacă sursele S_1 și S_2 (Fig. 73) sînt punctiforme, franjele de interferență sînt bine conturate iar în condițiile (50) au $V=1$ în tot câmpul de interferență. Sursele reale (Cap. VI, §1) nu sînt punctiforme ci surse care au o extindere spațială finită (dimensiuni mult mai mari decît λ_0). Pentru realizarea experimentelor de interferență în calitate de surse de radiații se folosesc de cele mai multe ori deschideri dreptunghiulare (fante) sau circulare (orificii) practicate în ecrane opace care sînt iluminate cu ajutorul unei surse de radiații optice. În aceste condiții, trebuie să analizăm ce modificări apar în sistemul de franje dacă în loc de surse coerente punctiforme se folosesc surse cu dimensiuni finite. Pentru aceasta să considerăm sistemul de franje de interferență produs de perechea de surse coerente S_1 și S_2 pe ecranul de observație e (Fig. 74). În figura 74, axa Ox este orientată perpendicular pe planul figurii în O ($OS_1=OS_2$).

În conformitate cu cele arătate în paragraful precedent, în condiția $D \gg Z$, franjele de



interferență sînt, în prima aproximație, segmente de dreaptă paralele cu axa Ox. Ele au franja centrală în poziția P_0 de pe ecranul e (unde $r_1=r_2$, $\Delta_{12}=0$) și interfranja dată de formula (45). Dacă admitem că sursele coerente S_1 și S_2 se deplasează în lungul axei Ox (paralel cu franjele) cu aceeași cantitate Δx și în același sens, mărimile Δ_{12} (35), Z_p (42) și i (45) practic nu se modifică. Rezultă că dacă în loc de surse punctiforme folosim surse liniare, paralele cu franjele și care trec prin S_1 și S_2 obținem un sistem de franje în care maximele și minimele coincid cu maximele și minimele corespunzătoare produse de sursele punctiforme S_1 și S_2 . În acest caz, deoarece radiațiile care provin de la diferite perechi de puncte ale surselor liniare sînt necoerente între ele, densitățile de flux se însumează astfel încît franjele devin mai luminoase fără ca vizibilitatea franjelor să scadă. Pentru a mări și mai mult intensitatea franjelor putem crește lărgimea surselor liniare. În acest caz se constată că odată cu lărgirea surselor vizibilitatea franjelor scade. Să analizăm cît de mult pot fi lărgite sursele liniare pentru ca vizibilitatea franjelor să rămînă încă acceptabilă. Pentru aceasta să considerăm că sursele au suprafețele dreptunghiulare situate în planul xOz (Fig.74) și au lărgimile $S_1S'_1=S_2S'_2=\Delta Z$ delimitate de drepte paralele cu axa Ox și care trec prin punctele S_1 , S'_1 și S_2 , S'_2 . În conformitate cu formulele (35), (42) și (45), sistemul de franje produs de perechea de surse liniare aflate la marginile S'_1 și S'_2 ale surselor dreptunghiulare este deplasat față de sistemul de franje produs de perechea de surse liniare aflate la marginile S_1 și S_2 cu cantitatea $P'_0P_0=\Delta Z$ (Fig.74). Dacă această deplasare este atît de mare încît maximele unui sistem de franje (date de S_1 și S_2) coincid cu minimele celui alt sistem (date de S'_1 și S'_2) franjele dispar ($V=0$). Conform cu cele arătate, deplasarea minimă pentru care vizibilitatea scade la valoarea $V=0$ este $\Delta Z = \frac{i}{2}$. Experiența arată că vizibilitatea franjelor este încă suficient de mare (acceptabilă) dacă $\Delta Z \leq \frac{i}{4}$, ținînd seama de (45') rezultă că lărgimea maximă acceptabilă a sursei este determinată de relația:

$$\Delta Z_a \leq \frac{i}{4} = \frac{1 D \lambda_0}{4 d n} = \frac{\lambda_0}{4 n \alpha} \quad (52)$$

unde $\alpha = \frac{d}{D}$ este unghiul dintre razele care interferează într-un punct $P(\bar{R})$ din câmpul de interferență. Din (52) rezultă că lărgimea maximă acceptabilă a sursei depinde de mărimile λ_0 și n precum și de locul de observare a franjelor (prin intermediul unghiului α).

§5. Vizibilitatea franjelor de interferență în lumină
cvasimonocromatică și în lumină albă. Spectru cancelat.

Până aici am studiat caracteristicile franjelor de interferență produse de două fascicule de radiații armonice (riguros monocromatice). În realitate, fasciculele de radiații emise de sursele reale sunt formate din grupuri de unde. Astfel de fascicule pot fi considerate ca fiind compuse dintr-o infinitate de unde strict monocromatice cu lungimi de undă diferite cuprinse într-un interval determinat de lungimi de undă (Cap.II. §11). În conformitate cu relația (42) franja de densitate de flux maximă de ordin zero ($p=0$) se formează în poziția $Z_p=0$ oricare ar fi lungimea de undă a radiațiilor care interferează. Densitatea de flux în maxime (iluminarea pe ecran) este determinată de suma densităților de flux a componentelor armonice și deci în poziția $Z_p=0$ vom obține o franjă de densitate de flux mare. Maximele de ordin $p \neq 0$ pentru radiații cu lungimi de undă diferite sunt situate la distanțe diferite față de franja centrală, proporționale cu lungimea de undă și cu ordinul de interferență [(42)]. De exemplu, pentru radiațiile cu lungimile de undă λ_{01} și $\lambda_{02} > \lambda_{01}$ maximele au coordonatele:

$$\begin{cases} Z_{1m} = m \frac{D}{d} \frac{\lambda_{01}}{n} \\ Z_{2m} = m \frac{D}{d} \frac{\lambda_{02}}{n} \end{cases}, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (53)$$

unde s-a considerat că n rămâne, în prima aproximatie, constant. Deoarece $\lambda_{02} > \lambda_{01}$ avem $Z_{2m} > Z_{1m}$ adică franja de ordin m a radiației cu lungime de undă mai mare este mai depărtată de franja de ordin zero decât franja de același ordin a radiației cu lungimea de undă mai mică. Conform cu (53) deplasarea reciprocă a maximelor de interferență pentru lungimile de undă λ_{02} și λ_{01} și este dată de relația:

$$\Delta Z = Z_{2m} - Z_{1m} = \frac{m D}{n d} (\lambda_{02} - \lambda_{01}) \quad (54)$$

Deoarece maximele cu $m \neq 0$ nu se formează în același loc ci sunt răspândite pe distanța ΔZ (54), odată cu creșterea ordinului de interferență în franjele devin mai late și mai puțin intense. În consecință, pe măsură ce ne îndepărtăm de franja centrală vizibilitatea franjelor scade și, ca urmare, numărul de franje care pot fi observate este limitat. Astfel, pentru o radiație cvasimonocromatică ale cărei componente armonice au lungimile de undă cuprinse în intervalul $\Delta Z = \lambda_{02} - \lambda_{01}$ franjele de interferență dispar complet atunci când ΔZ (54) este aproximativ egal cu o interfranjă corespunzătoare lungimii de undă $\lambda_{02} (\lambda_{01} \leq \lambda_0 \leq \lambda_{02})$ pentru că atunci maximul de

ordin $m_M + 1$ pentru lungimea de undă λ_{01} se suprapune aproximativ peste maximul de ordin m_M pentru lungimea de undă λ_{02} . În conformitate cu (54) și (45') putem scrie:

$$m_M \frac{D}{d} \Delta \lambda_0 = \frac{D}{d} \lambda_0 \quad (55)$$

Din (55) rezultă că ordinul de interferență maxim pînă la care franjele pot fi observate este

$$m_M = \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda_0} \quad (56)$$

Pentru ordine de interferență mai mari decât m_M (56), maximele pentru diferite lungimi de undă se amestecă în cimpul de interferență și nu mai pot fi observate distinct. Din (56) rezultă că numărul maxim de franje de interferență care pot fi observate în cazul unei radiații cvasimonocromatice este:

$$N = 2m_M + 1, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, m_M) \quad (57)$$

În conformitate cu (56) și (35) diferența de drum maximă pentru care franjele mai pot fi observate distinct este:

$$(r_2 - r_1)_M = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda_0} \quad (58)$$

De exemplu, pentru radiația verde a mercurului cu $\lambda_0 = 546$ nm și $\Delta \lambda_0 = 30$ nm emise de o lampă cu vapori de mercur la presiune mare, conform cu (56), (57) și (58) avem: $m_M \approx 18$, $N \approx 37$, $(r_1 - r_2)_M = 9800$ nm $\approx 18 \lambda_0$. [Formula (56) poate fi stabilită și în baza relațiilor:

$$\Delta_M = m_M \lambda_0 = c\tau = c \frac{1}{\Delta \nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda_0} \Rightarrow m_M = \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda_0}].$$

Dacă sursa de radiații emite lumină albă, aspectul cimpului de interferență va fi determinat de prezența unor radiații strict monocromatice de lungimi de undă repartizate continuu în domeniul spectral 380-780 nm. Așa cum s-a arătat mai sus, franja de ordin 0 se formează în aceeași poziție pentru toate lungimile de undă și de aceea ea este o franjă albă intensă cu o slabă colorație în roșu la ambele margini. În figura 75 este reprezentată distribuția densității de flux în sistemele de franje produse de radiațiile de culoare violetă, galbenă și roșie considerînd că toate radiațiile care compun lumina albă sînt echienetice (prezente în fasciculul de radiații cu densități de flux egale). Densitatea de flux totală pentru fiecare valoare a lui Z se obține prin însumarea densităților de flux corespunzătoare. În conformitate cu formula (42) pentru $m \neq 0$ franjele apar colorate în culorile spectrului vizibil de la violet (în partea mai apropiată de franja $m=0$ pînă la

roșu (în partea mai îndepărtată de franja $m=0$ (Fig.75). Din (54) rezultă că odată cu creșterea ordinului de interferență m lărgimea maximului de ordin m crește conform relației:

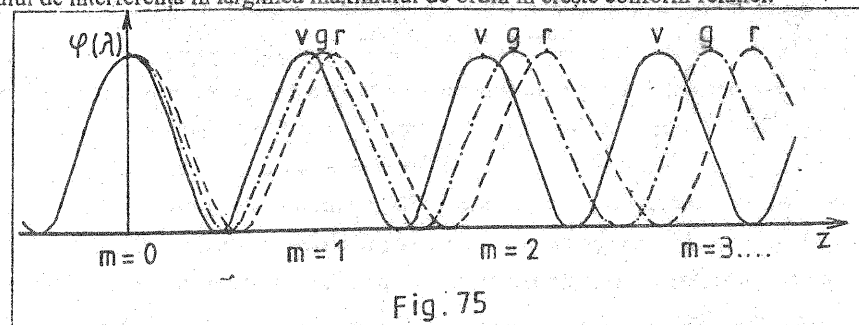


Fig. 75

$$\Delta Z_m = \frac{mD}{n} (\lambda_{0r} - \lambda_{0v}) \quad (59)$$

unde $\lambda_{0v}=380$ nm (violet) și $\lambda_{0r}=780$ nm (roșu). Descompunerea în spectru și colorația marginilor franjelor devine mai accentuată odată cu creșterea ordinului de interferență. Pentru o anumită valoare a lui m , marginea roșie a franjei de ordin m se suprapune cu marginea violetă a franjei de ordin $m+1$, iar în continuare, pentru ordine de interferență mai mari, are loc un proces de întrepătrundere a maximelor de diferite ordine astfel încât se obține un câmp uniform iluminat de culoare albă. Dacă radiația din acest domeniu este analizată cu ajutorul unui spectroscop se constată că din spectrul luminii albe lipsesc radiațiile de anumite lungimi de undă și anume acelea pentru care în locul unde este situată fanta spectroscopului sînt îndeplinite condițiile de minim de interferență (35) ($p=2m+1$). Pentru radiațiile care îndeplinesc condițiile de maxim (35) ($p=2m$) se obțin benzi luminoase irizate în culori de la violet la roșu. Un astfel de spectru, format din benzi luminoase colorate și benzi întunecate, se numește spectru cancelat. Culoarea radiației care dă un astfel de spectru se numește alb de ordin superior. Folosind condițiile de maxim și minim de interferență (35) putem calcula lungimile de undă ale radiațiilor care apar cu densitatea de flux maximă și cu densitatea de flux minimă într-un loc determinat din câmpul de interferență (compoziția spectrală). De exemplu, pentru $\Delta_{12}=n(r_2-r_1)=8000$ nm în domeniul vizibil ($\lambda_{0m}=380$ nm, $\lambda_{0M}=780$ nm) se obțin maxime pentru radiațiile cu lungimi de undă date de relația:

$$\Delta = n(r_2 - r_1) = N_i \lambda_{0i} \quad (60)$$

în care N_i este un număr întreg pentru care lungimile de undă λ_{0i} corespund domeniului vizibil. În condițiile date din (6) se obține:

$$\begin{aligned} N_1 &= 11; \quad \lambda_{01} = 727 \text{ nm} \\ N_2 &= 12; \quad \lambda_{02} = 666 \text{ nm} \\ N_3 &= 13; \quad \lambda_{03} = 615 \text{ nm} \\ &\dots\dots\dots \\ N_4 &= 21; \quad \lambda_{011} = 380 \text{ nm} \end{aligned} \quad (61)$$

Din (60) rezultă că valorile extreme ale lui N_i și numărul de maxime N pot fi calculate în prealabil cu formulele:

$$N_{\max} = \frac{\Delta_{12}}{\lambda_{0m}}, \quad N_{\min} = \frac{\Delta_{12}}{\lambda_{0M}}, \quad N = N_{\max} - N_{\min} = n(r_2 - r_1) \left(\frac{1}{\lambda_{0m}} - \frac{1}{\lambda_{0M}} \right) \quad (62)$$

Dînd lui N_i valori întregi succesive, între $N_{\min}$ și $N_{\max}$, din (60) se pot calcula ușor lungimile de undă λ_{0i} . Analog, din condiția de minime (35) ($p=2m+1$) pot fi calculate lungimile de undă ale radiațiilor care dau minime de interferență.

§6. Dispozitive de interferență

După cum s-a amintit (§3.) pentru obținerea fasciculelor de radiații optice coerente, capabile să interfere, se folosesc dispozitive optice capabile să divizeze un fascicul de radiații emise de o sursă în două sau mai multe fascicule care se întîlnesc din nou după ce parcurg drumuri optice diferite. Astfel de dispozitive se numesc dispozitive de interferență sau interferențiale. Există două categorii de dispozitive de interferență: una în care divizarea fasciculelor se obține prin divizarea suprafeței de undă și alta în care divizarea fasciculelor se obține în procesele de reflexie și refracție pe suprafețele unor lame dielectrice subțiri. Prin reflexie și refracție fiecare rază a fasciculului incident se divizează în două sau mai multe raze de radiații coerente (Cap.V. §1). Deoarece densitatea de flux (intensitatea razei) este proporțională cu pătratul amplitudinii (Cap.II, §9), în cazul divizării fasciculelor de radiații prin reflexie și refracție se spune că divizarea fasciculelor se face prin divizarea amplitudinii.

§6.1. Dispozitive de interferență în care fasciculele coerente se obțin prin divizarea suprafeței de undă. Franje de interferență nelocalizate.

α) Dispozitivul lui Young. Este format dintr-un ecran opac E în care sînt practicate două orificii S_1 și S_2 cu diametrul de ordinul 0,1 mm și distanța d dintre ele de ordinul 1 mm (Fig.76). Ecranul E este iluminat cu un fascicul de raze paralele sau cu un fascicul omocentric care

provine de la o sursă punctiformă S situată simetric față de S_1 și S_2 . În calitate de sursă punctiformă se poate folosi un orificiu S practicat într-un ecran opac E_1 iluminat puternic cu o sursă I folosind o lentilă condensor C . Distanța D_s dintre cele două ecrane este de 20-30 cm. De la orificiul S (sursă punctiformă) se propagă o undă sferică cu suprafața de undă Σ care atinge simultan orificiile S_1 și S_2 . Fasciculele de radiații omocentrice care trec prin S_1 și S_2 (omocentrice) fiind emise simultan de sursa S sînt coerente și interferează în domeniul lor de suprapunere (domeniul de interferență) reprezentat hașurat în figura 76. Franjele de interferență se observă pe un ecran e situat, față de planul orificiilor S_1 și S_2 , la o distanță $D \geq 1$ m.

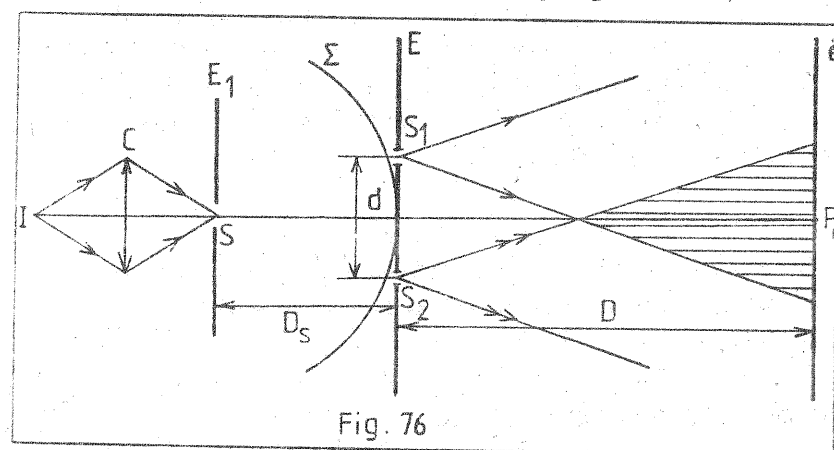


Fig. 76

În conformitate cu teoria generală a interferenței (§3), franjele de interferență pe ecranul e au forma unor segmente de dreaptă alternativ luminoase și întunecate perpendiculare pe planul determinat de orificiile S , S_1 și S_2 . Franja luminoasă centrală este situată în poziția P_0 (Fig. 76) în care diferența de drum optic $\Delta=0$. Coordonatele franjelor față de franja centrală sînt date de formula (42) iar interfranja este dată de formula (45). În locul orificiilor S , S_1 și S_2 pot fi folosite fante liniare perpendiculare pe planul determinat de S , S_1 și S_2 . În acest caz densitatea de flux în maxime este mai mare (franjele sînt mai luminoase) iar vizibilitatea franjelor este foarte bună dacă lărgimea fantelor nu depășește valoarea ΔZ_a (52).

Dispozitivul de interferență a lui Young prezintă o importanță istorică deosebită deoarece, cu ajutorul lui, Thomas Young a realizat în 1801 primul experiment de interferență în laborator, în care a determinat pentru prima dată lungimea de undă a unei radiații optice, folosind formula (45), și a adus un argument experimental solid în favoarea teoriei ondulatorii a luminii.

β) Oglinzile lui Fresnel. Un alt dispozitiv de interferență este cel cunoscut sub denumirea de oglinzile lui Fresnel. Acesta este format din două oglinzi plane O_1 și O_2 (Fig. 77) care formează între suprafețele lor de reflexie un unghi foarte apropiat de 180° (unghiul φ este foarte mic) și o sursă liniară S (fantă) paralelă cu muchia M a oglinzilor. Prin reflexie pe cele două oglinzi (prin divizarea frontului de undă cilindric) se obțin două fascicule coerente cu focarele în S_1 și S_2 care sînt imaginile sursei S în oglinzile O_1 și O_2 .

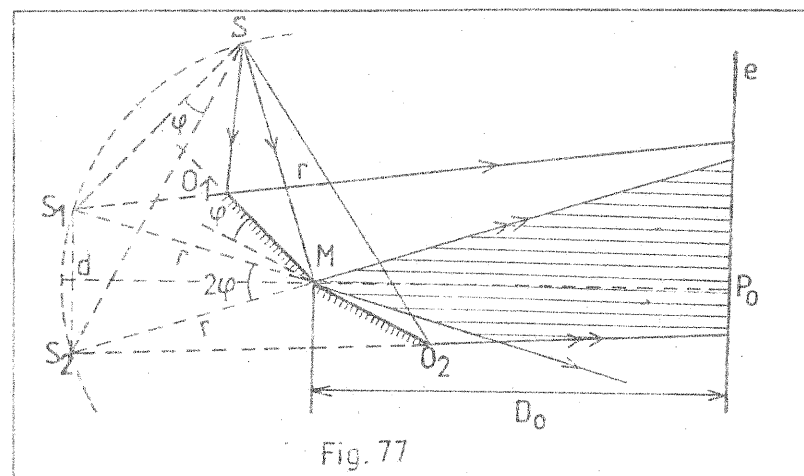
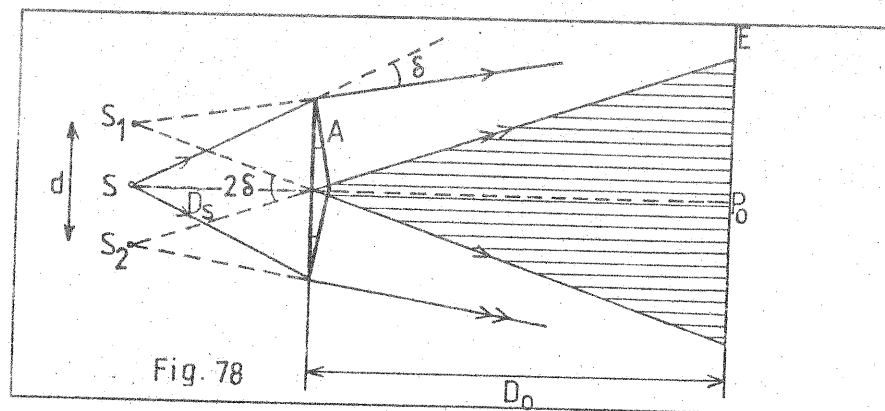


Fig. 77

Cele două fascicule interferează în domeniul lor de suprapunere (hașurat). Franjele de interferență pot fi observate pe un ecran e situat în orice loc din domeniul de interferență. Să admitem că ecranul e este orientat perpendicular pe mediatoarea segmentului de dreaptă S_1S_2 și să notăm: $SM=r$, $MP_0=D$. În conformitate cu legile reflexiei, sursa S și imaginile ei S_1 și S_2 se află pe un cerc de rază r (Fig. 77). Din figura 77 rezultă că $\angle S_1SS_2 = \varphi$ (unghiul dintre normalele la cele două oglinzi și cu vârful pe cerc) iar $\angle S_1MS_2 = 2\varphi$ (unghiul la centru corespunzător aceluiași arc S_1S_2). În aceste condiții, interfranja (45) poate fi exprimată prin formula:

$$i = \frac{D \lambda_0}{d n} = \frac{D_0 + r \cos \varphi}{2 r \sin \varphi} \frac{\lambda_0}{n} \approx \frac{D_0 + r}{2 r \varphi} \frac{\lambda_0}{n} \quad (63)$$

γ) Biprisma lui Fresnel. Este un dispozitiv de interferență format din două prisme identice cu unghiuri de refracție A mici și cu bazele comune (Fig.78). Biprisma este iluminată cu o sursă

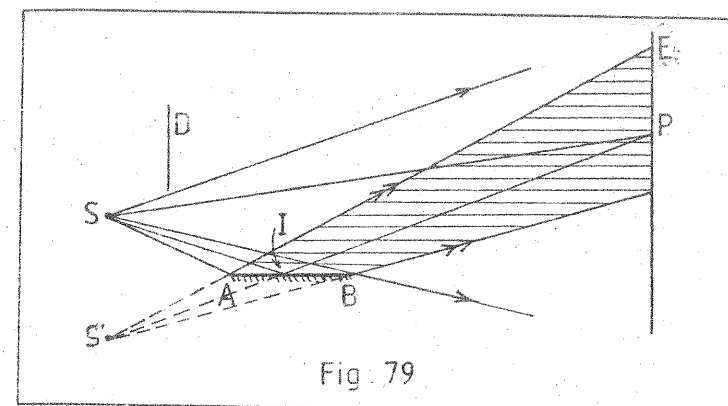


liniară S (fantă) paralelă cu muchiile biprismei și situată la o distanță D_s suficient de mare (20-30 cm) astfel încât unghiurile de incidență pe fețele biprismei să fie mici. În aceste condiții, razele sînt deviate de cele două prisme spre bazele lor cu același unghi $\delta \approx (n_1 - 1) A$ [v.(174)Cap.IX] unde n_1 este indicele de refracție al biprismei. Se obțin astfel două fascicule coerente cu focarele liniare S_1 și S_2 care sînt imaginile virtuale ale sursei S și care sînt situate aproximativ în același plan cu sursa S (Fig.78). În domeniul de suprapunere a celor două fascicule, pe un ecran E situat la distanța D_0 de biprismă, se obțin franje liniare paralele cu muchiile biprismei. Din (45) și figura 78 rezultă că interfranja poate fi exprimată prin relația:

$$i = \frac{D \lambda_0}{d n} = \frac{D_s + D_0}{2D_s(n_1 - 1)A} \lambda_0 \quad (64)$$

unde n_1 este indicele de refracție al prisme

δ) Oglinda lui Lloyd. Este un dispozitiv de interferență în care divizorul de fascicul este o oglindă plană AB de sticlă neagră (ca să elimine razele de pe fața a doua). Oglinda este iluminată cu o sursă liniară S (fantă) paralelă cu muchiile A și B ale oglinzii (Fig.79). În acest caz interfere fasciculul de radiații care provine direct de la sursa S cu cel reflectat de oglindă. Pe un ecran de



observație E, franjele sînt rectilinii și paralele cu sursa S. Într-un punct oarecare P din câmpul de interferență se întîlnesc cîte două raze: una directă SP și alta reflectată pe oglindă în punctul I de pe direcția S'P. Diferența de drum optic

pentru punctul P este $\Delta = [(SI + IP) - SP]n = (S'P - SP)n$. De aici rezultă că dacă punctul P se află la marginea B a oglinzii, avem $S'P = SP$ și deci $\Delta = 0$. Rezultă că la intersecția ecranului E cu muchia B a oglinzii ar trebui să se obțină un maxim de interferență (franja luminoasă). Experiența arată că în acel loc ($\Delta = 0$) se obține o franjă întunecată. Acest rezultat poate fi explicat ținînd seama de faptul că la reflexia pe suprafața sticlei se introduce o diferență de drum optic suplimentară de $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ așa cum s-a stabilit în cadrul teoriei electromagnetice (Cap.V, §3). Din condiția de maxime și minime (35) rezultă că modificarea drumului optic cu un număr impar de $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ determină

transformarea maximelor în minime și a minimelor în maxime în acord cu datele experimentale.

Franjele de interferență studiate pînă aici se obțin oriunde am așezat un ecran de observație în câmpul de interferență și de aceea ele se numesc franje de interferență nelocalizate. În aceste cazuri, pentru a obține franje cu vizibilitate mare trebuie să utilizăm surse punctiforme sau liniare.

§6.2. Dispozitive de interferență în care fasciculele coerente se obțin prin divizarea în amplitudine. Franje de interferență localizate pe lame subțiri.

α) Interferența pe lame cu fețe plan-paralele. Franje de egală înclinare. Să considerăm o lamă transparentă cu fețe plan-paralele AA' și BB' de grosime e și indice de refracție n (Fig.80). Pe lamă se trimite un fascicul de radiații monocromatice de la o sursă întinsă S. Să considerăm o rază II₁ care provine de la punctul I al sursei și ajunge pe suprafața AA' a lamei sub un unghi de incidență i. În procesele de reflexie și refracție pe cele două fețe ale lamei raza este divizată în două serii de raze paralele: una formată din razele R₁, R₂, ... reflectate sub unghiul i față de normala la suprafața lamei și alta formată din razele T₁, T₂, ... transmise de lamă pe direcția razei incidente. În cele ce urmează vom lua în considerare numai efectul primelor două fascicule reflectate formate din raze de tipul razelor R₁ și R₂, și a primelor două fascicule transmise formate din raze de tipul razelor T₁ și T₂ deoarece celelalte fascicule, care suferă mai mult de două reflexii pe fețele lamei, au intensități foarte mici astfel încât acțiunea lor poate fi în prima

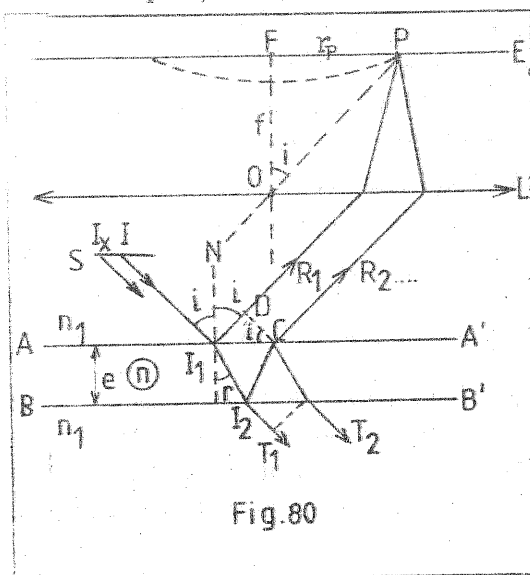


Fig.80

aproximație neglijată [v.Cap.VI.§1]. Fasciculele de raze reflectate și cele transmise obținute prin divizarea în amplitudine sînt coerente [v.Cap.V.§1] și fiind paralele formează cîte un sistem de franje de interferență localizate la infinit. Franjele pot fi observate în planul focal al unei lentile convergente L cu axa optică perpendiculară pe fețele lamei (Fig.80). Razele de tipul razelor R₁ și R₂ se întîlnesc în punctul P din planul focal. În acest punct se obține un maxim sau un minim de interferență după cum diferența de drum optic Δ dintre razele care interferă este un număr par sau impar de $\frac{\lambda_0}{2}$. Diferența de

la I la I₁ drumul este comun deci nu există diferență de drum. Cele două raze se despart în punctul I₁. De aici și pînă la suprafața de undă CD prima rază parcurge drumul I₁D în aer iar a doua drumul I₁I₂C în lamă. Luînd în considerare și saltul de fază la reflexie, rezultă că diferența de drum optic dintre cele două raze este:

$$\Delta = (I_1 I_2 + I_2 C)n - \left(I_1 D \pm \frac{\lambda_0}{2} \right) \quad (65)$$

unde $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ reprezintă diferența de drum suplimentară care apare la reflexia luminii pe fața AA', care separă aerul de lamă. [Dacă mediul înconjurător are indicele de refracție n₁ mai mare decît al lamei, diferența de $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ se introduce la reflexia pe fața BB', în calea celeilalte raze]. Din figura 80 rezultă:

$$I_1 I_2 = I_2 C = \frac{e}{\cos r} \quad (66)$$

$$I_1 D = I_1 C \sin i = 2e \operatorname{tg} r \cdot \sin i.$$

Folosind legea refracției, $\sin i = n \sin r$, putem scrie:

$$I_1 D = 2e \frac{\sin r}{\cos r} \sin i = 2en \frac{\sin^2 r}{\cos r} \quad (67)$$

Înlocuind (67) și (66) în (65) se obține:

$$\Delta = 2ne \cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} \quad (68)$$

Folosind legea refracției, $\sin i = n \sin r$, putem scrie

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \quad (69)$$

iar expresia diferenței de drum optic (68) poate fi scrisă sub forma:

$$\Delta = 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} \quad (70)$$

În conformitate cu legile reflexiei, toate razele care pornesc din I și formează în spațiu același unghi i cu normala la suprafața lamei dau naștere la raze reflectate care sînt focalizate de lentila L în punctele unui cerc, din planul ei focal, de rază

$$FP = r_p = f \operatorname{tg} i \quad (71)$$

unde f este distanța focală a lentilei. Deoarece pentru o lamă dată (e și n date), diferența de drum (70) nu depinde decît de valoarea unghiului de incidență i, rezultă că cercul de rază FP este un cerc de densitate de flux constantă. Rezultă deci că franjele de interferență sînt cercuri

concentrice cu centrul în focarul principal F al lentilei. Franjele pentru care $\Delta = m\lambda_0$ ($m=0,1,2,\dots$) sînt luminoase iar cele pentru care $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ sînt întunecate. Deoarece Δ (70) depinde numai de i rezultă că razele care provin din orice punct I_x al sursei și formează cu normala la suprafața lamei unghiul i formează franje de interferență care se suprapun exact peste sistemul de franje descris mai sus. Deoarece radiațiile care provin de la diferite puncte ale sursei nu sînt coerente între ele, densitățile de flux se însumează și, ca urmare, în cazul utilizării unei surse întinse franjele sînt mai luminoase decît în cazul unei surse punctiforme. Deoarece aceste franje corespund unui anumit unghi de incidență a razelor pe lamă ele se numesc franje de egală înclinare. Ele sînt cunoscute și sub denumirea de inelele lui Heideringer. Razele inelelor luminoase sau întunecate pot fi calculate folosind relațiile (71) și (70) în care $\Delta = \frac{\lambda_0}{2}$. În centrul inelelor (F din figura 80) avem $i=0$ iar diferența de drum (70) și ordinul de interferență corespunzător m_0 au valorile maxime. Conform cu (70) și (35) în centrul inelelor vom avea un maxim dacă $2en \pm \frac{\lambda_0}{2} = m_0\lambda_0$ sau un minim dacă $2en \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m_0+1)\frac{\lambda_0}{2}$ cu condiția ca ordinul de interferență m_0 la centrul inelelor să fie un număr întreg. După cum rezultă din relațiile de mai sus, m_0 nu este, în general, un număr întreg. Pentru un maxim (inel) oarecare K, numărât de la centrul inelelor spre margine, ordinul de interferență m_K este mai mic decît m_0 cu K unități. Folosind (70) și condiția de maxime (35) putem scrie:

$$2en - 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (m_0 - m)\lambda_0 = K\lambda_0 \quad (71')$$

Pentru unghiuri de incidență mici, avem $\sin i \approx i$. În acest caz, scoțind cantitatea $2en$ în factor și dezvoltînd radicalul în serie Taylor putem exprima raza inelului K, în primă aproximație, prin formula:

$$r_K = fr_K = \sqrt{K} \sqrt{\frac{n\lambda_0}{e}} \quad (71'')$$

Din (71'') rezultă că razele inelelor succesive sînt proporționale cu radicalul din numerele întregi succesive ($K=1,2,3,\dots$) cu $\sqrt{\lambda_0}$ și invers proporționale cu $\sqrt{e}$. Rezultă deci că distanța dintre inele $r_{K+1} - r_K$ scade pe măsură ce ne deplasăm de la centrul inelelor spre margini. Ținînd seama de cele arătate mai sus rezultă că pentru a obține franje de egală grosime cu vizibilitate mare (fără suprapuneri de maxime și minime) trebuie să lucrăm cu lame subțiri (cîtiva μm) și cu radiații monocromatice (cu lățime spectrală mică). Astfel de franje servesc pentru verificarea calității plăcilor cu fețe plan-paralele în laboratoarele de optică.

Interferența se produce și în lumină transmisă. Din figura 80 rezultă că între razele coerente transmise (T_1 și T_2) se introduce aceeași diferență de drum ca și în reflexie (70) dar fără diferența de drum suplimentară de $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ deoarece saltul de fază de $\pm \pi$ sau nu se produce la nici o reflexie (dacă $n > n_1$) sau se produce la ambele suprafețe de separație dacă ($n < n_1$). De aceea, conform cu (35), în punctele lamei unde în reflexie se obțin maxime, în transmisie se obțin minime iar în locul minimelor se obțin maxime. Vizibilitatea franjelor în lumină transmisă este însă mult mai mică decît în lumină reflectată deoarece densitățile de flux Φ_A și Φ_B ale fasciculelor care interferă sînt mult diferite între ele (Cap. VI, §1), densitatea de flux în minime (32) este diferită de 0 iar franjele apar pe fond luminos.

b) Interferența pe lame subțiri de grosime variabilă. Franje de egală grosime. Să considerăm o lamă transparentă de indice de refracție n cu fețe plane MA și MB care formează între ele un unghi mic α (Fig. 81). O astfel de lamă este cunoscută sub denumirea de pană optică. Pe suprafața lamei se trimite un fascicul de radiații monocromatice de lungime de undă λ_0 de la o sursă S de arie finită. În oricare punct P de pe suprafața lamei se întîlnesc cîte două raze care provin de la același punct I al sursei S și anume raza II_1I_2P care se reflectă pe fața MB a lamei și raza IP care se reflectă pe suprafața MA în punctul P. Provenind de la același punct I aceste raze sînt coerente și interferă. Prin interferența lor în punctul P se obține un maxim sau un minim după cum diferența de drum optic de la I la P este egală cu un număr par sau impar de $\frac{\lambda_0}{2}$ (35).

Franjele de interferență care se obțin prin interferența razelor de tipul celor menționate sînt localizate pe suprafața lamei. Dacă sursa S este întinsă, vizibilitatea franjelor este mică sau chiar egală cu zero deoarece diferențele de drum optic pentru razele care ajung în P de la diferite puncte ale sursei nu au aceeași valoare (radiațiile nu sînt coerente). În acest caz, pentru a obține franje de interferență, se poate folosi un sistem optic format dintr-o diafragmă D și o lentilă convergentă L (Fig. 81) care formează pe un ecran E imaginea reală a suprafeței lamei. Imaginea punctului P se obține în P'.

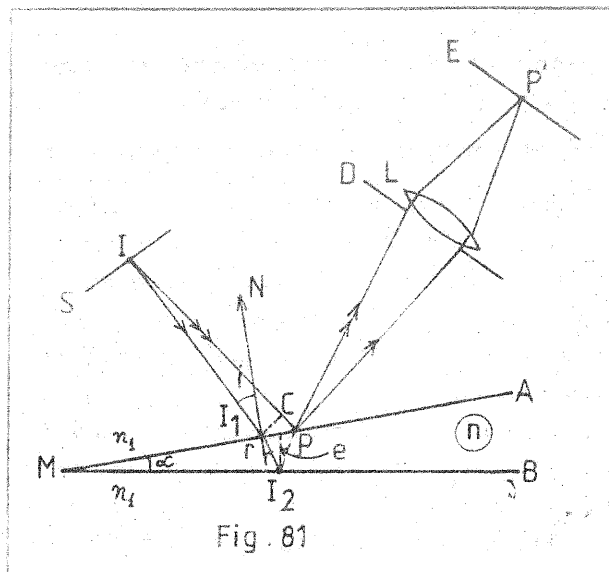


Fig. 81

Deschiderea diafragmei se alege astfel încât la formarea imaginii să participe numai razele care provin de la puncte ale sursei pentru care diferențele de drum optic corespunzătoare unui punct P dat sînt aproximativ egale. În aceste condiții, pe ecranul E se observă franje chiar dacă pe suprafața AM vizibilitatea franjelor este egală cu zero. În conformitate cu principiul lui Fermat (Cap. IX, §2.5), lentila L nu introduce diferență de drum între razele care pornesc din P și ajung în P' și de aceea diferența de

drum în punctul imagine P' este aceeași ca și în P. Pentru calculul diferenței de drum optic în P' se poate proceda astfel: Se duce arcul de cerc I_1C cu centrul în punctul I (acest arc de cerc reprezintă suprafața de undă a fascicului omocentric incident cu focarul în I). Deoarece de la I la I_1C și de la P la P' nu există diferență de drum optic, din figura 81 rezultă că diferența de drum optic pentru punctul P (deci și pentru punctul P') poate fi exprimată prin relația:

$$\Delta = (I_1I_2 + I_2P)n - (CP \pm \Delta_s) \quad (72)$$

În (72) $\Delta_s = 0$, sau $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ și exprimă diferența de drum optic corespunzătoare unor salturi de fază

$\Delta\psi_s = \pm\pi$ care pot avea loc în procesul de reflexie pe fețele lamei. Valoarea $\Delta_s = 0$ corespunde cazurilor în care saltul de fază sau se produce la ambele suprafețe sau nu se produce la nici una.

Valoarea $\Delta_s = \pm \frac{\lambda_0}{2}$ corespunde cazurilor în care saltul de fază se produce numai în vecinătatea

uneia din suprafețele de separație. [Reamintim că saltul de fază se produce cînd unda incidentă pe suprafața de separație considerată se propagă în substanța cu indice de refracție mai mic (Cap. V, §3)]. Dacă sursa S se află departe de lamă și unghiul diedru α este mic, atunci distanța I_1P este foarte mică, $I_1I_2 \approx I_2P$ iar diferența de drum optic (72) poate fi scrisă, ca și în cazul lamei cu fețe plan-paralele (70), sub forma:

$$\Delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \Delta_s \quad (73)$$

unde e este grosimea lamei în regiunea I_1P , i este unghiul de incidență al razelor pe suprafața lamei (Fig. 81) iar $\Delta_s = 0$ sau $\pm \frac{\lambda_0}{2}$ după caz. Dacă diafragma circulară D are dimensiuni mici, în

punctul P' se întîlnesc numai raze pentru care unghiul de incidență are aproximativ aceeași valoare. În aceste condiții, pentru o lamă dată (n dat), diferența de drum Δ (73) depinde practic numai de grosimea e a lamei iar franjele de interferență corespund punctelor lamei unde aceasta are grosime constantă. Din această cauză acest tip de franjele poartă denumirea de franje de egală grosime. Ele pot fi observate pe ecranul E situat în planul conjugat cu suprafața lamei. Franjele pot fi observate și cu ochiul liber dacă privim suprafața lamei de pe direcția razelor reflectate. În acest caz rolul lentilei diafragmate îl joacă ochiul iar franjele de interferență se formează pe retină. Ele par că se află localizate pe suprafața MA a lamei. Franjele sînt drepte, paralele cu muchia penei și echidistante (Fig. 82). Conform cu (73) și (35) la muchia penei ($e=0$, $\Delta=\Delta_s$) se obține o franjă întunecată dacă $\Delta_s = \frac{\lambda_0}{2}$ sau luminoasă dacă $\Delta_s = 0$. De pildă, dacă lama este de

sticlă și este situată în aer, $\Delta_s = \frac{\lambda_0}{2}$ iar la muchia penei se obține o franjă întunecată. Dacă lama este iluminată sub incidență normală ($i=0$), condițiile de maxim (35) pentru două franje luminoase consecutive pot fi scrise sub forma:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2ne_1 \pm \Delta_s = m\lambda_0 \\ \Delta_2 &= 2ne_2 \pm \Delta_s = (m+1)\lambda_0 \end{aligned} \quad (74)$$

unde e_1 și e_2 (Fig. 82) sînt grosimile lamei în zonele unde se obțin aceste franje. Din (74) se obține:

$$\Delta_2 - \Delta_1 = 2n(e_2 - e_1) = \lambda_0 \quad (75)$$

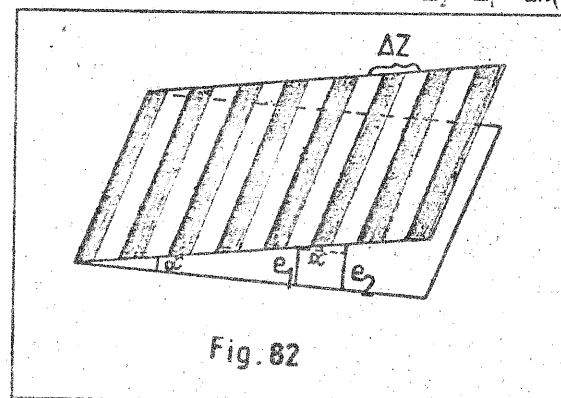


Fig. 82

Dacă notăm interfranja cu ΔZ , din figura 82 rezultă:

$$e_2 - e_1 = \Delta Z \sin \alpha \approx \Delta Z \cdot \alpha \quad (76)$$

Înlocuind (76) în (75) se obține:

$$\Delta Z = \frac{\lambda_0}{2n\alpha} \quad (77)$$

Aceeași relație se obține și pentru două franje întunecate consecutive. Din (77) se poate determina unghiul α dacă se măsoară interfranja ΔZ și se cunosc

mărimile n și λ_0 .

γ) Inelele lui Newton. Un caz particular interesant de franje de egală grosime sînt franjele cunoscute sub denumirea de inelele lui Newton. Aceste franje se obțin pe stratul de aer de grosime variabilă care se formează între suprafața plană AB a unei lame de sticlă și suprafața convexă a unei lentile plan-convexe așezată pe lamă (Fig.83). În acest caz interfere radiatiile reflectate pe suprafața de sus a lamei de sticlă și pe suprafața de jos a lentilei. Dacă raza de curbură a lentilei este mare (de ordinul metrului) stratul de aer de grosime variabilă din vecinătatea punctului de contact O poate fi asimilat cu o pană optică astfel încît diferența de drum optic dintre razele care interfere poate fi exprimată prin relația (73). Dacă lama de aer ($n=1$) este iluminată sub incidență normală ($i=0$) diferența de drum optic (73) pentru punctul P (Fig.83) poate fi scrisă sub forma:

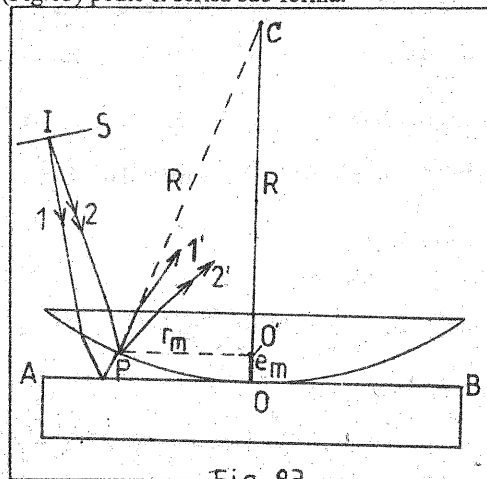


Fig. 83

$$\Delta = 2e + \Delta_s \quad (78)$$

unde e este grosimea penei de aer în vecinătatea punctului P. Deoarece pana are aceeași grosime e în toate punctele P aflate pe cercuri cu centrele pe axa de simetrie OC, rezultă că se obțin franje de interferență de egală grosime ($\Delta = \text{const.}$) de formă inelară cu centrele pe axa OC ($\hat{O} \hat{C}$).

Să considerăm o franjă inelară oarecare de rază r_m care se obține în punctele unui cerc pentru care pana de aer are grosimea e_m (Fig.83). Franjele luminoase se obțin în punctele pentru care este îndeplinită condiția

$$\Delta = 2e_m + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (79)$$

Razele inelelor luminoase pot fi calculate folosind teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic CO'P:

$$r_m^2 = R^2 - (R - e_m)^2 = 2Re_m - e_m^2 \quad (80)$$

Deoarece $e_m \ll R$, termenul e_m^2 din (80) poate fi neglijat față de $2Re_m$ și se obține în prima aproximație:

$$e_m = \frac{r_m^2}{2R} \quad (81)$$

Folosind (81) putem scrie condiția (79) sub forma:

$$\frac{r_m^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \quad (82)$$

Din (82) rezultă că razele inelelor luminoase de ordin de interferență m pot fi calculate cu formula:

$$r_m^{\text{max}} = \sqrt{(2m-1)R\frac{\lambda_0}{2}}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (83)$$

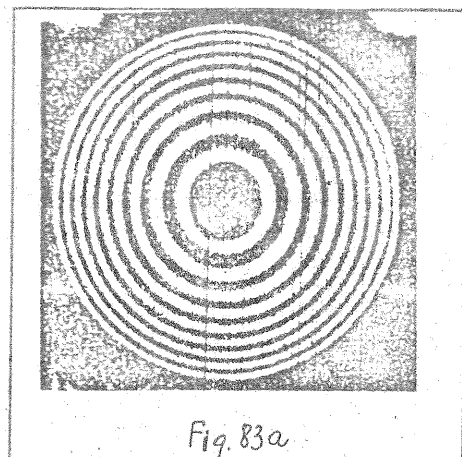
În mod analog, din condiția de minime

$$\Delta = 2e_m + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (84)$$

rezultă că razele inelelor întunecate pot fi calculate cu formula:

$$r_m^{\text{min}} = \sqrt{mR\lambda_0}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (85)$$

În zona de contact a lentilei cu suprafața lamei avem $e_m \approx 0$, $\Delta \approx \frac{\lambda_0}{2}$ și de aceea în centrul inelelor de interferență în lumina reflectată, în condițiile precizate mai sus, se obține o pată circulară întunecată (minimul de ordin $m=0$). Din (83) și (85) rezultă că diferența dintre razele a două inele consecutive ($r_{m+1} - r_m$) luminoase sau întunecate scade odată cu creșterea ordinului de interferență m (inelele se îndesesc spre marginile figurii de interferență Fig.83.a). La iluminarea dispozitivului cu lumină albă, în conformitate cu formula (83), inelele luminoase apar colorate în roșu spre exterior și în violet spre interior ($\lambda_{\text{or}} > \lambda_{\text{ov}}$).



Măsurând razele inelelor luminoase sau întunecate, cu formula (83) sau (85), se poate determina R dacă este cunoscut λ_0 sau λ_0 dacă se cunoaște R .

Inelele lui Newton se pot observa și în lumină transmisă. În acest caz, conform celor spuse mai sus referitor la saltul de fază, în expresia diferenței de drum (79) nu mai apare termenul $\frac{\lambda_0}{2}$ și de aceea în locurile în care în reflexie se obțin maxime, în transmisie se obțin minime și invers (în particular centrul inelelor în transmisie este luminos când în reflexie este întunecat).

§6.3. Culorile lamelor subțiri.

În cazul interferenței pe lame subțiri, dacă grosimea lamei este foarte mică, comparabilă cu lungimea de undă a radiațiilor din domeniul vizibil, condiția de maxim de interferență

$$\Delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \quad (86)$$

poate fi satisfăcută numai pentru o singură radiație de lungime de undă λ_0 bine determinată sau pentru un număr mic de radiații din domeniul vizibil a căror lungimi de undă diferă mult unele de altele. În aceste condiții, lama apare colorată într-o culoare dată de radiațiile pentru care este îndeplinită condiția de maxime (86). Din (86) rezultă că lungimile de undă ale radiațiilor care determină culoarea lamei pot fi calculate cu formula:

$$\lambda_{0m} = 4e \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{2m - 1}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (87)$$

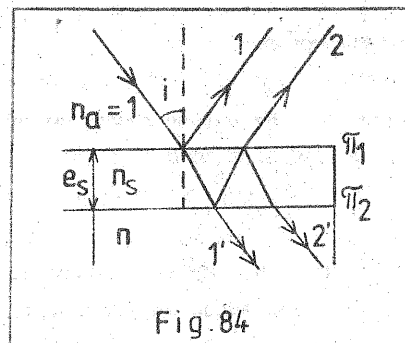
În conformitate cu (87) culoarea lamei depinde de grosimea ei și de unghiul de incidență adică de unghiul sub care privim lama. Schimbarea culorii în funcție de înclinarea lamei arată că aceste culori nu sînt proprii lamei ci ele apar ca efect al interferenței luminii. Acest fenomen de interferență este cunoscut sub denumirea de culorile lamelor subțiri. El se observă pe peliculele de sîdef, pe suprafețele balonașelor de săpun, pe pelicule de petrol sau ulei aflate pe suprafața liniștită a apei etc. atunci cînd pe acestea ajunge lumina difuzată de aerul atmosferic.

§6.4. Aplicații ale interferenței radiațiilor optice.

Interferența radiațiilor optice are numeroase aplicații. Dintre acestea menționăm: determinarea lungimii de undă a radiațiilor, determinarea precisă a lungimilor, a unghiurilor, a abaterilor de la planitate a suprafețelor etc. Unele dintre aceste aplicații au fost menționate în paragrafele precedente. În cele ce urmează vom prezenta mai detaliat cîteva aplicații importante ale interferenței.

α) Acoperiri optice. Straturi antireflex. Pentru construcția unor obiective de microscopie, lunete, aparate fotografice, aparate de filmat etc. se folosesc sisteme optice formate dintr-un număr mare de lentile calculate astfel încît acestea să fie corectate în privința diferitelor defecte optice. În astfel de sisteme o mare parte din fluxul fasciculului de radiații incident se pierde prin reflexie pe suprafețele de separație ale substanțelor cu indici de refracție diferiți. Deși scăderea de flux la fiecare reflexie este relativ mică (Cap.V, §1), dacă numărul de suprafețe de separație este mare, scăderea de flux a fasciculului de radiații transmis este considerabilă. Pentru a micșora pierderile de energie radiantă prin reflexie, suprafețele de separație se acoperă cu un strat subțire transparent de grosime e_s și indice de refracție n_s astfel alese încît radiațiile reflectate pe cele două suprafețe ale stratului să dea prin interferența lor un fascicul de radiații de densitate de flux egală cu zero sau cît mai mică. În conformitate cu legea conservării energiei radiante, orice scădere a densității de flux a radiațiilor reflectate este însoțită de o creștere corespunzătoare a densității de flux a fasciculului de radiații transmis. Astfel de straturi, care micșorează pierderile de energie radiantă prin reflexie, poartă denumirea de straturi antireflex. Parametrii unui astfel de strat pot fi calculați în felul următor: Considerăm că pe suprafața unei componente optice (lentilă, lamă, etc.) de indice de refracție n este depus un strat de substanță transparentă de indice de refracție n_s și grosime e_s (Fig.84). Pe suprafața stratului se trimite un fascicul de radiații optice monocromatice de lungime de undă λ_0 care se propagă în aer ($n_a=1$). Razele fasciculului sînt divizate prin reflexie și refracție pe suprafețele Π_1 și Π_2 ale stratului. Să admitem că $n_s < n$ și că incidența este normală ($i=0$). În aceste condiții, condiția de minim de interferență în reflexie poate fi scrisă sub forma:

$$2e_s n_s = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (88)$$



Din (88) rezultă că grosimea minimă ($m=0$) pe care trebuie să o aibă stratul antireflex este dată de relația:

$$e_s = \frac{\lambda_0}{4n_s} \quad (89)$$

Dacă condiția (89) este îndeplinită pentru radiația cu lungimea de undă λ_0 ea este aproximativ îndeplinită și pentru radiațiile cu lungimi de undă apropiate de λ_0 . De aceea lungimea de undă λ_0 se alege la mijlocul domeniului spectral pentru care se realizează stratul antireflex. De exemplu, pentru sistemele optice destinate

să lucreze în domeniul vizibil, grosimea stratului se realizează astfel încît prin reflexie să fie stinsă lumina verde cu $\lambda_0=555$ nm pentru care sensibilitatea ochiului este cea mai mare (Cap.VII,§2.1). Această radiație va fi prezentă în fasciculul de radiații transmis cu densitate de flux maximă. Pentru ca densitatea de flux a fasciculului reflectat să fie egală cu zero sau cît mai mică, conform cu (32), pentru fascicule de raze paralele ($\alpha=0$) trebuie să avem $\varphi_A=\varphi_B$ ceea-ce înseamnă că factorii de reflexie ai suprafețelor de separație Π_1 și Π_2 să fie egali. Ținînd seama de expresiile factorilor de reflexie la incidență normală (Cap.V,§1) condiția de mai sus poate fi scrisă sub forma:

$$\left(\frac{1-n_s}{1+n_s}\right)^2 = \left(\frac{n-n_s}{n+n_s}\right)^2 \quad (90)$$

Din (90) rezultă că stratul antireflex trebuie realizat dintr-o substanță cu indicele de refracție

$$n_s = \sqrt{n} \quad (91)$$

Din (91) și (89) rezultă că pentru sticla cu $n=1,6$, $\lambda_0=555$ nm, stratul antireflex trebuie să aibă parametrii:

$$n_s=1,27 ; \quad e_s=0,1 \mu\text{m} \quad (92)$$

Un material convenabil pentru realizarea unui astfel de strat este criolitul (Na_3AlF_6) care are indicele de refracție $n_s \approx 1,30$. Deși condiția (92) în acest caz nu poate fi îndeplinită decît aproximativ exact, factorul de reflexie al unei lentile acoperite cu un astfel de strat scade de aproximativ 6 ori, iar factorul de transmisie crește în mod corespunzător de la $T=1-R$ la $T=1-\frac{R}{6}$.

În cazul lentilelor obiectiv, destinate să formeze imagini (în aparatele de fotografiat sau aparatele de proiecție), în anumite condiții, radiațiile reflectate care parcurg obiectivul în ambele sensuri, prin reflexie pe fețele aflate în contact cu aerul, produc pete de lumină pe imagine (halou) care

strică claritatea imaginii. În cazul obiectivelor ale căror suprafețe sînt acoperite cu straturi antireflectante acest defect este mult diminuat și ca urmare claritatea imaginii este mult mai bună.

Straturile antireflex se depun pe sticlă pe cale chimică sau prin evaporarea materialului respectiv în vid. În practică, straturile antireflex se construiesc astfel încît grosimea lor să fie egală cu un multiplu impar al grosimii minime (89) așa cum rezultă din (88) pentru $m \neq 0$. Aceste straturi, fiind mai groase, sînt mai ușor de controlat în timpul depunerii lor pe sticlă și sînt mai rezistente în timp. În cazul straturilor antireflex pentru domeniul vizibil, calculate pentru $\lambda_0=555$ nm, în lumină transmisă predomină radiația verde iar în lumină reflectată predomină radiațiile albastre și roșii. De aceea suprafața unei lentile acoperite cu un strat antireflex privită în lumină reflectată apare de culoare albastră-purpurie. Lentilele acoperite cu un astfel de strat sînt cunoscute sub denumirea de lentile cu optică albastră (ex. obiectivele aparatelor fotografice).

Utilizînd straturi subțiri interferențiale se pot realiza oglinzi speciale care reflectă puternic radiațiile de anumite lungimi de undă. În acest scop grosimea stratului de acoperire se alege astfel încît condiția de maxim de densitate de flux să fie îndeplinită pentru radiațiile reflectate de cele două suprafețe de separație ale stratului. Astfel de oglinzi se utilizează pe scară largă la construcția rezonatorilor laser. Ele pot reflecta pînă la 99 % din fluxul de radiații monocromatice care ajunge pe suprafața lor.

Folosind acoperiri cu straturi interferențiale se pot realiza de asemenea oglinzi speciale, utilizate în chirurgie, care au capacitatea de a reflecta puternic radiațiile vizibile dar nu reflectă radiațiile infraroșii (calorice) pentru a nu încălzi în mod inutil locul în care se operează. Astfel de oglinzi sînt cunoscute sub denumirea de oglinzi reci.

β) Interferometria. În conformitate cu condițiile de maxim și de minim (35), dacă diferența de drum optic dintre fasciculele de radiații care interferă se modifică, dintr-un motiv oarecare, cu un număr oarecare q de lungimi de undă λ_0 a radiației utilizate, întregul sistem de franje se deplasează în planul franjelor cu q interfranje (q poate fi întreg sau fracționar). De exemplu, dacă în calea unuia din cele două fascicule care interferă (Fig.73) se introduce o lamă transparentă de grosime e și indice de refracție n_s la incidență normală ($i_1=0$) drumul optic crește cu cantitatea $\Delta=(n_s-1)e$. [(7)Cap.VI]. Deoarece la trecerea de la un maxim (minim) la maximum (minimul) vecin corespunde o diferență de drum optic egală cu λ_0 putem scrie:

$$(n_s-1)e = q\lambda_0 = \frac{Z}{i}\lambda_0 \quad (93)$$

în care i este mărimea interfranjei iar Z este distanța pe care se deplasează sistemul de franje. Măsurând interfranja i și deplasarea Z , cu ajutorul formulei (93), se poate determina oricare dintre mărimile n_s , e sau λ_0 dacă două dintre acestea sînt cunoscute. Partea opticii care se ocupă cu elaborarea și utilizarea metodelor de măsurare interferențiale se numește **interferometrie**. Aparatele care servesc pentru astfel de măsurători se numesc **interferometre**. Metodele de măsurare interferometrice sînt foarte precise. De aceea ele pot fi utilizate cu succes pentru determinarea indicilor de refracție ai unor substanțe solide, lichide sau gazoase, studiul variației indicilor de refracție cu presiunea sau cu temperatura, determinarea abaterilor de la planietate sau paralelism a unor suprafețe, măsurarea unor grosimi sau unghiuri foarte mici etc. Există multe tipuri de interferometre : cu două fascicule și cu fascicule multiple. În cele ce urmează vom descrie cîte un interferometru reprezentativ pentru fiecare categorie.

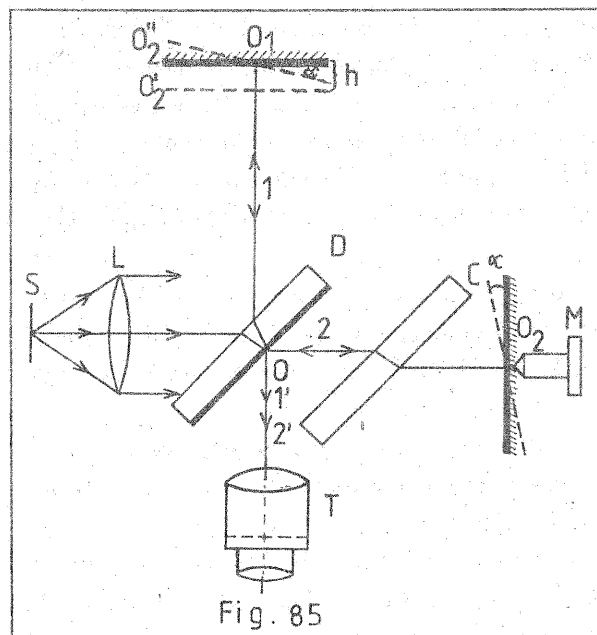


Fig. 85

pe oglinda plană O_1 sub incidență normală, se reflectă pe aceeași direcție trece prin lama D și ajunge în luneta de observație T. Fasciculul transmis de lama D se reflectă pe oglinda plană O_2 apoi se reflectă pe fața semiargintată a lamei D și pătrunde în luneta de observație T. Fasciculele de raze $1'$ și $2'$ care pătrund în lunetă provenind din același fascicul incident, prin divizarea în

Interferometrul Michelson

Schema de principiu a interferometrului Michelson este dată în figura (85). Razele de lumină care provin de la o sursă S, situată în planul focal al unei lentile convergente L, ajung pe o lamă groasă de sticlă sau cuarț cu fețe plan-paralele D orientate la 45° față de axa optică a lentilei. Lama D, numită lamă divizor de fascicul, are fața posterioară semiargintată astfel încît divizează fasciculul de raze incident în două fascicule de intensități egale; unul reflectat și altul transmis prin lamă. Fasciculul reflectat pe fața semiargintată ajunge

amplitudine, sînt coerente și interfere. Prin interferență se obțin franje de egală înclinare (circulare) sau franje de egală grosime (rectilini) în funcție de orientarea oglinzilor O_1 și O_2 . Dacă oglinzile O_1 și O_2 sînt perpendiculare una pe alta iar drumurile optice (OO_1) și (OO_2) diferă puțin unul de altul, atunci imaginea oglinzii O_2 obținută prin reflexie pe fața semiargintată a lamei D se obține într-un plan O'_2 [Fig.(85)] paralel cu suprafața oglinzii O_1 și foarte aproape de aceasta. În acest caz, diferența de drum dintre fasciculele care interfere este cea care corespunde reflexiei pe suprafețele lamei de aer de grosime constantă h dintre planele O_1 și O'_2 și, ca urmare, se obțin franje circulare cu centrul în focarul principal al obiectului lunetei T reglate pentru observarea la infinit. Modificarea diferenței de drum se realizează prin deplasarea oglinzii O_2 paralel cu ea însăși cu ajutorul unui șurub micrometric M.

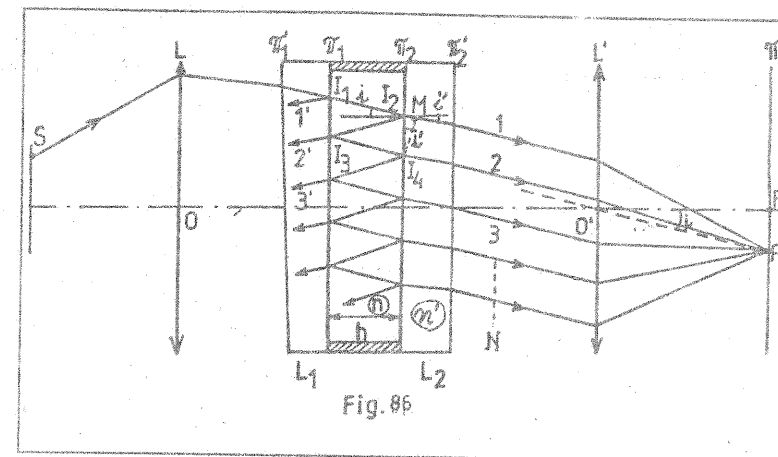
Dacă oglinda O_2 este deplasată astfel încît drumurile optice (OO_1) și (OO_2) sînt egale iar din această poziție este înclinată cu un unghi mic α în jurul unei axe perpendiculare pe planul figurii (85), imaginea ei prin reflexie pe fața semiargintată a lamei D se obține în planul O''_2 (Fig.85) care formează unghiul α cu planul oglinzii O_1 . În acest caz, diferența de drum dintre fasciculele care interfere corespunde penei duble de aer delimitate de planul oglinzii O_1 și planul imaginii O''_2 al oglinzii O_2 . Vizînd cu luneta pînă de aer obținem franje de egală grosime, liniare, echidistante și paralele cu muchia penei (dreapta de intersecție a planelor O_1 și O''_2). Orice variație a diferenței de drum optic determină deplasarea franjelor de interferență în lungul penei de aer (pe direcție perpendiculară la muchia penei). Deplasarea franjelor se măsoară față de un reper fix trasat pe oglindă O_1 și care marchează muchia penei (de ordin zero) în lumină albă care inițial se obține în dreptul reperului fix. Deoarece unul dintre fascicule trece de trei ori prin lama D iar celalalt trece o singură dată, cînd se lucrează cu lumină albă, datorită fenomenului de dispersie, lama D introduce diferențe de drum optic diferite pentru radiații cu lungimi de undă diferite. Ca urmare, franja de ordin zero nu apare albă ca s-o putem utiliza ca reper în sistemul de franje ci apare descompusă în spectru ca și celelalte franje. Pentru ca franja de ordin zero să apară clar în lumină albă, în drumul fasciculului de raze OO_2 se introduce o lamă C numită lamă compensatoare realizată din sticlă de aceeași calitate ca și lama D, de aceeași grosime optică dar care nu este semiargintată. În prezența acestei lame, ambele fascicule de radiații străbat de cîte trei ori drumuri egale în sticlă astfel încît diferențele de drum optic introduse de lamele D și C se compensează reciproc pentru radiațiile de orice lungime de undă iar franja de ordin zero apare clar în lumină albă.

Experimentele efectuate cu ajutorul interferometrului Michelson au jucat un rol foarte important în dezvoltarea metrologiei de interferență (definirea metruului etalon) și elaborarea teoriei relativității (abandonarea conceptului de "eter" luminos).

§7. Interferența în fascicule multiple.

Pînă aici, la studiul interferenței fasciculelor de radiații obținute prin divizarea în amplitudine am considerat numai efectul primelor două fascicule reflectate sau transmise neglijînd efectul fasciculelor care suferă mai mult de două reflexii pe suprafețele divizorului de fascicule. În conformitate cu formulele (2) cap. VI această aproximație este justificată dacă factorii de reflexie ai suprafețelor de separație sînt mici. (De exemplu, pentru $R=0,04$, avem $R^2=0,0016$, $R^3=0,000064$ etc.). Dacă factorii de reflexie sînt mari, fiecare rază incidentă se divide prin reflexii succesive într-un număr mare de raze de intensități comparabile, care interferă între ele. Acest tip de interferență este cunoscut sub denumirea de interferență multiplă. După cum vom arăta, prin interferență multiplă se obține o distribuție de densități de flux (intensități) esențial diferită de cea care se obține în cazul interferenței a două fascicule.

§7.1. Interferometrul Fabry-Perot. Unul dintre dispozitivele bazate pe fenomenul de interferență multiplă este interferometrul Fabry-Perot. El este format din două plăci groase cilindrice L_1 și L_2 (Fig. 86) din sticlă sau cuarț topit cu suprafețele de separație plane șlefuite optic. Suprafețele divizoare de fascicule Π_1 și Π_2 , aflate față în față sînt acoperite cu un strat metalic subțire (Ag, Al etc.) astfel încît au factori de reflexie mari ($0,75 \leq R \leq 0,95$). Distanța dintre ele este fixată cu ajutorul unor distanțoare cilindrice sau sferice realizate din materiale cu coeficient de dilatare termică foarte mic (cuarț sau invar). Suprafețele reflectătoare Π_1 și Π_2 delimitează între ele un strat de aer cu fețe plan-paralele de grosime h și indice de refracție n .



Paralelismul suprafețelor Π_1 și Π_2 se realizează cu ajutorul unui sistem de reglare cu trei șuruburi și trei pîrghii care apasă pe suprafața Π_2 în trei puncte situate pe un cerc la intervale de 120° la marginile plăcii L_2 . Suprafața Π_1 a plăcii L_1 este puțin înclinată față de Π_2 , cu un unghi de $1'-10'$, pentru a evita pătrunderea în cîmpul de interferență a radiațiilor reflectate pe această suprafață. Divizarea razelor care provin de la sursa monocromatică S are loc așa cum rezultă din figura (86). Cu ajutorul lentilei L se trimite pe plăcile interferometrului un fascicul de raze puțin convergent pentru a crea condiții mai bune de divizare multiplă a razelor. (În caz contrar razele marginale părăsesc spațiul dintre plăci după un număr mic de reflexii). Prin reflexii multiple pe fețele Π_1 și Π_2 fiecare rază incidentă se divide într-un sistem de raze transmise, coerente, paralele $1, 2, 3, \dots$ și un sistem de raze reflectate $1', 2', 3', \dots$ care se întorc prin placa L_1 . Fasciculele de raze transmise formează un sistem de franje localizate la infinit. Franjele pot fi observate în planul focal imagine Π_F al unei lentile convergente L' . Diferența de fază $\Delta\psi$ dintre două raze succesive de la S la P poate fi calculată ca și în cazul lamei cu fețe plan-paralele (§6.2). Pentru aceasta folosim suprafața de undă I_4M a fascicului transmis și conform figurii (86) obținem :

$$\Delta\psi = \frac{2\pi}{\lambda_0} [(I_1 I_2 + I_3 I_4)n - (I_2 M)n'] = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2nh \cos i \quad (94)$$

În (94), λ_0 este lungimea de undă în vid a radiației utilizate, n' indicele de refracție al materialului plăcilor, i - unghiul de incidență al razelor pe suprafețele Π_1 și Π_2 iar celelalte mărimi au semnificațiile cunoscute.

Pentru a calcula distribuția de densități de flux (intensități) în figura de interferență putem proceda în felul următor: Admitem că plăcile L_1 și L_2 sînt perfect transparente ($\tau_i = 1$) și că suprafețele Π_1 și Π_2 au factorii de reflexie egali și factorii de transmisie egali:

$$R_1 = R_2 = R ; T_1 = T_2 = T \quad (96)$$

Considerăm că radiația incidentă este armonică astfel încît densitățile de flux ale fasciculelor de radiații sînt direct proporționale cu pătratul amplitudinilor intensităților de cîmp electric corespunzătoare. Notînd cu $\varphi_0 = \frac{1}{c\mu_0} \frac{E_0^2}{2}$ densitatea de flux a fascicului incident și folosind formulele (2) Cap. VI. în condițiile (96) putem exprima densitățile de flux ale fasciculelor transmise succesive 1,2,3,...N și amplitudinile intensităților de cîmp electric corespunzătoare prin relațiile:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= T^2 \varphi_0 & E_{01} &= TE_0 \\ \varphi_2 &= T^2 R^2 \varphi_0 & E_{02} &= TRE_0 \\ \varphi_3 &= T^2 R^4 \varphi_0 & E_{03} &= TR^2 E_0 \end{aligned} \quad (97)$$

$$\varphi_N = T^2 R^{2(N-1)} \varphi_0 ; E_{0N} = TR^{N-1} E_0$$

Față de intensitatea de cîmp electric produs în P de fasciculul 1, care trece prin sistem fără reflexie, intensitățile de cîmp produse în P de fasciculele 2,3,4,...(N-1), reflectate succesiv, sînt defazate, respectiv cu cantitățile $\Delta\psi, 2\Delta\psi, 3\Delta\psi, \dots, (N-1)\Delta\psi$ unde $\Delta\psi$ este dat de (94). (Lentila L' nu introduce diferență de fază suplimentară). Folosind amplitudinile complexe și compunîndu-le după metoda fazorială, rezultă că amplitudinea cîmpului electric resultant în punctul P este dată de relația:

$$\begin{aligned} E_0(P) &= E_{01} + E_{02} e^{i\Delta\psi} + E_{03} e^{i2\Delta\psi} + \dots + E_{0N} e^{i(N-1)\Delta\psi} = \\ &= TE_0 (1 + R e^{i\Delta\psi} + R^2 e^{i2\Delta\psi} + \dots + R^{N-1} e^{i(N-1)\Delta\psi}) = TE_0 \frac{1 - R^N e^{iN\Delta\psi}}{1 - R e^{i\Delta\psi}} \end{aligned} \quad (98)$$

În conformitate cu (1) cap. VI, numărul de fascicule care interferă în P este

$$N = \frac{L}{2h \operatorname{tg} i} \quad (99)$$

unde L exprimă dimensiunile suprafețelor Π_1 și Π_2 .

Dacă N este suficient de mare, tinînd seama că $R \leq 1$, formula (98) poate fi scrisă, în prima aproximație, sub forma:

$$E_0(P) = \frac{TE_0}{1 - R e^{i\Delta\psi}} \quad (100)$$

Folosind (100) în care înlocuim $T=1-R$ (considerînd că la nivelul suprafețelor Π_1 și Π_2 factorul de absorbție $A=0$) putem obține pentru densitatea de flux în punctul P formula:

$$\varphi(P) = \chi \frac{E_0(P) E_0^*(P)}{2} = \frac{\varphi_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Delta\psi}{2}} \quad (101)$$

Funcția (101) se numește funcția de transfer a interferometrului sau funcția lui Airy. În mod asemănător se poate obține formula densității de flux total pentru fasciculul de radiații reflectate. În conformitate cu (101), distribuția de densități de flux în planul focal Π_F este determinată de densitatea de flux φ_0 a fascicului incident, de factorul de reflexie R al suprafețelor divizoare Π_1 și Π_2 și de diferența de fază $\Delta\psi$ (94). Din (101) și (94) rezultă că densitățile de flux maxime $\varphi(P)_{\max} = \varphi_0$ se obțin în condițiile:

$$\Delta\psi = 2m\pi ; 2nh \cos i_m = m\lambda_0 ; m = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (102)$$

În mod obișnuit ordinul de interferență m are valori foarte mari [v. (114)]. Formula (102) arată că franjele obținute sînt de egală înclinație ($i = \text{const}$). Ele apar sub forma unor inele concentrice cu centrul în focarul F' al lentilei L' .

Din (101) rezultă că $\varphi(P)_{\min} = \varphi_0 \left(\frac{1-R}{1+R} \right)^2$ pentru $\sin^2 \frac{\Delta\psi}{2} = 1$ și $\varphi(P)_{\max} = \varphi_0$ pentru $\sin^2 \frac{\Delta\psi}{2} = 0$. Rezultă că

$$\frac{\varphi(P)_{\max}}{\varphi(P)_{\min}} = \left(\frac{1+R}{1-R} \right)^2 \quad (103)$$

iar vizibilitatea franjelor poate fi exprimată prin relația:

$$V = \frac{\varphi(P)_{\max} - \varphi(P)_{\min}}{\varphi(P)_{\max} + \varphi(P)_{\min}} = \frac{2R}{1+R^2} \quad (104)$$

Din (104) rezultă că pentru a obține vizibilitate mare trebuie ca R să aibă valori mari (aproape de 1). Dacă R este mare raportul (103) este și el mare. De exemplu, pentru $R=0,9$ raportul (103) este egal cu 360 ceea-ce înseamnă că densitățile de flux în maxime sînt de 360 ori mai mari decît în minime. Distribuția densității de flux (101) în lungul unui diametru al inelelor de interferență pentru diferite valori ale factorului de reflexie R este dată în figura (87).

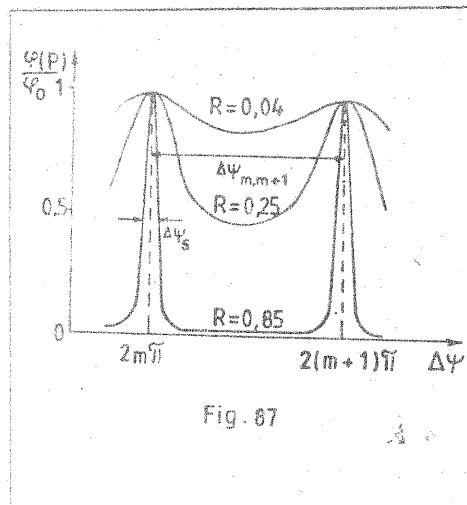


Fig. 87

Semilățimea $\Delta\psi_s$ a maximelor poate fi calculată scriind formula (101) pentru maxime ($\Delta\psi=2m\pi$) și pentru punctele în care $\varphi(P)$ se reduce la jumătate din valoarea maximă ($\Delta\psi=2m\pi \pm \frac{\Delta\psi_s}{2}$) și punînd condiția:

$$\frac{\varphi_m\left(2m\pi \pm \frac{\Delta\psi_s}{2}\right)}{\varphi_m(2m\pi)} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(m\pi \pm \frac{\Delta\psi_s}{4}\right)} = \frac{1}{2} \quad (105)$$

Din (105) se poate obține în prima aproximație:

$$\Delta\psi_s \approx \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \quad (106)$$

Semilățimea $\Delta\psi_s$ (106) este obținută pentru radiații armonice și se numește semilățimea instrumentală (de aparat) fiind determinată de caracteristicile divizorului de fascicule.

Exemple numerice: Din (104), (106), (101) și (102) rezultă pentru $R=0,04$:

$$V = 0,08 \quad , \quad \Delta\psi_s = 9,6 \quad ; \quad \frac{\Delta\psi_{m,m+1}}{\Delta\psi_s} = \frac{2\pi}{9,6} = 0,65 \quad (107)$$

iar pentru $R=0,9$:

$$V = 0,99 \quad , \quad \Delta\psi_s = 0,21 \quad ; \quad \frac{\Delta\psi_{m,m+1}}{\Delta\psi_s} = \frac{2\pi}{0,21} \approx 30 \quad (108)$$

Din aceste exemple rezultă că pentru suprafețe Π_1 și Π_2 cu factor de reflexie mic, cum sînt suprafețele sticlă-aer ($n=1,5$; $n=1$) vizibilitatea franjelor este foarte mică și maximele sînt largi

iar pentru suprafețe cu $R \geq 0,9$ vizibilitatea tinde la valoarea maximă $V \approx 1$ iar maximele sînt foarte înguste. În acest caz minimele au densitatea de flux apropiată de zero și sînt de peste 30 de ori mai largi decît maximele (Fig.87). De aceea franjele de interferență multiplă au o vizibilitate foarte mare ($V \rightarrow 1$). În domeniul vizibil aceste franje apar foarte strălucitoare pe un fond practic complet întunecat.

Din condiția de maxime (102) rezultă că pentru două radiații armonice cu lungimile de undă λ_0 și $\lambda'_0 = \lambda_0 + \Delta\lambda_0$ în planul focal al lentilei L' Fig.(86) trebuie să se formeze două sisteme de franje de interferență ale căror maxime sînt determinate prin condițiile:

$$\begin{aligned} 2nh \cos i_m &= m\lambda_0 \\ 2nh \cos i'_m &= m(\lambda_0 + \Delta\lambda_0) \end{aligned} \quad (109)$$

În baza acestor relații, interferometrul Fabry-Perot poate fi utilizat pentru a studia compoziția spectrală a radiațiilor optice (în calitate de dispozitiv dispersiv). În calitate de dispozitiv dispersiv interferometrul Fabry-Perot are cîteva caracteristici importante care vor fi definite în cele ce urmează:

§7.2. Caracteristicile interferometrului Fabry-Perot.

α) Dispersia unghiulară. Din condiția de maxime (102) pentru dispersia unghiulară, (Cap.IX. §3.16), se obține formula:

$$\frac{di_m}{d\lambda_0} = -\frac{m}{2nh \sin i_m} = -\frac{m}{\sqrt{4n^2h^2 - m^2\lambda_0^2}} \quad (110)$$

Formula (110) arată că pentru un interferometru dat (n și h date) dispersia unghiulară crește o dată cu creșterea ordinului de interferență m adică spre centrul sistemului de franje [v.(109)].

β) Domeniul de dispersie. Din (109) rezultă că dacă diferența dintre lungimile de undă a două radiații ($\Delta\lambda_0$) crește, maximul de ordinul m pentru $\lambda'_0 = \lambda_0 + \Delta\lambda_0$ se deplasează spre maximul de ordin $(m+1)$ pentru λ_0 (spre centrul inelelor) și coincide cu acesta ($i'_m = i_m$) în condiția:

$$m(\lambda_0 + \Delta\lambda_{0M}) = (m+1)\lambda_0 \quad (111)$$

Din (111) rezultă:

$$\Delta\lambda_{0M} = \frac{\lambda_0}{m} \quad (112)$$

Diferența $\Delta\lambda_{0M}$ dintre lungimile de undă a două radiații pentru care ordinul de interferență variază cu o unitate ($\Delta m=1$) este o caracteristică a interferometrului și se numește domeniul de dispersie al interferometrului. Dacă se folosesc maximele din apropierea centrului sistemului de franje ($\cos i_m \approx 1$) din (109) și (112) se obține:

$$\Delta\lambda_{0M} = \frac{\lambda_0^2}{2nh} \quad (113)$$

De exemplu, dacă interferometrul are $h=2$ cm, $n=1$ (aer), pentru $\lambda_0=500$ nm din (113) și (112) se obține:

$$\Delta\lambda_{0M}=6,5 \cdot 10^{-3} \text{ nm}, \quad m=8 \cdot 10^4 \quad (114)$$

Din (114) rezultă că un astfel de interferometru produce sisteme de franje vecine de același ordin m numai pentru radiații cu lungimi de undă din intervalul $\lambda_0=500$ nm, $\lambda'_0=500,0065$ nm. Pentru radiațiile cu $\Delta\lambda_0 > \lambda_{0M}$ franjele de diferite ordine se amestecă astfel încât identificarea maximelor și determinarea lungimilor de undă corespunzătoare devine practic imposibilă. Datorită domeniului de dispersie foarte îngust, interferometrul Fabry-Perot se utilizează în special pentru determinarea compoziției spectrale a radiațiilor optice monocromatice (pentru stabilirea structurii fine a liniilor spectrale). Radiațiile de studiat sînt separate în prealabil, din radiația emisă de sursă, cu filtre optice sau cu aparate spectrale cu prismă.

y) Puterea de rezoluție. Deoarece semilățimea instrumentală este de mărime finită (106), pentru a caracteriza capacitatea aparatului de a forma sisteme de franje distincte pentru radiații cu lungimi de undă apropiate se folosește mărimea numită putere de rezoluție (separație) definită prin formula:

$$R_s = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0} \quad (115)$$

În (115) $\Delta\lambda_0$ este diferența minimă dintre lungimile de undă a două radiații armonice pentru care interferometrul formează două sisteme de franje de interferență în care maximele de ordin m sînt distincte iar λ_0 este lungimea de undă (medie) a radiațiilor utilizate. Puterea de rezoluție se determină în baza unei convenții conform căreia două maxime de același ordin m corespunzătoare radiațiilor de lungimi de undă λ_0 și $\lambda'_0=\lambda_0+\Delta\lambda_0$ sînt distincte dacă centrele lor sînt la distanță mai mare sau cel puțin egală cu semilățimea spectrală instrumentală (106). În baza acestei convenții rezultă că cele două radiații sînt separate la limită dacă este satisfăcută egalitatea

$$\Delta\psi_m = \Delta\psi_s \quad (116)$$

în care $\Delta\psi_m$ reprezintă variația diferenței de fază $\Delta\psi$ (94) pentru două maxime de același ordin m cînd lungimea de undă variază cu $\Delta\lambda_0$:

$$\Delta\psi_m = \frac{2\pi}{\lambda_0} m(\lambda_0 + \Delta\lambda_0) - \frac{2\pi}{\lambda_0} m\lambda_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} m\Delta\lambda_0 \quad (117)$$

Din (116), (117), (106) și (115) se poate obține:

$$R_s = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0} = \frac{\pi m \sqrt{R}}{1-R} \quad (118)$$

Din (118) pentru $R=0,9$, $m=8 \cdot 10^4$ ($h=2$ cm, $n=1$, $\cos i_m \approx 1$, $\lambda_0=500$ nm) se obține:

$$R_s = 2,6 \cdot 10^6, \quad \Delta\lambda_0 = \frac{\lambda_0}{R_s} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ nm} \quad (119)$$

Rezultă deci că un interferometru cu $h=2$ cm, $R=0,9$ poate separa două radiații de lungimi de undă $\lambda_0=500$ nm și $\lambda'_0=500,0002$ nm.

Prin măsurători interferometrice efectuate cu interferometre Fabry-Perot cu putere de rezoluție mare s-a descoperit că anumite radiații considerate strict monocromatice au în realitate o compoziție spectrală complexă fiind compuse din mai multe componente armonice cu lungimi de undă foarte apropiate. Astfel, de exemplu, linia verde a mercurului cu $\lambda_0=546,1$ nm are o structură fină compusă din opt componente.

§7.3. Filtre interferențiale.

Dacă interferometrul Fabry-Perot are distanța h dintre plăci foarte mică, condiția de maxime (102) este satisfăcută pentru un număr mic de lungimi de undă $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \lambda_{03}, \dots$ sau chiar pentru una singură din domeniul spectral de transmisie al interferometrului (de exemplu din domeniul vizibil). Un dispozitiv optic care funcționează pe principiul interferenței multiple și este capabil să separe dintr-un fascicul de radiații cu compoziție spectrală complexă un fascicul de radiații monocromatice se numește filtru interferențial. Semilățimea spectrală a fasciculului de radiații transmis este mult mai mică decît în cazul filtrelor optice de absorbție (Cap. VI. §1.3) fiind cuprinsă între 2,5-25 nm în funcție de valoarea factorului de reflexie R al divizorului de fascicule. Factorul de transmisie este de 50-70 % iar secțiunea fasciculului transmis poate avea diametrul de 25-50 mm.

Practic, un filtru interferențial se realizează dintr-o placă subțire de sticlă sau cuarț ale cărei suprafețe sînt acoperite cu straturi metalice (Ag, Al) sau dielectrice (MgF_2 , ZnS ș.a.). Dacă pe suprafața filtrului se trimite un fascicul de raze paralele sub incidență normală ($i_m=0$), prin interferență multiplă, se obține un fascicul transmis care conține numai acea radiație pentru care diferența de drum optic este egală cu un număr întreg de lungimi de undă:

$$2n_i h = m\lambda_{0i} \quad (120)$$

unde n_i este indicele de refracție al lamei pentru lungimea de undă λ_{0i} iar m este un număr întreg.

XI. DIFRACTIA RADIATIILOR OPTICE

§1. Principiul Huygens Fresnel.

Se știe că, în mediile omogene, radiatiile optice se propagă în linie dreaptă (cap. IX, §2). De aceea corpurile opace, când sînt iluminate, formează o umbră geometrică ce reproduce conturul corpurilor. Încă din anul 1665 F.M. Grimaldi a observat că dacă în drumul unui fascicul de radiații optice se află anumite obstacole (ecrane sau deschideri de dimensiuni mici) care limitează spațiul de propagare, legea propagării rectilinii a luminii nu mai este respectată. Abaterea de la legea propagării rectilinii constă în aceea că energia radiantă pătrunde în umbră geometrică a corpurilor iar în vecinătatea umbrei geometrice se produc distribuții de densități de flux caracterizate prin maxime și minime alternative. Fenomenul de pătrundere a energiei radiante în umbră geometrică a corpurilor și de producere a unor distribuții caracteristice de densități de flux prin acțiunea unor corpuri se numește difracția radiațiilor optice. Distribuțiile caracteristice de densități de flux produse prin difracție se numesc franje de difracție.

Primele modele teoretice pentru explicarea fenomenelor de difracție au fost elaborate, începînd cu anul 1818, de către A.L. Fresnel (1788-1827). El a arătat că fenomenele de difracție pot fi explicate cantitativ dacă se acceptă mecanismul de propagare din aproape în aproape a undelor, propus de C. Huygens, și principiul interferenței undelor luminoase formulat de T. Young. Principiul lui Huygens afirmă că fiecare punct al unei suprafețe de undă poate fi considerat ca o sursă de unde sferice secundare și că învelitoarea tuturor suprafețelor de undă a undelor secundare la orice moment constituie suprafața de undă a unde aflate în propagare. Principiul interferenței afirmă că unde luminoase sînt procese periodice care prin interferență pot produce distribuții de densități de flux caracterizate prin maxime și minime. Fresnel consideră că undele secundare care iau naștere în orice punct al unei suprafețe de undă sînt coerente (în fază) și deci interferă. Principiul lui Huygens completat de către Fresnel cu principiul interferenței undelor secundare este cunoscut sub denumirea de principiul Huygens-Fresnel. Folosind acest principiu Fresnel a demonstrat printre altele că efectul luminos produs de o sursă punctiformă S într-un punct oarecare P este același cu efectul produs în P de toate sursele secundare punctiforme uniform distribuite pe o suprafață închisă care conține în interior sursa S și care separă sursa S de punctul P. În teoria difracției a lui Fresnel se admite că undele luminoase pot fi exprimate prin funcții scalare și nu se ia în considerare natura fizică a undelor luminoase (teoria electromagnetică a luminii nu era încă elaborată).

Să considerăm o sursă punctiformă S (Fig.88) și un punct P în care trebuie să determinăm efectul luminos produs de sursa S. Acest efect poate fi exprimat prin densitatea de flux $\varphi(P)$ produs de sursa S în punctul P. Considerăm o suprafață Σ de formă arbitrară care închide în interiorul ei sursa S dar nu și punctul P. Undele sferice primare emise de sursa S produc în punctul $S_0(\vec{s})$ de pe suprafața Σ o perturbare care poate fi exprimată prin mărimea elongației:

$$E(S_0, t) = \tau(\vec{\rho}) \frac{E_0}{s} e^{i(\omega t - Ks + \psi_0)} \quad (1)$$

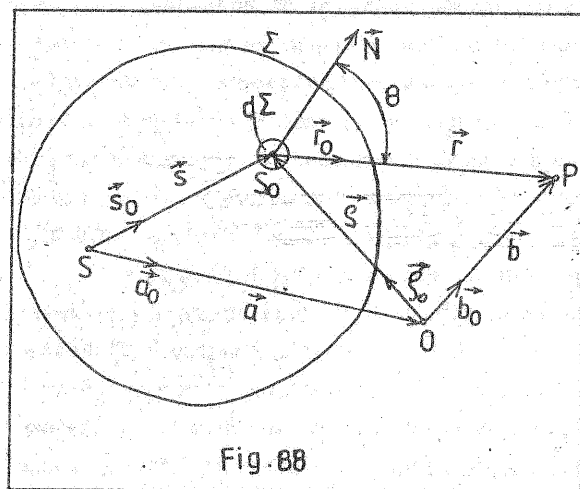


Fig. 88

În (1) $\vec{\rho}$ este vectorul de poziție al punctului S_0 față de un punct fix O luat ca origine (Fig.88), $\tau(\vec{\rho})$ este un factor de transmisie a radiațiilor de la S la S_0 iar $\tau(\vec{\rho}) \frac{E_0}{s}$ este amplitudinea unei sferice în punctul $S_0(\vec{s})$. Prin factorul $\tau(\vec{\rho})$ se ia în considerare faptul că între sursa S și suprafața Σ poate exista un obiect (membrană) cu factor de transmisie variabil în funcție de direcția de propagare $\vec{s}$ a radiațiilor. Pozițiile punctelor S, S_0 și P față de punctul origine O sînt date

prin vectorii de poziție $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{s}$, $\vec{r}$ și $\vec{\rho}$ orientați așa cum se vede în figura 88. Din figura 88 rezultă că sensul vectorilor de poziție este ales astfel încît atunci cînd originea O este luată în S_0 , $\vec{a}$ coincide cu $\vec{s}$ iar $\vec{b}$ coincide cu $\vec{r}$. Normala $\vec{N}$ la elementul de suprafață $d\Sigma$ în punctul S_0 este orientată spre exteriorul suprafeței Σ . În conformitate cu principiul Huygens-Fresnel, sursa secundară S_0 produce unde sferice care au în punctul P elongația:

$$E(P, t) = \frac{E(S_0, t)}{r} e^{-iKr} \quad (2)$$

în care $E(S_0, t)$ este dat de formula (1), iar r este distanța de la S_0 la P și deci $r > 0$.

Pentru toate sursele punctiforme de pe elementul de suprafață $d\Sigma$ se poate considera $s = \text{const.}$, $r = \text{const.}$, $\tau(\vec{\rho}) = \text{const.}$ astfel că folosind (1) și (2) putem exprima elongația unei elementare care ajunge în P de la toate sursele secundare uniform distribuite pe elementul de suprafață $d\Sigma$ sub forma:

$$dE(P, t) = f(\theta) \tau(\vec{\rho}) \frac{E_0}{sr} e^{i[\omega t - K(s+r) + \psi_0]} d\Sigma \quad (3)$$

Factorul $f(\theta)$ a fost introdus în (3) pentru a exprima faptul că amplitudinea undelor elementare depinde de unghiul de înclinare θ pe care îl formează direcția de propagare $\vec{S_0P}$ cu versorul $\vec{N}$ al normalei la elementul de suprafață $d\Sigma$ (Fig.88). Mărimea $f(\theta)$ se numește factor de înclinare. Pentru a exprima corect modul de propagare a radiațiilor vom admite, ca și Fresnel, că $f(\theta)$ are valoarea maximă pentru $\theta = 0$ (pe direcția normalei ($\vec{N}$)) și $f(\theta) = 0$ pentru $\theta \geq \frac{\pi}{2}$ (nu există o de de întoarcere spre sursa S). Integrînd relația (3) pentru toate sursele punctiforme induse pe suprafața Σ rezultă că elongația unei rezultante în P este dată de formula:

$$E_{\text{tot}}(P, t) = e^{i(\omega t + \psi_0)} \iint_{\Sigma} f(\theta) \tau(\vec{\rho}) \frac{E_0}{sr} e^{-iK(s+r)} d\Sigma \quad (4)$$

Formula (4) poate fi scrisă sub forma:

$$E_{\text{tot}}(P, t) = E_0(P) e^{i(\omega t + \psi_0)} \quad (5)$$

unde:

$$E_0(P) = \iint_{\Sigma} f(\theta) \tau(\vec{\rho}) \frac{E_0}{sr} e^{-iK(s+r)} d\Sigma \quad (6)$$

este amplitudinea complexă a unei rezultante în punctul P. După rezolvarea integralei (6), în cazul concret de difracție dat, densitatea de flux în P poate fi calculată cu formula:

$$\varphi(P) = \frac{1}{c\mu_0} \frac{E_0(P) \cdot E_0^*(P)}{2} \quad (7)$$

unde $E_0^*(P)$ este complex conjugata funcției $E_0(P)$ (6). Cînd este utilizat un procedeu ca cel prezentat mai sus se spune că fenomenele de difracție sînt tratate în baza principiului Huygens-Fresnel. Rezultatele care se obțin cu formula (7) se află în bun acord cu rezultatele experimentale obținute în diferite cazuri de difracție întîlnite în optica aplicată. Fresnel a arătat că, în unele cazuri, dificultățile matematice de rezolvare a unor integrale de tipul integralei (6) pot fi eliminate printr-o divizare a suprafeței de undă în zone convenabil alese astfel încît integrala se reduce la o însumare algebrică a amplitudinilor oscilațiilor produse în punctul P de fiecare zonă. O astfel de metodă pentru studiul difracției este cunoscută sub denumirea de metoda zonelor lui Fresnel și este prezentată în unele cărți de optică (ex.[2] — [6]).

§2. Integrala de difracție Fresnel-Kirchhoff

În 1882 Kirchhoff a reușit să elaboreze o teorie mai riguroasă a difracției stabilind o formulă echivalentă cu formula (6) dar în care factorul de înclinare $f(\theta)$ apare în formă explicită. Kirchhoff a folosit în teoria sa ideile de bază continute în principiul Huygens-Fresnel dar a fundamentat aceste idei pe o bază matematică mai riguroasă. În teoria lui Kirchhoff s-a admis că undele luminoase de natură electromagnetică pot fi exprimate prin câmpuri scalare, că aceste unde se propagă cu viteza finită și că lungimea de undă a radiațiilor optice este mult mai mică decât dimensiunile deschiderilor sau ecranelor care produc fenomene de difracție. În baza acestor concepții, Kirchhoff a demonstrat că amplitudinea $E_0(P)$ a intensității câmpului electric total produs în punctul P (Fig.88) de către toate sursele punctiforme secundare uniform distribuite pe o suprafață Σ poate fi exprimată prin formula:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} \iint_{\Sigma} \tau(\vec{\rho}) \frac{E_0 e^{-ik(s+r)}}{sr} \cdot \frac{\vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N}}{2} d\Sigma \quad (8)$$

În (8), integrala se calculează pe toată suprafața deschiderilor din umbra geometrică a unui ecran opac infinit prevăzut cu deschideri, $i = \sqrt{-1}$, iar $\vec{s}_0$ și $\vec{r}_0$ sînt versorii vectorilor $\vec{s}$ și $\vec{r}$ (Fig.88). Formula (8) este identică cu (6) în condiția:

$$f(\theta) = -\frac{i}{\lambda} \frac{\vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N}}{2} \quad (9)$$

Formula (8) poartă denumirea de integrala de difracție Fresnel-Kirchhoff. Ea permite explicarea tuturor fenomenelor de difracție care prezintă interes în optica aplicată. În funcție de distanța la care se află sursa S și punctul de observație P față de sistemul de difracție deosebim două cazuri importante de difracție și anume difracția de tip Fresnel sau difracția în fascicule divergente și difracția de tip Fraunhofer sau difracția în fascicule de raze paralele. Aceste cazuri se deosebesc prin aproximațiile matematice care se pot face la rezolvarea integralei (8) după cum se va arăta în cele ce urmează.

§3. Difracția Fresnel și difracția Fraunhofer

Folosind figura 86 putem scrie:

$$\begin{aligned} \vec{s} &= \vec{a} + \vec{\rho} \\ \vec{r} &= \vec{b} - \vec{\rho} \end{aligned} \quad (10)$$

Din (10) se poate obține:

$$\begin{aligned} s &= a \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{a^2} + 2 \frac{\vec{\rho} \vec{a}}{a^2}} \\ r &= b \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{b^2} - 2 \frac{\vec{\rho} \vec{b}}{b^2}} \end{aligned} \quad (11)$$

Considerind originea O pe suprafața $d\Sigma$ a unei deschideri de dimensiuni mici aflate într-un ecran opac ($\rho \rightarrow 0$) iar punctele S și P aflate la distanțe mari față de dimensiunile deschiderii avem:

$$\frac{\rho}{a} \ll 1, \quad \frac{\rho}{b} \ll 1 \quad (12)$$

În condițiile (12), dezvoltînd relațiile (11) în serie de puteri putem obține în primă aproximație:

$$\begin{aligned} s &= a + \frac{\rho^2}{2a} + \frac{\vec{\rho} \vec{a}}{a} \\ r &= b + \frac{\rho^2}{2b} - \frac{\vec{\rho} \vec{b}}{b} \end{aligned} \quad (13)$$

Folosind (13) putem exprima mărimea $K(s+r)$ din (8) sub forma:

$$K(s+r) = K(a+b) + \Delta\psi \quad (14)$$

în care

$$\Delta\psi = V\rho^2 + K\rho(\vec{a}_0 - \vec{b}_0); \quad V = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad \vec{a}_0 = \frac{\vec{a}}{a}, \quad \vec{b}_0 = \frac{\vec{b}}{b} \quad (15)$$

Înlocuind (14) în (8) obținem:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} E_0 e^{-ik(a+b)} \iint_{\Sigma} \tau(\vec{\rho}) \frac{1}{sr} e^{-i\Delta\psi} \frac{\vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N}}{2} d\Sigma \quad (16)$$

Despre fenomenele de difracție care pot fi exprimate corect cu ajutorul formulei de difracție (16), în care $\Delta\psi$ este dat de (15), se spune că sînt tratate în aproximația Fresnel. Acestea se numesc fenomene de difracție Fresnel. Ele sînt caracterizate prin faptul că sursa S și punctul P se afla la distanțe finite față de obstacol (a și b au valori finite și deci $V\rho^2 \neq 0$).

Dacă în sistemul de difracție este îndeplinită inegalitatea $V\rho_{\max}^2 = \rho_{\max}^2 \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \ll 2\pi$ deci

$V\rho^2 \ll 2\pi$, atunci este îndeplinită și inegalitatea

$$e^{-iV\rho^2} \approx 1 \quad (17)$$

iar integrala de difracție (16) poate fi scrisă sub forma:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} E_0 e^{-iK(a+b)} \iint_{\Sigma} \tau(\rho) \frac{1}{sr} e^{-iK\bar{\rho}(\bar{a}_0 - \bar{b}_0)} \frac{\bar{s}_0 \bar{N} + \bar{r}_0 \bar{N}}{2} d\Sigma \quad (18)$$

Despre fenomenele de difracție care pot fi exprimate corect cu ajutorul formulei (18) se spune că sînt tratate în aproximația Fraunhofer. Ele se numesc fenomene de difracție Fraunhofer. Deoarece condiția (17) este îndeplinită cînd $a=\infty$ și $b=\infty$ difracția Fraunhofer se mai numește și difracția în fascicule de raze paralele.

§4. Difracția radiațiilor optice pe o deschidere circulară practică într-un ecran plan opac. Aproximația Fresnel.

Să considerăm un ecran plan opac infinit prevăzut cu o deschidere circulară (orificiu) de rază ρ_0 . Centrul deschiderii este situat în originea unui sistem triortogonal de axe de coordonate (x, y, z) orientat astfel încît planul xOy coincide cu planul ecranului (Fig. 89).

Să admitem că ecranul este iluminat cu o sursă punctiformă S situată pe axa de simetrie Oz la

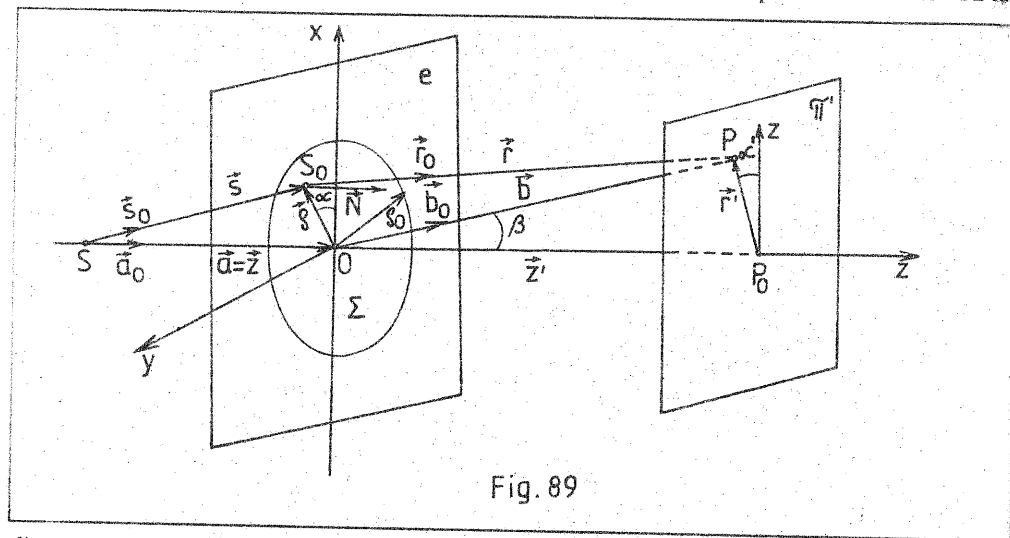


Fig. 89

distanța z de O și care emite radiații optice armonice de lungime de undă λ . Pentru a calcula efectul luminos produs de această sursă în punctul P situat în planul Π' la distanța z' de punctul O , putem folosi integrala de difracție (16) în care semnificația mărimilor care intervin este cea cunoscută (Fig. 89). Pentru calculul integralei (16), în acest caz, suprafața de integrare Σ se alege

astfel încît să coincidă cu suprafața deschiderii (suprafața ecranului aflată în umbra lui geometrică). În aceste condiții, dacă ecranul este opac iar deschiderea circulară este perfect transparentă, putem scrie:

$$\begin{aligned} \tau(\bar{\rho}) &= 0 \quad \text{dacă } \rho > \rho_0 \\ \tau(\bar{\rho}) &= 1 \quad \text{dacă } \rho < \rho_0 \end{aligned} \quad (19)$$

Pentru calculul integralei (16) este convenabil ca elementul de suprafață $d\Sigma$ să se exprime în coordonate polare luîndu-l de forma unui segment circular de raze ρ și $\rho + d\rho$ și de lungime $\rho d\alpha$ astfel încît:

$$d\Sigma = \rho d\alpha \cdot d\rho = \frac{1}{2} d(\rho^2) d\alpha \quad (20)$$

unde:

$$0 \leq \alpha \leq 2\pi \quad (21)$$

(ρ și α sînt coordonatele polare ale punctului S_0).

Dacă luăm în considerare numai cazurile în care deschiderea are dimensiuni mici iar punctul P este situat în vecinătatea axei OZ (ρ_0 și r' de valori mici), folosind Fig. 89 putem scrie în primă aproximație:

$$\bar{s}_0 \bar{N} = 1, \quad \bar{r}_0 \bar{N} = 1, \quad sr = ab \quad (22)$$

$$\begin{aligned} K\bar{\rho}(\bar{a}_0 - \bar{b}_0) &= -K \frac{\bar{\rho}\bar{b}}{b} = -K \frac{\bar{\rho}(\bar{r}' + \bar{z}')}{b} = -K \frac{\bar{\rho}\bar{r}'}{b} \\ &= -K \frac{\rho r' \cos(\alpha - \alpha')}{b} = -K \rho \sin \beta \cos(\alpha - \alpha') \end{aligned} \quad (23)$$

Folosind (15) și (19)-(23) putem scrie integrala (16) sub forma:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} \frac{E_0 e^{-iK(a+b)}}{2ab} \int_0^{\rho_0} \int_0^{2\pi} e^{-iV\rho^2} e^{iK\rho \sin \beta \cos(\alpha - \alpha')} d\rho^2 d\alpha \quad (24)$$

Formula (24) exprimă amplitudinea intensității cîmpului electric produs de sursa S în punctul P în aproximația Fresnel. În conformitate cu (24) mărimea $E_0(P)$ (rezultatul integralei) depinde numai de unghiul β și în consecință curbele de densitate de flux constant (7), adică franjele de difracție, în planul Π' au formă circulară ($\beta = \text{const}$) și sînt centrate pe axa OZ .

Pentru puncte P situate pe axa OZ avem $\beta=0$, $b=z'$ și (24) poate fi scrisă sub forma:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} \frac{E_0 e^{-iK(z+z')}}{2zz'} \int_0^{\rho_0} \int_0^{2\pi} e^{-iV\rho^2} d\rho^2 d\alpha = \frac{\pi E_0}{\lambda} \frac{e^{-iK(z+z')}}{zz'} \frac{1}{V} (e^{-iV\rho_0^2}) \quad (25)$$

Din (25) se poate obține pentru densitatea de flux în P (pe axa OZ) formula:

$$\varphi_z(P_0) = \chi E_{0z}(P_0) E_{0z}^*(P_0) = 2\varphi_s(P_0)(1 - \cos V\rho_0^2) \quad (26)$$

unde:

$$\varphi_S(P_0) = \chi E_{0s}(P_0) E_{0s}^*(P_0) \quad , \quad E_{0s}(P_0) = \frac{E_0}{Z+Z'} e^{-iK(Z+Z')} \quad , \quad V = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z'} \right) \quad . \quad (27)$$

În conformitate cu (27), $\varphi_s(P_0)$ este densitatea de flux produsă în P_0 de sursa punctiformă S în lipsa ecranului opac (pentru unda liberă).

Din (26) rezultă că densitățile de flux pe axa OZ au valori extreme (maxime și minime) exprimate prin egalitățile:

$$\varphi_{\max}(P_0) = 4\varphi_s(P_0) \quad \text{pentru} \quad \cos V\rho_0^2 = -1 \quad , \quad V\rho_0^2 = (2m+1)\pi \quad , \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (28)$$

$$\varphi_{\min}(P_0) = 0 \quad \text{pentru} \quad \cos V\rho_0^2 = 1 \quad , \quad V\rho_0^2 = 2m\pi$$

Din (28) și (27) rezultă că valorile extreme ale densităților de flux se obțin în punctele de pe axa Oz pentru care sînt îndeplinite condițiile:

$$\left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z_p} \right) \rho_0^2 = p\lambda \quad , \quad (p = 0, 1, 2, \dots) \quad (29)$$

în care p este impar, ($p=2m+1$), pentru maxime și par ($p=2m$) pentru minime. Conform cu (29) și (28) în punctele pentru care $p=2m+1$ se obțin maxime cu densități de flux de patru ori mai mari decît în lipsa ecranului opac iar în punctele pentru care $p=2m$ se obțin minime cu densități de flux egale cu zero. Din (29) rezultă că dacă raza deschiderii ρ_0 crește continuu de la valoarea zero, relația (29) este îndeplinită alternativ pentru p par și impar. Rezultă că într-un punct P_0 aflat pe axa OZ la distanță Z'_p de ecran, odată cu creșterea razei deschiderii circulare densitatea de flux variază trecînd succesiv prin maxime și minime.

Dacă sursa S se află la infinit ($Z=\infty$), formula (29) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{\rho_0^2}{Z'_p} = p\lambda \quad (30)$$

în care $p=2m+1$ pentru maxime și $p=2m$ pentru minime.

Maximele și minimele de densitate de flux obținute în planul Π' (franșele de difracție) precum și cele din punctele de pe axa Oz sînt determinate de fenomenul de difracție (ele nu apar dacă suprafața de undă a undei emise de sursa S nu este limitată de nici un obstacol).

În cele ce urmează vom studia unele fenomene de difracție Fraunhofer care joacă un rol deosebit în optica aplicată.

§5. Difracția Fraunhofer pe o deschidere circulară practică într-un ecran plan opac.

Să considerăm din nou un ecran plan opac e care acoperă întreg planul xOy și în care există o deschidere circulară (orificiu) de rază ρ_0 cu centrul în punctul O de pe axa de simetrie Oz (Fig.90). Considerăm că sursa de radiații S și domeniul punctelor de obser-

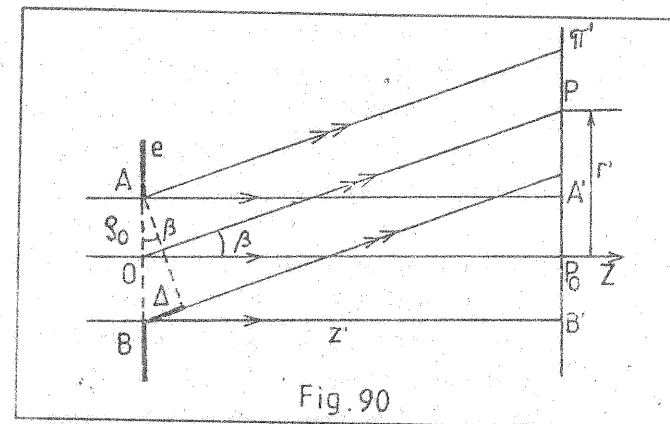


Fig. 90

vație P se află la distanțe suficient de mari de ecranul e astfel încît să fie satisfăcută cu suficientă precizie aproximația pentru difracția Fraunhofer (17). Calculînd integrala de difracție (18) în aceste condiții rezultă că curbele de densitate de flux constantă (franșele de difracție) în planul Π' situate

perpendicular pe axa Oz (Fig.90) sînt cercuri concentrice cu centrul în punctul P_0 de pe axa Oz. Rezultatul obținut prin rezolvarea integralei (18) arată că densitatea de flux $\varphi(P)$ în punctul P de pe ecranul de observație Π' depinde de unghiul de difracție β (Fig.91) prin intermediul unei funcții speciale (funcția Bessel de ordinul unu) cu un maxim central și mai multe maxime laterale separate de minime nule așa cum se va arăta în cele ce urmează în figura 91. Pentru un fascicul de raze paralele cu incidență normală pe ecranul e ($Z=\infty$) se găsește că primul minim de valoare $\varphi(P) = 0$ (primul inel întunecat) se obține în punctele unui cerc (cu centrul în P_0) pentru care unghiul de difracție satisface relația:

$$\sin \beta_1 \approx \frac{r_1}{Z'} = 1,22 \frac{\lambda}{D_0} \quad (31)$$

unde $D_0=2\rho_0$ este diametrul deschiderii circulare. Al doilea inel întunecat se obține cînd unghiul β satisface relația $\sin \beta_2 = 2,23 \frac{\lambda}{D_0}$, al treilea pentru $\sin \beta_3 = 3,24 \frac{\lambda}{D_0}$ etc. Forma franșelor

de difracție în planul Π' și distribuția densităților de flux corespunzătoare în funcție de unghiul de difracție β (în lungul unui diametru al franjelor circulare) sînt reprezentate în figura 91.

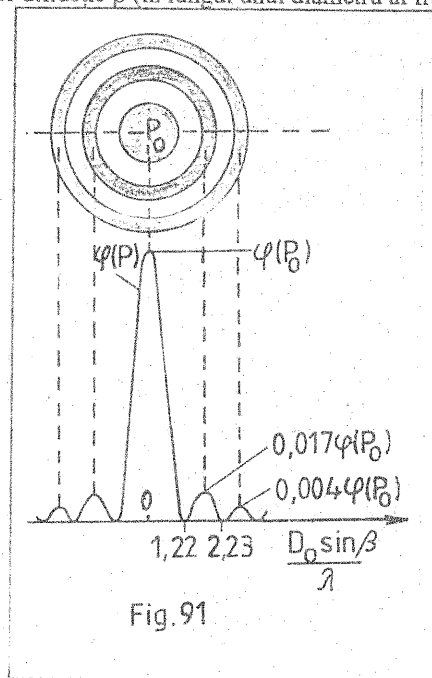


Fig. 91

După cum rezultă din figura 91 cea mai mare parte a energiei radiante care trece prin orificiu ($\approx 84\%$) se propagă spre maximul central de difracție adică în interiorul conului cu vîrf în O (Fig. 90) și de deschidere:

$$2\beta_1 \approx 2,44 \frac{\lambda}{D_0} \quad (32)$$

De exemplu, dacă $D_0 = 0,01$ mm, $\lambda = 500$ nm, $Z' = 2$ m, din (31) se obține $r_1 = 12$ cm. Rezultă că în planul Π' la 2 m de ecran în loc de o suprafață iluminată circulară cu diametrul $A'B' = D_0 = 0,01$ mm, care s-ar obține dacă legea propagării rectilinii ar fi respectată, se obține o suprafață circulară cu diametrul $D_1 = 2r_1 = 24$ cm intens iluminată înconjurată de franje inelare alternativ întunecate și luminoase. În maximele laterale densitatea de flux scade repede odată cu creșterea distanței față de maximul central (Fig. 91).

§5.1. Puterea de rezoluție a instrumentelor optice.

Conform cu principiile de bază ale opticii geometrice, în aproximația Gauss, un sistem optic

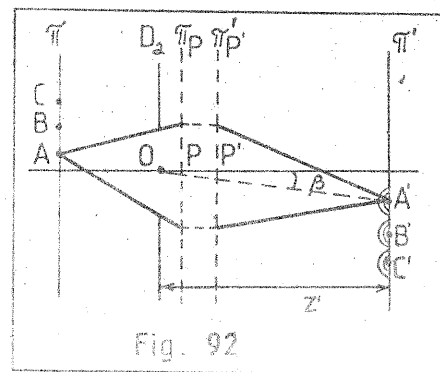


Fig. 92

centrat poate forma imaginea unui obiect punct cu punct. Astfel, pentru un sistem de puncte A, B, C, ... ar trebui să se obțină imagini punctiforme A', B', C', ... În realitate, fasciculele de radiații care contribuie la formarea imaginilor au apertură limitată de prezența unor diafragme prezente în sistem sau chiar de monturile lentilelor și de aceea imaginile care se obțin sînt afectate de fenomene de difracție. În figura 92 sistemul optic centrat este

reprezentat prin planele principale Π_p și Π_p' și printr-o diafragmă de apertură D_a care limitează secțiunea fasciculului de radiații. La trecerea fasciculului de radiații prin deschideri circulare de dimensiuni limitate se produce fenomenul de difracție. De aceea în loc de imagini punctiforme, pentru fiecare punct obiect se obține în planul imaginii Π' cite un sistem de franje de difracție circulare. Aceste "imagini" au dimensiuni finite și ele se pot suprapune parțial, mai mult sau mai puțin, în funcție de distanța dintre centrele lor. În aceste condiții, chiar dacă se iau în considerare numai maximele centrale de difracție, este necesar să se introducă o mărime care să exprime cantitativ capacitatea sistemului optic de a forma pentru sisteme de puncte obiect sisteme de imagini distincte. Mărimea definită în acest scop se numește putere de rezoluție a sistemului optic centrat și se notează, de regulă, cu litera R. Puterea de rezoluție R este definită ca fiind o mărime egală cu numărul maxim de imagini liniare sau punctiforme distincte care se obțin pe unitatea de lungime în planul imaginii. Dacă distanța minimă dintre două imagini liniare (punctiforme) distincte este $r_{\min}$ (mm) putem scrie:

$$R = \frac{1}{r_{\min}} \text{ mm}^{-1} \quad (33)$$

Distanța minimă $r_{\min}$ este stabilită printr-o convenție. Dacă puterea de rezoluție este determinată de fenomenul de difracție pe o deschidere circulară convenția spune că distanța minimă $r_{\min}$ dintre centrele a două imagini distincte este egală cu raza r_1 a maximului central al franjelor de difracție (Fig. 93). Dacă diametrul diafragmei (lentilei) care limitează cel mai mult secțiunea fasciculului este D_a iar distanța de la aceasta la planul imaginii este Z' (Fig. 92), conform cu (31), putem scrie în prima aproximație:

$$r_{\min} = r_1 \approx Z' \frac{1,22\lambda}{D_a} \quad (34)$$

Folosind (34) obținem pentru puterea de rezoluție (33) formula:

$$R = \frac{D_a}{1,22\lambda Z'} \quad (35)$$

§6. Difracția radiațiilor optice în cazul unui ecran plan opac cu deschideri dreptunghiulare.

Integrala de difracție (16) poate fi scrisă în coordonate carteziene. Pentru aceasta, suprafața de

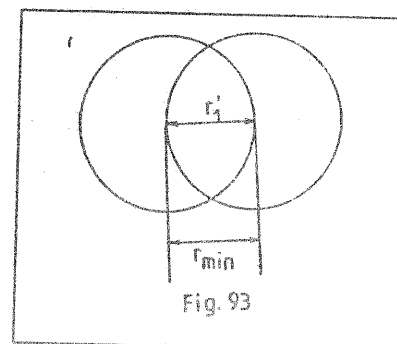


Fig. 93

integrare Σ se alege astfel încît să coincidă cu planul xOy. În aceste condiții se poate scrie:

$$d\Sigma = dx \cdot dy$$

$$\vec{\rho} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{a}_0 = \cos \alpha_x \vec{i} + \cos \alpha_y \vec{j} + \cos \alpha_z \vec{k} \quad (36)$$

$$\vec{b}_0 = \cos \beta_x \vec{i} + \cos \beta_y \vec{j} + \cos \beta_z \vec{k}$$

$$V = 1/\rho^2 + K\rho(\vec{a}_0 - \vec{b}_0) = V(x^2 + y^2) + K[(\cos \alpha_x - \cos \beta_x)x + (\cos \alpha_y - \cos \beta_y)y] = V(x^2 + y^2) + u_x x + u_y y \quad (37)$$

$$\text{unde } u_x = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos \alpha_x - \cos \beta_x) \quad ; \quad u_y = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos \alpha_y - \cos \beta_y) \quad (38)$$

În cazurile de difracție în care putem considera

$$sr = ab \quad ; \quad \vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N} = \text{const.} \quad (39)$$

folosind relațiile (36)-(39) putem scrie integrala (16) sub forma:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} E_{0s} \frac{\vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N}}{2} \iint_{\Sigma} \tau(\vec{\rho}) e^{-iV(x^2+y^2)} e^{-iu_x x} e^{-iu_y y} dx dy \quad (40)$$

unde:

$$E_{0s} = E_0 \frac{e^{-iK(a+b)}}{ab} \quad (41)$$

6.1. Difracția Fraunhofer printr-o fantă dreptunghiulară

Condițiile pentru producerea fenomenelor de difracție Fraunhofer sînt îndeplinite dacă obstacolul care produce difracția se află în calea unui fascicul de raze paralele ($a=\infty$) iar figura de difracție se obține în planul focal imagine al unei lentile convergente ($b=\infty$). Aceste condiții pot fi realizate practic cu un sistem optic format dintr-un colimator C și un obiectiv de focalizare L_2 (Fig. 94). Colimatorul este format din lentila colimator L_1 și fanta F situată în planul focal obiect al lentilei L_1 . Fanta este orientată cu lungimea perpendiculară pe planul figurii. Lentila obiectiv

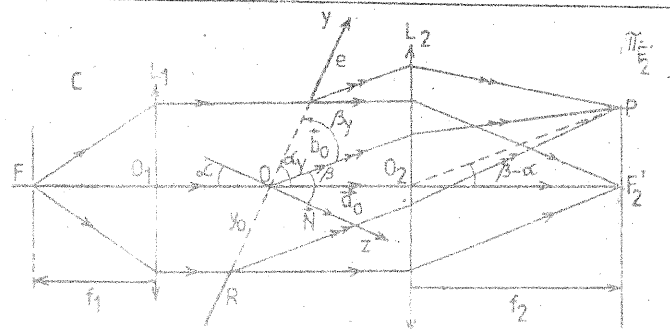


Fig. 94

L_2 formează imaginea geometrică a fantei colimatorului în planul ei focal imagine Π_{F_2} . Această imagine este un dreptunghi centrat pe focalul principal imagine Π_{F_2} al obiectivului. Dacă fanta colimatorului are lungimea L și lățimea h , iar lentilele L_1 și L_2 au distanțele focale egale cu f_1 și respectiv, f_2 imaginea fantei are lungimea $L'=ML$ și lățimea $h'=Mh$ unde $M = \frac{f_2}{f_1}$ este mărirea

liniară transversală a sistemului optic considerat.

Să admitem că un ecran opac infinit e care ocupă planul xOy al unui sistem triortogonal de axe de coordonate (x,y,z) este prevăzut cu o deschidere dreptunghiulară de lungime x_0 și lățime y_0 centrată în originea O a sistemului de axe (Fig. 94). Ecranul este situat în calea fasciculului de raze paralele, care provine de la colimator, astfel încît lungimea deschiderii (x_0) este paralela cu fanta F a colimatorului (în lungul axei Ox) iar normala $\vec{N}$ la suprafața deschiderii este orientată în sensul pozitiv al axei Oz și formează un unghi α cu axa optică a sistemului. Unghiul α dintre direcția fasciculului incident și normala $\vec{N}$ la suprafața deschiderii se numește unghi de incidență. Difracția radiațiilor optice are loc sub toate unghiurile β pe care le formează direcțiile de propagare ale radiațiilor difractate cu normala $\vec{N}$ la suprafața fantei ($-\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$). Unghiul

β dintre direcția fasciculului difractat și normala $\vec{N}$ se numește unghi de difracție.

Dacă suprafața de integrare Σ din (40) coincide cu suprafața din umbră a ecranului e, $\tau(\vec{\rho})=0$ pentru toate punctele situate pe ecranul opac și

$$\tau(\vec{\rho}) = 1 \text{ pentru } -\frac{x_0}{2} < x < \frac{x_0}{2} \quad , \quad -\frac{y_0}{2} < y < \frac{y_0}{2} \quad (42)$$

Ținînd seama de (42) putem scrie (40) în aproximația Fraunhofer ($e^{-iV\rho^2} = 0$), sub forma:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} E_{0s} \frac{\vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N}}{2} \int_{-\frac{x_0}{2}}^{\frac{x_0}{2}} e^{-iu_x x} dx \int_{-\frac{y_0}{2}}^{\frac{y_0}{2}} e^{-iu_y y} dy \quad (43)$$

Deoarece:

$$\int_{-\frac{x_0}{2}}^{\frac{x_0}{2}} e^{-iu_x x} dx = \frac{2 \sin u_x \frac{x_0}{2}}{u_x} \quad \int_{-\frac{y_0}{2}}^{\frac{y_0}{2}} e^{-iu_y y} dy = \frac{2 \sin u_y \frac{y_0}{2}}{u_y} \quad (44)$$

putem scrie (43) sub forma:

$$E_0(P) = -\frac{i}{\lambda} E_{0s} \frac{\vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N}}{2} (x_0 y_0) \frac{\sin \frac{u_x x_0}{2}}{\frac{u_x x_0}{2}} \frac{\sin \frac{u_y y_0}{2}}{\frac{u_y y_0}{2}} \quad (45)$$

Din (45) rezultă că densitatea de flux $\varphi(P)$ într-un punct oarecare P din planul focal Π_{F_2} (Fig. 92) este dată de formula:

$$\varphi(P) = \chi E_0(P) E_0^*(P) = \varphi_{0M} \frac{\sin^2 \frac{u_x x_0}{2}}{\left(\frac{u_x x_0}{2}\right)^2} \frac{\sin^2 \frac{u_y y_0}{2}}{\left(\frac{u_y y_0}{2}\right)^2} \quad (46)$$

în care:

$$\varphi_{0M} = \chi \frac{E_{0s} E_{0s}^*}{\lambda^2} (x_0 y_0)^2 \left(\frac{\vec{s}_0 \vec{N} + \vec{r}_0 \vec{N}}{2} \right)^2 \quad (47)$$

În (46) apar funcții de forma $F(u) = \frac{\sin^2 u}{u^2}$ numite funcții de fantă. Valorile acestor funcții sînt tabelate și ele sînt cuprinse între zero și unu ($0 \leq F(u) \leq 1$). Din tabele rezultă că funcția $F(u)$ ia valori apreciable numai în intervalul $0 \leq u \leq \pi$. Să admitem că lungimea fantei $x_0 \gg \lambda$. În cazul funcției $F(u_x)$ din condiția $u = \frac{u_x x_0}{2} \ll \pi$, ținînd seama de (38), rezultă:

$$\cos \alpha_x - \cos \beta_x \ll \frac{\lambda}{x_0} \quad (48)$$

De exemplu, dacă avem $\lambda = 500 \text{ nm}$ și lungimea fantei $x_0 = 0,5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^6 \text{ nm}$ putem scrie (48) sub forma:

$$\cos \alpha_x - \cos \beta_x \ll 10^{-14} \quad (49)$$

Din (49) rezultă că dacă lungimea fantei este mult mai mare decît lungimea de undă a radiației optice razele nu pătrund în umbra geometrică a ecranului pe direcția lungimii fantei, adică $\alpha_x \approx \beta_x$, $u_x \approx 0$ și $F(u_x) \approx 1$.

În aceste condiții putem scrie (46) sub forma:

$$\varphi(P) = \varphi_{0M} \frac{\sin^2 \frac{u_y y_0}{2}}{\left(\frac{u_y y_0}{2}\right)^2} = \varphi_{0M} \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad (50)$$

unde :

$$u = \frac{u_y y_0}{2} \quad (50')$$

Pentru un punct P din planul Π_{F_2} , în funcție de înclinarea planului fantei în fasciculul de raze paralele (Fig. 94), avem:

$$F_2 P = \pm f_2 \tan(\alpha - \beta) \quad (51)$$

și

$$\alpha_y = 90^\circ \pm \alpha ; \beta_y = 90^\circ \pm \beta \quad (52)$$

$$\cos \alpha_y = \pm \sin \alpha ; \cos \beta_y = \pm \sin \beta$$

[În (51) și (52) α este unghiul de incidență și β unghiul de difracție]. Folosind (52) și (38) putem scrie:

$$u = \frac{u_y y_0}{2} = \frac{\pi}{\lambda} y_0 (\sin \alpha - \sin \beta) \quad (53)$$

Din (50) rezultă că distribuția densității de flux pe direcția $F_2 P$ (Fig. 94) este determinată de funcția

$$F(u) = \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad (54)$$

care are următoarele caracteristici:

$$\lim_{u \rightarrow 0} F(u) = 1 ; \lim_{u \rightarrow \infty} F(u) = 0 \quad (55)$$

are derivata:

$$\frac{dF(u)}{du} = \frac{2 \sin u (u \cos u - \sin u)}{u^3} \quad (56)$$

și are valori extreme $\left(\frac{dF(u)}{du} = 0 \right)$ în condițiile:

$$\sin u = 0 , u = 0 \quad (57)$$

$$u_m = m\pi , (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots) \quad (58)$$

$$u_s = \text{tg } u_s , (s = 0, 1, 2, 3 \dots) \quad (59)$$

Condiția (57), conform cu (55), reprezintă maximum central de valoare $F(0) = 1$. Din (57) și (53) rezultă că maximum central se obține pe direcția $\beta = \alpha$ adică pe direcția fasciculului incident.

Condițiile (58) determină minime de valori $F(u_m) = 0$ iar (59) cu soluțiile :

$$\begin{aligned} s = & \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots \\ u_s = & \quad 0,955 \frac{3\pi}{2} \quad 0,985 \frac{5\pi}{2} \quad 0,991 \frac{7\pi}{2} \quad \dots \end{aligned} \quad (60)$$

determină maxime secundare de valori:

$$F(u_s) = \frac{\sin^2 u_s}{u_s^2} = \frac{\operatorname{tg}^2 u_s}{u_s^2 (1 + \operatorname{tg}^2 u_s)} = \frac{1}{1 + u_s^2} \quad (61)$$

unde s și u_s sînt date de (60).

Condițiile de minim (58), ținînd seama de (53) pot fi scrise sub forma:

$$y_0 (\sin \alpha - \sin \beta_m) = m\lambda \quad ; \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (62)$$

Reprezentarea grafică a funcției $\varphi(P)$ (50), care reprezintă distribuția densității de flux în figura de difracție dată de o fantă, este dată în figura 95. Maximul central este delimitat de valorile $u_1 = \pi$ și $u_2 = -\pi$ adică de valorile unghiurilor de difracție (62) pentru $m=1$ și $m=-1$. În concluzie, figura de difracție produsă de o fantă este formată dintr-o bandă luminoasă centrală în care densitatea de flux are valoarea cea mai mare însoțită pe margini de maxime secundare relativ slabe care tind să devină echidistante pe măsură ce unghiul de difracție crește [vezi. (60), (61)] separate de minime de densități de flux egale cu zero, practic echidistante [vezi. (62)].

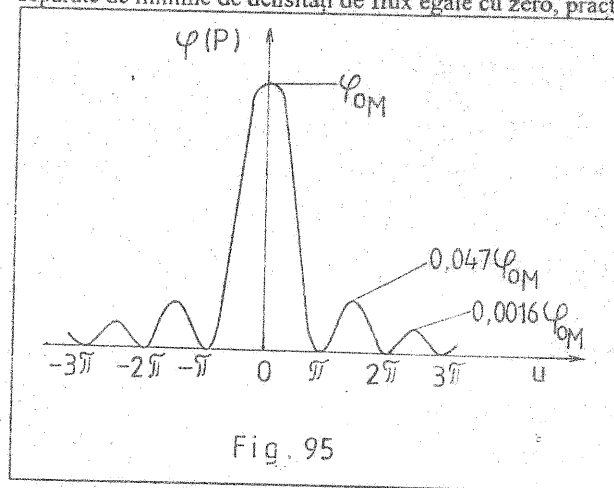


Fig. 95

§6.2. Rețele de difracție.

Prin rețea de difracție se înțelege un sistem de fante liniare, paralele, identice și echidistante realizate pe o lamă cu fețe plan-paralele de sticlă sau cuarț topit (Fig.96). Intervalele opace dintre fante se realizează prin zgîrierea suprafeței lamei cu un vîrf de diamant purtat de o mașină

specială de divizat. Deplasarea mesei suport a mașinii de divizat este controlată cu ajutorul unui interferometru Michelson. Cu o astfel de mașină se pot realiza pînă la 2000 trăsături pe milimetru pe o distanță $L=5-10$ cm și lățimea de 5-6 cm. Numărul total de trăsături poate atinge deci $N=200.000$. Rețelele de difracție obișnuite au 300-600 trăsături pe milimetru. Distanța d dintre două fante (trăsături) vecine se numește constanta rețelei de difracție. Dacă lățimea fantelor este y_0 iar lățimea intervalelor opace este y_c putem scrie:

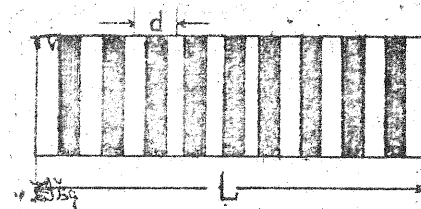


Fig. 96

realizate pe suporturi de materiale transparente sînt folosite în lumină transmisă. Există și rețele de difracție metalice, realizate pe suport de bronz special sau de aluminiu, care lucrează în reflexie. Rețelele în reflexie pot fi plane sau concave. Teoria rețelilor plane și concave în reflexie este asemănătoare cu teoria rețelilor în transmisie care va fi prezentată, pe scurt, în cele ce urmează [v. (10), (19) etc.].

Să admitem că în calea fascicului de raze paralele care provine de la colimator (Fig.94) în locul ecranului cu fanta liniară se află o rețea plană în transmisie orientată cu fantele paralele cu fanta colimatorului (cu axa Ox). Rețeaua are N fante de lungime x_0 și lățime y_0 . Datorită difracției pe fantele rețelei unghiul de difracție β (față de normala $\vec{N}$ la rețea) poate lua toate valorile cuprinse între 0 și $\pm \frac{\pi}{2}$. Lentila L_2 focalizează razele difractate sub un unghi oarecare β într-un punct determinat P din planul focal Π_{F_2} . Calculînd integrala de difracție (40), în care suprafața de integrare Σ coincide cu suprafața din umbră a rețelei, se găsește că densitatea de flux $\varphi(P)$ în punctul P este dată de formula:

$$\varphi(P) = \varphi_{0M} \cdot \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v} = \varphi_1(P) \cdot \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v} \quad (67)$$

În (67) funcția

$$\varphi_1(P) = \varphi_{0M} \cdot \frac{\sin^2 u}{u^2} \quad (68)$$

exprimă distribuția densității de flux în figura de difracție dată de o singură fantă a rețelei, iar cu v s-a notat funcția [v. (38) și (52)]:

$$v = \frac{u_c d}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d (\sin \alpha - \sin \beta) \quad (69)$$

Din (69) și (53) rezultă că mărimea u_y este aceeași ca și în cazul difracției pe o fantă. Funcția

$$F(N, v) = \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v} \quad (70)$$

$$d = y_0 + y_c \quad (65)$$

Mărimea

$$n = \frac{1}{d} = \frac{N}{L} \quad (66)$$

exprimă numărul de fante (trăsături) pe unitatea de lungime a rețelei și se numește frecvența rețelei. Rețelele de difracție

exprima distribuția densității de flux determinată de fenomenul de interferență multiplă a razelor difractate care ajung în punctul P de la toate cele N fante ale rețelei. Rezultă că densitatea de flux $\varphi(P)$ în figura de difracție dată de rețea este determinată de produsul a doi factori: $\varphi_1(P)$ (68) datorită difracției printr-o singură fantă și $F(N, v)$ (70) care exprimă efectul interferenței multiple, a celor N fascicule, în punctul P. Să analizăm în ce condiții funcția $\varphi(P)$ (67) capătă valori extreme (maxime și minime).

Funcția $F(N, v)$ (70) ia valoarea maximă N^2 pe direcțiile pentru care sînt îndeplinite condițiile:

$$d(\sin \alpha - \sin \beta_K) = K\lambda, \quad (K = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (71)$$

Numărul K se numește ordin de difracție. În conformitate cu (67), în planul focal al obiectivului se formează maxime principale în care densitatea de flux este de N^2 ori mai mare decît densitatea de flux produsă în acel loc de difracția printr-o singură fantă a rețelei de difracție. Deoarece în (67) funcțiile (68) și (70) apar ca produs se poate spune că valorile maximelor principale ale funcției (70) sînt modulate de funcția (68). Conform cu (67), densități de flux minime egale cu zero se obțin pe direcțiile pentru care se anulează funcțiile (68) și (70). Funcția (68) se anulează pe direcțiile pentru care unghiul de difracție are valori determinate de condiția:

$$y_0(\sin \alpha - \sin \beta_q) = q\lambda, \quad (q = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (72)$$

Funcția (70) se anulează pe direcțiile pentru care sînt îndeplinite condițiile:

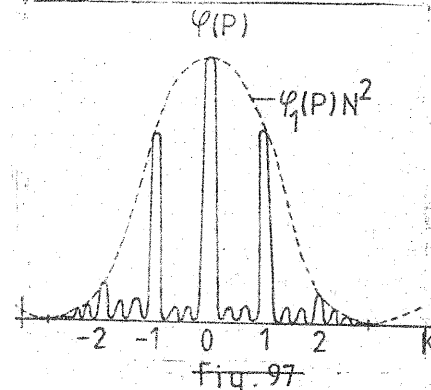
$$d(\sin \alpha - \sin \beta_m) = \frac{m}{N}\lambda \quad (73)$$

În (73) m este un număr întreg diferit de un multiplu întreg K a lui N. [În direcțiile pentru care $m=KN$ condiția (73) trece în condiția de maxime (71)]. Rezultă că între două valori consecutive ale lui K, deci între două maxime principale, m ia următoarele N-1 valori:

$$m=KN+1, KN+2, KN+3, \dots, KN+(N-1). \quad (74)$$

Între fiecare două minime nule consecutive (73) se obține cîte un maxim secundar de intensitate mult mai mică decît a maximelor principale. Rezultă că între două maxime principale (71) se găsesc N-1 minime nule echidistante (73) și N-2 maxime secundare. Cu cît numărul de fante N este mai mare, maximele principale sînt mai intense [$\varphi_{\max}(P) \approx N^2$] iar maximele secundare mai slabe. De aceea pentru N suficient de mare (de ordinul sutelor) maximele principale de difracție se văd sub forma unor linii strălucitoare paralele cu fantele rețelei, pe un fond practic întunecat. Deoarece densitatea de flux a maximelor principale scade odată cu creșterea ordinului de direcție K, practic se observă numai maximele principale cuprinse în regiunea maximului central al figurii de difracție dată de o singură fantă a rețelei. Pentru a intuit mai bine cele spuse mai sus, în

figura 97 este dată distribuția densității de flux $\varphi(P)$ (67) în figura de difracție dată de o rețea cu patru fante ($N=4$). Curba intreruptă reprezintă distribuția densității de flux în maximul central al figurii de difracție dată de o singură fantă amplificată cu N^2 . Această distribuție de densități de flux continuă și în maximele de difracție laterale date de difracția pe o fantă. Din condiția de maxime (71) rezultă că pozițiile maximelor principale nu depind de numărul N de trăsături ale rețelei ci numai de constanta rețelei și de lungimea de undă a radiației. Distanța dintre maximele principale este cu atît mai mare cu cît constanta rețelei este mai mică [v.(71)].



§6.3. Rețeaua de difracție ca dispozitiv dispersiv.

Aparate

spectrale cu rețea de difracție.

În conformitate cu condiția de maxime (71), deoarece unghiul de difracție depinde de lungimea de undă [$\beta_K = f(\lambda)$], rețeaua de difracție poate fi folosită în calitate de dispozitiv dispersiv. În această calitate, rețeaua de difracție poate fi caracterizată prin următoarele mărimi caracteristice :

a) Dispersia unghiulară . Este o mărime care exprimă viteza de variație a unghiului de difracție cu lungimea de undă a radiației ($\frac{d\beta_K}{d\lambda}$). Din (71), prin diferențiere, se obține pentru dispersia unghiulară a rețelei, formula :

$$\frac{d\beta_K}{d\lambda} = \frac{K}{d \cos \beta_K} \quad (75)$$

Din (75) rezultă că pentru $K=0$, $\frac{d\beta_K}{d\lambda} = 0$ ceea-ce înseamnă că în maximul de difracție de ordinul zero nu se produce descompunerea radiației în componentele ei monocromatice. Pentru celelalte maxime principale dispersia unghiulară este practic proporțională cu ordinul de difracție K și invers proporțională cu constanta rețelei de difracție. Pentru fiecare valoare a lui $K \neq 0$ se obțin cîte două spectre, de ordinul K, situate simetric față de maximul de ordin $K=0$. În fiecare spectru maximele de difracție sînt dispuse în ordinea cîrescătoare a lungimilor de undă așa cum rezultă din (71). Datorită existenței dispersiei unghiulare (75) rețeaua de difracție poate fi utilizată în calitate de dispozitiv dispersiv ca și prisma optică [cap.IX. §3.16] cu deosebire că în cazul prismei se obține un singur spectru în care sînt deviate mai puternic radiațiile cu lungimi de

undă mică iar în cazul rețelei de difracție se obțin mai multe spectre (de ordin $K = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$) în care sînt deviate mai puternic (prin difracție) radiațiile cu lungimi de undă mai mari. În spectrul dat de rețea dispersia unghiulară este practic constantă în spectrul de un ordin K dat, ceea-ce simplifică mult determinarea lungimilor de undă prin interpolare liniară.

b) Puterea de rezoluție. Pentru ca două radiații cu lungimi de undă λ și $\lambda + \Delta\lambda$ foarte apropiate să formeze în spectru de difracție maxime distincte, rețeaua de difracție trebuie să posede o calitate numită putere de rezoluție (cromatică). Puterea de rezoluție este definită prin relația

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_m} \quad (76)$$

în care $\Delta\lambda_m$ reprezintă cea mai mică diferență între lungimile de undă a două radiații care mai pot fi separate în spectru. Puterea de rezoluție poate fi determinată în baza unui criteriu dat de Rayleigh. Conform acestui criteriu, distanța minimă dintre două maxime principale de același ordin K pentru radiații de lungimi de undă λ și $\lambda + \Delta\lambda_m$ care pot fi observate ca maxime distincte, este egală cu distanța dintre unul din maxime și primul minim de difracție vecin celui maxim. Folosind condițiile (71), (73) și (74) acest criteriu poate fi exprimat sub forma:

$$d(\sin \alpha - \sin \beta_k) = K(\lambda + \Delta\lambda_m) = \left(K + \frac{1}{N}\right)\lambda \quad (77)$$

Din (77) rezultă:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_m} = K \cdot N \quad (78)$$

Formula (78) arată că puterea de rezoluție a rețelei de difracție este determinată de numărul total de fante ale rețelei și este direct proporțională cu ordinul K al maximelor de difracție. Un aparat spectral în care se folosește ca dispozitiv dispersiv o rețea de difracție se numește aparat spectral cu rețea de difracție. Schema de principiu a unui aparat spectral cu rețea de difracție este reprezentată în figura 94 în care rețeaua de difracție R este situată în planul $e(xOy)$. Puterea de rezoluție a aparatelor spectrale cu rețea de difracție este, în general, mult mai mare decât puterea de rezoluție a aparatelor spectrale cu prismă. Cu ajutorul aparatelor spectrale cu rețea de difracție se pot separa radiații pentru care diferențele $\Delta\lambda_m$ sînt de cîteva sute de mii de ori mai mici decât lungimile de undă. De exemplu, dacă $N=100.000$, $K=2$ și $\lambda=6000 \text{ \AA}$. Din (78) se obține $\Delta\lambda_m=0,03 \text{ \AA}$.

BIBLIOGRAFIE

1. V.POP - "Bazele opticii", Întreprinderea poligrafică, Iași, 1988.
2. M.DELIBAS - "Optică și Spectroscopie", Univ. "Al.I.Cuza" Iași, 1985.
3. M. DELIBAS - "Elemente de optica și spectroscopie", Ed. Univ. "Al.I.Cuza" Iași, 1997.
4. M.BORN, E. WOLF - "Principles of Optics", Pergamon Pres, Oxford, 1981.
5. G.BRATESCU - "Optica", Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1982.
6. I.IOVA - "Elemente de optica aplicată", Ed. Științifică și enciclopedică, București, 1977.
7. I.I.POPESCU, E.TOADER - "Optica", Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1987.
8. G.C.MOISIL, E.CURATU - "Optica (teorie și aplicații)", Ed. Tehnică, București, 1980.
9. F.S.CRAWFORD JR. - Unde (cursul de fizică Berkeley vol.III), (traducere din lb. engleză), Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1983.
10. N.AVRAM, M.DELIBAS, ATH.TRUTIA, s.a. - "Optica, Fizica plasmei, Fizică atomică și nucleară" (cap.VII), Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1983.
11. A.NUSSBAUM - "Geometries optics", Addison-Wesley Publishing Company, London, 1968.
12. M.V.KLEIN - "Optics", Jhon-Wiley, New-York, 1970.
13. M.HERTZBERGER - "Modern Geometrical Optics", Interscience Publishers, New York, 1968.
14. M.FRANCON - "Interference, diffraction et polarisation", Enciclopedia of physics, editor S.Flugge, vol.XXIX, Springer, Berlin, 1967.
15. R.FEYNMEN - "Fizică modernă", Ed. Tehnică, București, 1970.
16. I.M.POPESCU - "Teoria electromagnetică macroscopică a luminii", Ed. Științifică și enciclopedică, București, 1986.
17. V.A.AFANASIEV - "Opticeshie izmereniia", Mockva, 1981.
18. KALITEEVSKI, N. - "Optique ondulatoire", Edition Mir, Mockva, 1980.
19. GABRIELA CONE, "Optica electromagnetică a mediilor anizotrope", Ed. Tehnică, București, 1990.
20. A.N.ZAIDEL, G.V.OSTROVSKAIA, I.I.OSTROVSKI - "Tehnică și practică spectroscopiei", (Traducere din lb. rusă), Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1984.
21. M.A.ELIASEVICI - "Spectroscopia atomică și moleculară" (trad. din lb. rusă), Ed. Academiei, București, 1966.
22. G.S. LANDSBERG - "Optica", Ed. Tehnică, București, 1958.
23. ALFXANDRINA SIMONA IOANA - "Optica", București, 1992.
24. IRINA NICOARA - "Introducere în optica", Timișoara, 1992.
25. V.V.BIANU - "Optica geometrică" Ed. Tehnică, București, 1962.
26. E. FRIS, I.TIMOREVA - "Curs de fizică generală", vol.III, Ed. Tehnică, (1954).
27. R.W.DITCHBURN - "Light", Wiley, New York, 1953.
28. M.FRANSON - "Modern Applications of Physical Optics", Wiley, New York, 1963.
29. F.A.JENKINS, H.E.WHITE - "Fundamentals of Optics", McGraw-Hill, New York, 1957.
30. L.LEVI - "Applied Optics", vol.I, 1968; vol.II, 1980, Wiley, New York.
31. L. MARTIN - "Technical Optics", Pitman, New York, 1960.
32. J.STRONG - "Concepts of Clasical Optics", San Francisco, California, 1958.
33. S.TOLANSKY - "Introduction to Interferometry", Longmans, Green, New York, 1955.